Fundamentele logice ale gîndirii

gh. enescu



Editura științifică și enciclopedică

Coperta de: CONSTANTIN GHEORGHIU-ENESCU

Gheorghe Enescu

Fundamentele logice ale gîndirii



Editura ştiinţifică şi enciclopedică
Bucureşti, 1980

PREFAŢĂ

Lucrarea de faţă este destinată să prezinte cititorului (în special celor ce se ocupă de cercetare şi predarea ştiinţelor) logica formală în calitate de ,,organon'', adică de instrument al gîndirii.

Prin atenţia acordată definiţiei şi clasificării sperăm să risipim impresia lăsată de unele manuale că logica formală se reduce la teoria deducţiei.

Logica formală este axa gîndirii precise, ea este universală ca şi raţiunea, iar o ,,gîndire raţională'' înseamnă prin definiţie o gîndire logică. Ea constituie substratul oricărei alte metode de gîndire. Mai mult, există domenii în care nu dispunem de alte mijloace decît cele oferite de logica formală asociată cu principiile dialecticii. Este cazul multor zone ale gîndirii din domeniul social şi istoric.

Însuşirea unei metode presupune, pe lîngă corespunzătoarele facultăţi înnăscute, exerciţiu, mult exerciţiu. Potenţialul pe care natura i l-a oferit omului prin naştere devine realitate prin exerciţiu.

Din ce în ce mai mulţi gînditori se raliază punctului de vedere că esenţialul educaţiei constă nu în încărcarea memoriei (deşi acesteia trebuie să i se acorde locul cuvenit), ci în *formarea capacităţii de a gîndi logic.*

„Logica formală, scrie F. Engels, este înainte de toate o metodă pentru descoperirea unor rezultate noi, pentru trecerea de la cunoscut la necunoscut".

Să nu uităm că ea este în acelaşi timp o cale de mai bună înţelegere între oameni.

Prevenim cititorul că lucrarea nu este o simplă expunere, că mai la tot pasul pe lîngă informaţia fundamentală, cunoscută a trebuit să facem redefiniri, clasificări, completări, generalizări, precizări, corectări, argumentări, pe scurt să formulăm multe idei noi, rezultat al unor reflecţii îndelungate. Acolo unde am reprodus o informaţie nouă, necunoscută în limba română şi care se prezintă într-o formă indiscutabilă, am preferat să indicăm direct formulările autorilor.

Prof. univ. dr. G. ENESCU

INTRODUCERE

Avîntul pe care logica l-a luat în ultimul secol sub forma așa-zisei „logici matematice" sau „simbolice" ne determină să punem încă odată întrebarea de răscruce: în ce raport se află logica cu „fundamentele gîndirii", fie că este ea teoretică sau practică, în ce măsură logica este un „discurs contemporan al metodei"? Nu există nici o îndoială că dintre științele aflate în sistemul tradițional al „științelor filozofice" și cu care ea rămîne încă în strîns contact datorită „conținutului său filozofic" (așa cum remarca un matematician) logica este singura care a devenit o știință exactă. Acest fapt se datorează colaborării fructuoase cu matematica. Dar nu este vorba numai de forma nouă pe care a luat-o logica; progresul ei în conținut, stimulat de metodele exacte utilizate, depășește tot ce s-a făcut timp de două mii de ani (începînd cu Socrate, Platon și îndeosebi Aristotel). Pe de o parte, au fost dezvoltate zeci de ramuri noi, unele dintre ele aflate în germene în logica antică sau medievală — fapt care i-a făcut pe conservatori să creadă că „nimic nu e nou sub soare" —, pe de altă parte, teme vechi au fost restudiate și dezvoltate dintr-un punct de vedere nou. În ciuda acestei dezvoltări impetuoase, logica nu se poate justifica doar prin existența sa de „corp de propoziții" coerent *în sine*, ea trebuie să răspundă întrebării: în ce măsură ea este un ghid, un instrument util existenței umane?

Fără ca existența umană să se reducă la „rațiunea discursivă" și deci la utilizarea uneia sau alteia din structurile logice posibile — spunem „posibile" deoarece gîndirea omenească nu utilizează oricînd și oriunde aceste struc-

turi — nu putem să nu recunoaştem că „ordinea logică" constituie unul dintre temeiurile existenţei umane individuale sau colective, o condiţie fundamentală a organizării vieţii sociale, nu numai a cunoaşterii; pe scurt, logica este un instrument de adaptare şi rezistenţă la mediul înconjurător, este mijlocul de integrare în natură, este baza comunicării dintre oameni şi forma pe care o ia, în ultimă instanţă, rezolvarea problemelor, pentru ca această rezolvare să devină un bun colectiv. Dar condiţia, prin definiţie necesară (de orice ordine de necesitate ar fi), nu este şi suficientă. Din acest punct de vedere, logica poate dezamăgi pe cei ce caută „métode automate" de soluţionare a problemelor cu care se confruntă în viaţă. Trebuie să-i avertizăm că fără facultăţi inventive logica nu le poate da nimic sau aproape nimic căci o gîndire sterilă rămîne sterilă cu sau fără logică. Din aceasta nu decurge că nefiind o condiţie suficientă (un mijloc automat de soluţionare), ea, în general, nu este o condiţie necesară a gîndirii. Capacitatea inventivă a omului poate „sesiza" materia adevărului, dar această materie trebuie să fie prelucrată, ordonată, dată într-o formă clară şi coerentă pentru a fi transformată într-un bun social, deci comunicabilă. Nu numai barajele lingvistice, dar şi mediul emoţiilor, al frămîntărilor subiective ar face ca „impresiile primare" asupra unei scoarţe cerebrale receptive să rămînă izolate, nesocializate. Traductibilitatea, transferul de informaţii (de „impresii" asupra lumii) sînt posibile datorită, în primul rînd, structurilor logice comune.

Comunicarea „para-logică" (prin fenomene energetice subconştiente), chiar dacă ar fi posibilă (şi noi nu o negăm), mai întîi nu ar nega necesitatea ordinii logice şi în al doilea rînd ea pare un fenomen destul de izolat şi cu totul excepţional în existenţa noastră. Mai ştim că chiar informaţiile paralogice nu sînt utilizabile decît în măsura în care pot fi integrate într-un anumit „cod simbolic" (cu o anumită constanţă), ceea ce înseamnă că această sursă de informare devine utilă în ultimă instanţă tot printr-o integrare în gîndirea logică şi prin evaluare raţional-discursivă. La cele de mai sus am adăuga că informaţiile nu rămîn la primele „impresii" (la intuiţiile primare neanalizate), că acestea devin informaţii utile şi se amplifică prin dezvălui-

rea numeroaselor implicaţii logice, prin ansamblul de consecinţe care ies la iveală numai în urma analizei logice. Presupuneţi un fizician care a izbutit să sesizeze o nouă particulă în laborator, dar care n-ar şti să tragă din această „intuiţie" toate consecinţele necesare, n-ar şti să integreze această „sesizare" în complexul cunoştinţelor fizice dobîndite şi utilizabile de către restul colectivităţii? În ce fel am aprecia noi o astfel de „descoperire"? Ea s-ar asemăna cu un semn pe care cineva ni l-ar face din depărtare, dar, a cărui semnificaţie, spre necazul nostru, n-o înţelegem: „ce-o fi vrut să spună?".

Valoarea unei observaţii nu constă în observaţie ca atare ci în consecinţele pe care le putem trage logic din ea.

Există şi o altă problemă: oare, se întreabă unii, nu are omul destulă „logică naturală" dobîndită prin *informaţia ereditară* (sic!) sau nu este suficientă „logica spontană" rezultată din faptul că omul în orice activitate este obligat de condiţiile acesteia să acţioneze în oarecare ordine? De ce oare trebuia să mai înveţe „codul de norme logice" formulat de logicieni? Apoi există, spun unii, „virtuţi logice" interne fiecărui domeniu de activitate (teoretică sau practică), există o „logică internă" domeniului şi această logică este suficientă. Un matematician tradiţional (nu unul modern!) ar spune: „matematica este demonstrativă prin natura ei", un biolog: „noi sîntem obligaţi de regnul animal sau vegetal să facem clasificări şi definiţii", un fizician: „observaţia şi experimentul repetat ne învaţă să generalizăm" ş.a.m.d.

Aceşti oameni reduc logica la „deprinderi spontane" de a gîndi logic, la scheme care se impun creierului prin repetiţia îndelungată a unor tipuri de activităţi. Pe scurt, ar spune: ne ajung deprinderile noastre spontane (generate de necesitatea de ordine pe care obiectul activităţii o conţine) şi nu ne sinchisim prea mult de „codul de norme conştient şi explicit formulat". Nu am avut nevoie de regulile de gramatică pentru a învăţa „să vorbim" şi la fel nu avem nevoie de reguli de logică pentru a învăţa să gîndim. În mod analog, de ce am avea nevoie de reguli de logică pentru a ne călăuzi cercetarea, „comportamentul" faţă cu informaţiile? Şi fiindcă a venit vorba de gramatică, există destui lingvişti care consideră că pentru formarea

gîndirii sînt suficiente „regulile de vorbire", educarea vorbirii. După aceştia „ordinea gramaticală" implică necesar „ordinea logică".

Să ne ocupăm, ar spune specialistul mărginit, de „virtuţile logice formative" aşa-zis „interne" anumitor ştiinţe. Între altele din această idee a apărut diviziunea clasică a ştiinţelor în „exacte" şi „inexacte". Matematica dispune de demonstraţii, ea îşi formulează clar ideile (le defineşte bine), fizica şi chimia dispun de metode experimentale, chiar şi biologia dispune de posibilitatea de a „înregistra" clar faptele ei şi adesea de a le supune experimentării. Nu la fel stau lucrurile cu „ştiinţele umaniste", „ştiinţele sociale", acestea nu au „metode exacte", obiectul lor este lipsit de ordinea pe care o conţine, de exemplu, obiectul matematicii. Să nu mai vorbim de filozofie şi de multe discipline „filozofice"! Poate că de aceea logica a mers împreună cu ele, acestea da, acestea s-ar putea să aibă nevoie de norme logice.

Nu contestăm că prin natura obiectului lor matematica, fizica, chimia şi chiar biologia conţin mai multă „ordine" (sau dacă vreţi, mai multă „logică internă") decît istoria, sociologia, ştiinţele despre arte şi unele discipline filozofice (în frunte cu filozofia). Ar fi cazul să luăm în consideraţie şi obiceiul omenesc de a face „transfer de valoare" de la o latură la alta a existenţei sale. Un matematician este adesea gata să pună exclusiv pe seama facultăţilor sale „ordinea matematică" uitînd de natura obiectului. Din acest punct de vedere, un istoric nu face demonstraţii sau nu dă definiţii exacte pur şi simplu pentru că aici „nu lucrează oameni capabili să gîndească logic". Ca urmare logica ar fi o „capacitate naturală" a individului şi exactitatea ştiinţei este expresia exactităţii gîndirii. Cum o fi apărut această capacitate nu se ştie? Încă Aristotel, în *Etica Nicomahică*, a dat un răspuns acestei dispute: nu putem cere unui domeniu mai multă exactitate decît ne poate oferi natura sa.

Departe de noi gîndul de a nega prin aceasta înclinaţiile subiectului spre ordine, facultăţile sale naturale (rezultate dintr-o combinaţie genetică fericită), precum şi rolul exerciţiului, al experienţei de gîndire şi acţiune. Noi credem dimpotrivă că idealul de „ordine logică" (considerăm exacti-

tatea în acest sens şi nu doar în sensul măsurii) este rezultatul întîlnirii a trei factori: natura obiectului, facultăţile naturale şi experienţa (dobîndită fie prin „exerciţiul de învăţare", fie prin activitatea propriu-zisă de cercetare). Adevărul aci revine la a da fiecăruia ce i se cuvine. Una este să fii imprecis din faptul că natura obiectului nu permite mai multă exactitate şi alta a fi imprecis dintr-o gîndire defectuoasă (prin natură sau educaţie). O minte confuză şi incoerentă iese mai uşor în evidenţă vis-à-vis de un obiect a cărui natură este „exactă", dimpotrivă înclinaţia spre logică se face simţită mai uşor acolo unde natura obiectului este vitregă, căci aci numai o logică puternică poate scoate în evidenţă „dramul de ordine" pe care obiectul îl conţine. Este mai greu să extragi aurul dintr-un minereu sărac. Apoi, într-un domeniu de activitate care prin natura sa nu se pretează unei tratări prea exacte este destul de greu să-ţi dai seama unde sfîrşesc dificultăţile obiectului şi unde încep erorile subiectului. Există domenii de activitate în care problema raportului dintre logică şi alte facultăţi spirituale se pune şi mai acut — este vorba de domeniul politicii şi al artei. Am găsit destui care să spună: „politica nu se bazează pe logică, ci pe intuiţie şi interes", „arta se bazează pe inspiraţie şi imaginaţie (care uneori ia forme alogice)". Nu contest că problema politicii ca şi problema artei ocupă locuri speciale în existenţa umană, dar sînt departe de a crede că ele sînt „activităţi iraţionale" contrapuse ordinii logice. Nici nu neg prin aceasta că „iraţionalul" şi „dezordinea" n-ar juca un rol însemnat în existenţa noastră, consider însă că ele nu constituie idealul acesteia şi că pe cît putem le subordonăm scopurilor noastre formulate raţional, dacă nu le putem elimina.

Dar să revenim la problema noastră: este suficientă oare învăţarea şi practicarea unei discipline pentru a dispune de atîta logică cît e necesară domeniului respectiv? (Putem să ne limităm deocamdată la aşa-zisele „ştiinţe exacte"). Faptele arată că nu. Mai întîi evoluţia matematicii (ştiinţa clasică cea mai exactă) a arătat că *logica internă* a devenit la un moment dat insuficientă, ca urmare matematicienii au revenit la tradiţionala ştiinţă a logicii, au restudiat-o şi dezvoltat-o în conformitate cu nevoile matematicii,

aplicînd-o apoi *conştient* (explicit) în reconstrucţia matematicii. Ei au întemeiat o disciplină specială „metamatematica" disciplină care promovează studiul matematicii din punct de vedere logic şi utilizarea conştientă, deschisă, explicită a logicii în interiorul acestei ştiinţe. După ea s-au molipsit multe alte ştiinţe (amintesc studiile de axiomatică şi teoria clasificării în biologie).

S-a văzut că adesea „ordinea logică" era doar aparent logică — existau definiţii dar adesea vicioase, existau clasificări dar dezordonate, existau demonstraţii dar adesea insuficiente, incoerente. Şi astăzi sînt puţini matematicieni care să poată spune „de ce şi cum teorema T decurge din axiomele A_1, A_2, ..., A_n". Expresia „T decurge din A_i şi A_j" este de multe ori o vorbă goală, dacă nu ascunde chiar un fals, căci nu rareori iluzia unei ordini reprodusă după un manual a luat locul ordinii reale. La fel expresia „T decurge din A conform cu L" nu conţine de multe ori mai mult decît „T urmează după A cu ajutorul lui L". Intuiţia dezvoltată şi prin exerciţiu ne poate ajuta pînă la un punct să sesizăm că între T şi A există o legătură logică (chiar dacă nu o putem formula explicit), dar această intuiţie i-a păcălit pe mari matematicieni ca Euclid, Saccheri, Legendre, Cantor ş.a. Eşecuri nenumărate au ruinat concepţia lui Descartes a mersului „din intuiţie în intuiţie". Încă Leibniz a prevăzut că este nevoie să dezvoltăm mijloace logice puternice pentru a controla „procesele spontane" (intuitive) şi eventual de a le înlocui cu „procese de construcţie logică conştientă". Exemplul său a arătat (în comparaţie cu Newton) că, mai mult, logica a fecundat intuiţia. Unitatea dintre logică şi intuiţie este o condiţie *sine qua non* a dezvoltării matematicii moderne.

D. Hilbert n-a fost numai un mare matematician, ci şi un mare logician. El a făcut o imensă muncă de reconstrucţie creînd în acest fel piloane sigure de susţinere pentru matematica contemporană (vezi de ex. *Fundamentele geometriei*). O operă asemănătoare a realizat G. Peano în aritmetică. Geniul lui Ch. Linné a intuit o anumită ordine a lumii vii, dar taxonomiştii moderni (vezi de ex. E. Meyr) au găsit că este necesar nu doar să clasifice, ci să studieze într-o anumită măsură şi „mijloacele de clasificare" (adică

procedeele logice de clasificare). Nu vrem să spunem prin cele de mai sus că, de exemplu, studiind aparatul logic orice matematician va atinge performanţele unui Hilbert, Peano sau Brouwer, dar vom recunoaşte că orice cîştig cît de mic la nivelul cercetătorului individual devine mare la nivelul masei, şi apoi cine ştie care dintre cei ce încearcă „va prinde peştele cel mare"?.

Spre norocul nostru aproape în toate disciplinele şi activităţile umane (cel puţin din ţările cu o dezvoltare modernă) există o largă mişcare în acest sens şi ea se exprimă nu numai prin interesul acordat logicii în sine, ci şi prin crearea aşa-ziselor discipline „meta" care se ocupă în principal cu analiza logică a ştiinţelor.

Este adevărat că o mare masă de cercetători ştiu cîte ceva „din auzite" şi că blocajele birocratice sau convingerea că „numai ceea ce e în mînă nu-i minciună" (goana după efecte absolut imediate), constituie încă piedici serioase. Puţini îşi dau seama de imensele consecinţe istorice pozitive pe care le are ridicarea nivelului teoretic de gîndire al maselor (nu numai de cercetători).

Dar să revenim acum la cea de a doua zonă a interesului nostru la aşa-zisele „ştiinţe (ori, dacă vreţi, discipline) inexacte". Inexactitatea unei ştiinţe poate să se refere sau la natura obiectului sau la stadiul ei de dezvoltare sau la un anumit nivel al ştiinţei (ex. nivelul empiric, descriptiv). Aceasta ţine deci de „natura domeniului" sau de „nivelul de abordare" (de „lipsa de maturitate" a ştiinţei).

Este o lege a vieţii umane de a lua ca ideal acel punct (din ansamblul activităţilor de acelaşi tip) pe care-l consideră cel mai înaintat, „modelul perfect", indiferent dacă îl atinge sau nu, sau chiar dacă îl poate atinge sau nu pretutindeni. Leibniz visa o epocă în care toate disputele dintre oameni vor fi rezolvate după modelul matematic „calculînd". Să recunoaştem că, nesiguri fiind pe intuiţia noastră fiecare tînjim să ne rezolvăm problemele (în orice domeniu) cu aceeaşi siguranţă şi simplitate cu care îşi rezolvă matematicianul ecuaţiile sale. Tentaţia de a găsi algoritmi pentru orice problemă este atît de mare încît sîntem gata să ne luăm repede dorinţele drept realitate, după cum sîntem gata, tot atît de repede, să ne descum-

pănim cînd iluzia se destramă. Este, în parte, una dintre sursele gîndirii idealiste asupra cunoaşterii.

Nu este deci de mirare că gînditorii din aşa-zisele domenii „inexacte" caută pe cît posibil să se apropie de acest model perfect de rezolvare a problemelor, depăşind prin aceasta un „complex psihologic istoric". La ce se pot ei aştepta? Tendinţa este fără îndoială un fapt pozitiv, ea trebuie să intre, pur şi simplu, în etica omului de ştiinţă din aceste domenii, căci nimeni nu ştie din capul locului care este nivelul optim la care se poate (este necesar) să se oprească (este imposibil să-l depăşească), dar totodată el trebuie să fie conştient, fără a dramatiza că nu poate scoate mai mult aur decît îi oferă minereul. Cine este amator doar de rezultate mari, spectaculare nu trebuie să se apuce de ştiinţă. Pe de altă parte, este o credinţă greşită destul de răspîndită că „totul depinde de om pentru a da o rezolvare perfectă de tip matematic". Şi cu toate acestea s-au văzut destui oameni mari din ştiinţele exacte care încercînd să facă filozofie sau alte ştiinţe umane n-au depăşit nivelul mediocrităţii.

Orice diferenţă puternică între oameni se poate transforma în contradicţie socială şi chiar conflict, între „ştiinţele naturii" şi „ştiinţele umaniste", între „filozofie" şi „ştiinţe", între „teorie" şi „tehnică", între „abordarea exactă" şi cea „inexactă" ş.a. Aceste contradicţii sînt accentuate adesea de intervenţia altor factori (probleme de existenţă personală, socială ş.a.).

O soluţie neaşteptată ne-a venit, în ceea ce priveşte domeniile „imprecise", chiar din partea matematicii şi logicii prin crearea aşa-zisei „teorii a mulţimilor vagi". Există concepte „vagi", imprecise.

Sugestia pe care o putem primi de aci este că pornind de la o funcţie propoziţională $Q(x)$ nu putem determina cu precizie o *clasă* aşa cum se întîmplă în logica clasică; există deci funcţii cu extensiuni imprecise astfel că nu putem răspunde cert în toate cazurile la întrebarea:

$Q(x)$ are loc pentru a sau
$Q(x)$ nu are loc pentru a.

Încă anticii ne-au lăsat aşa-zisul „paradox al grămezii" din care rezultă că conceptul de „grămadă" nu are o exten-

siune precisă. O logică a „conceptelor nuanţate" se impune. Dar aşa cum teoria probabilităţii nu este ea însăşi probabilă, logica conceptelor imprecise nu este ea însăşi imprecisă şi deci chiar prin acest fapt noi cîştigăm în certitudine. Există posibilităţi de „raţionalizare", de creştere a gradului de raţionalitate, în toate domeniile, chiar dacă nu putem atinge acelaşi grad ca în ştiinţele aşa-zis exacte.

Luînd ca punct de plecare soluţia algoritmică noi putem studia restul problemelor în raport cu cele soluţionabile algoritmic stabilind, ca să spunem aşa, un fel de scară a „degradării" rezolvabilităţii. Punctul fix ne permite să studiem punctele în mişcare. Scopul real este să atingem acest „grad natural" de exactitate, or de cele mai multe ori sîntem împiedicaţi de lipsa mijloacelor adecvate, de aplicarea lor incompletă sau lipsită de abilitate. Există însă şi alt aspect, noi nu evoluăm în cunoaşterea şi soluţionarea problemelor numai pe calea de la realitate la concept, de la problemă la soluţie, ci şi pe calea revenirii asupra rezultatelor anterioare, prin autocontrol şi control, prin confruntare de rezultate, or aci logica este singurul instrument eficace de care dispunem. Dacă aşa-zisele ştiinţe exacte pot pretinde la un grad de formaţie logică prin simpla exercitare a lor, ştiinţele cu un grad mare de inexactitate nu pot pur şi simplu avea asemenea pretenţii. Utilizarea rudimentară a definiţiilor, clasificărilor, generalizărilor şi demonstraţiilor nu pot crea deprinderile logice corespunzătoare. Dacă matematica are nevoie de logică, pentru asemenea ştiinţe se poate spune că logica este singurul mijloc de a-şi îmbunătăţi performanţele. Nu este nevoie să obţinem o soluţie de-a gata direct din analiza logică, este deajuns să micşorăm „procentul de erori logice" (deci procentul de iraţionalitate) pentru a face cunoaşterea să progreseze. Pentru aceasta este nevoie să traducem principiile logice în capacitate de analiză logică, ceea ce nu se poate face prin simplă memorare, ci prin exerciţii repetate. Desigur, simpla prezenţă în memorie a unor reguli (principii) logice este suficientă pentru a putea efectua unele operaţii elementare de „control logic", dar e prea puţin. Exerciţiul îndelungat dezvoltă intuiţia structurilor logice.

O simplă enumerare a problemelor logice de bază ne arată utilizarea logicii.

1. Cum să definim?
2. Cum să formulăm exact propozițiile?
3. Cum să punem corect problemele (în speță întrebările)?
4. Cum să clasificăm?
5. Cum să generalizăm?
6. Cum să formulăm ipoteze și propuneri de lucru?
7. Cum să argumentăm și să combatem?
8. Cum să sistematizăm cunoștințele?

La aceasta logica modernă adaugă alte posibilități cum ar fi:

9. Cum să simbolizăm și formalizăm?

Nu trebuie uitat că pe lîngă principiile general logice care ne permit să răspundem la aceste întrebări există reguli speciale în funcție de particularitatea domeniilor. Or în ultima vreme logica tinde să se apropie cît mai mult de asemenea particularități. (De exemplu, altfel vom opera cu conceptele „vagi" decît cu cele precise).

Așa cum am arătat într-o lucrare anterioară[1] noțiunea de „aplicație" a logicii nu se reduce la funcția de control și reconstrucție a cunoașterii, ea are și alte sensuri care țin de „aplicarea metodelor logice" (metode generate de rezolvarea unor „probleme interne" științei logice, ex. „algoritmii logici") și de „modelarea prin procesele și construcțiile logice" (folosirea construcțiilor logice pentru studierea prin analogie a unor procese reale). Avem în vedere aci caracterul oarecum ideal al acestor procese logice, simplu, „transparent", ceea ce ne permite să adoptăm simplificări corespunzătoare (fără o vulgarizare) pentru procesele reale (chiar pentru astfel de procese cum sînt cele sociale).

Uneori este suficient ca pentru adecvarea acestor modele să anexăm un postulat dinamic pentru ca structurile aparent moarte să devină mobile și apte de a reda însușiri esențiale ale altor procese și de a rezolva prin analogie o serie de probleme.

---

[1] GH. ENESCU, *Teoria sistemelor logice*, Ed. științifică și enciclopedică, București, 1976.

Logica este apoi un instrument de ordonare a existenței noastre sociale. Noi nu putem să trăim și să ne integrăm în natură dacă nu ne ordonăm existența în conformitate cu „ordinea naturii", dacă nu alegem în această natură o lume „logic posibilă". Cu cît existența noastră este mai rațional, mai logic organizată (spunem „mai" deoarece nu atingem idealul) cu atît ea este mai sigură, iar acțiunile noastre individuale și colective mai eficiente. Altfel ne-am încurca într-un haos și în contradicții fără ieșire.
O lege logică, de exemplu, arată că:

„dacă $A \subset B$ și $B \subset C$ atunci $A \subset C$"

Multe dintre principiile (convențiile, regulile) noastre de conviețuire se bazează pe aceasta. Imităm această lege, de exemplu, în regula următoare:

„toți tinerii *trebuie* să absolve școala de zece clase, toți tinerii care au absolvit zece clase trebuie sau să continue liceul sau să intre în cîmpul muncii, prin urmare toți tinerii trebuie sau să continue liceul sau să intre în cîmpul muncii".

Această regulă nu are forța unei legi, ea este o alegere rațională (este cea mai bună alegere pentru societate). Pot exista abateri de la ea, dar tendința majorității este de a o respecta. Mai mult, există cazuri în care în societate anumite operații logice se înfăptuiesc cu o mai mare acuratețe decît în natură, sau în lumea ideilor. Sortarea mărfurilor este o clasificare adeseori perfectă, gruparea oamenilor în cadrul armatei la fel ș.a. Sistemul castelor sociale în India era un sistem de clasificare aproape perfect. Natura nu oferă totdeauna o ordine atît de rațională pe cît o oferă uneori societatea. Și explicația constă în aceea că în imensa majoritate a cazurilor ordinea este mai eficientă decît dezordinea.
S-ar putea spune că oamenii se mișcă în societate după regulile silogismului:

„Toți tinerii apți trebuie să facă serviciul militar".

Cînd X îndeplinește vîrsta respectivă el conchide:

„Eu trebuie să fac serviciul militar".

Deşi el s-ar putea abate, el găseşte că este mai avantajos să respecte această concluzie care decurge pentru el din legea generală juridică. El se supune concluziei şi astfel realizează în cazul său silogismul.

Să revenim, în fine, la problema *dacă educaţia vorbirii poate înlocui (sau coincide cu) educaţia gîndirii?* Există destul de mulţi indivizi care gîndesc astfel, în speţă unii de formaţie filologică. Unii gînditori au avansat chiar asemenea ipoteze că logica este intim legată de limbaj şi că există atîtea logici cîte sisteme lingvistice naturale există. În particular logica lui Aristotel ar fi „logica specifică limbii greceşti vechi". Se merge chiar mai departe: logica ar fi un fel de ideologie specifică unei comunităţi lingvistice. Logica germană ar fi specifică limbii germane, iar kantianismul expresia ei cea mai adecvată, în timp ce pentru limba franceză cartezianismul ar fi logica şi respectiv ideologia adecvată. Urmează de aci, evident, absurditatea intraductibilităţii limbilor. Nu insistăm asupra unor asemenea aberaţii. Este evident că limbile pot fi corelate („traduse") în măsura în care ele au o structură logică comună. Indiferent de formele sintactice orice limbă este aptă să exprime relaţiile logice fundamentale. Esenţial este, de exemplu, că în orice limbă se poate exprima relaţia „subiect-predicat" (în sensul *inerenţei*) sau „obiect-proprietate" sau „element-clasă" sau „clasă-clasă" etc.

Propoziţia „păsările cheamă" *se traduce* în japoneză prin „tori ga naku" — ceea ce ţinînd seama de forma gramaticală ar fi în româneşte „chemarea păsărilor". Aparent nu există aici nici o aserţiune. În realitate limba îşi are supoziţiile sale în funcţie de contextul de utilizare. Traducînd prin evidenţierea supoziţiei vom avea:

„(Este) chemarea păsărilor",

ceea ce, evident, este un alt mod de a spune „păsările cheamă"[2].

Se poate chiar spune că în cele mai multe cazuri o limbă dispune de mijloace de a construi expresii în genul altei limbi, dar că ea le utilizează numai în mod excepţional. Limba rusă, de exemplu, nu foloseşte pe „este" în pro-

---

[2] FRANZ SCHMIDT, *Logik der Syntax*, Berlin, 1959.

pozițiile de inerență. Ea îl înlocuiește în scris cu o liniuță „*A* — *B*" (ca în simbolizarea logică):

„Mamiferul este animal"

este tradus prin:

„*Mlekopitaiuscee* — *jivotnoe*".

Imitînd acest mod de exprimare am avea în românește:

„Mamiferul animal"

ceea ce pare, ca și în japoneză, a nu fi aserțiune. Or în limba rusă această formă presupune pe „este", chiar dacă nu-l exprimă. Posibilitatea de a imita acest mod de exprimare există și în limba română, de exemplu, cînd cineva referindu-se pe scurt la un individ spune:

„om prost"

(adică „este om prost" sau „omul (respectiv) este prost"). Problema conținutului mai general (deci logic) al formelor lingvistice este abordată în mod subtil în lucrarea lui Otto Jespersen *Filozofia gramaticii*[3].

După părerea noastră *categoriile gramaticii nu sînt decît expresia spațio-temporală și acțională a categoriilor logicii*. De exemplu, din punct de vedere logic nu există diferență între „eu", „tu", „el" și respectiv între „noi", „voi", „ei", fiecare din aceste pronume exprimînd *individul* (la singular) sau *indivizii* (la plural). Diferențele sînt introduse din necesități practice: raportarea reciprocă a doi indivizi și raportarea la al treilea prin invocare față de cel prezent.

Schematic:

(1) „x comunică lui y",
(2) „x comunică lui y despre z",
(sau y comunică lui x despre z).

În relația (1) x = eu și y = tu, iar în relația (2) x = eu, y = tu, z = el. Dacă x și y își schimbă locul atunci ei vor fi marcați ca „eu" și „tu" în funcție de poziție.

---

[3] OTTO JESPERSEN, *The philosophy of grammer*, London, 1924.

„Eu" exprimă *autodenumirea* (este reflexiv), „tu" exprimă *alteritatea* directă (prezentă), iar „el" exprimă *alteritatea indirectă* (z se prezintă ca altul față de x și y). Prin urmare, pronumele indică poziția indivizilor în relația practic-socială de „comunicare". De fapt în mod necesar intră în comunicare numai x și y, cel de al treilea, z putînd fi simplu lucru *despre* care se *comunică*. În acest caz numai „eu" și „tu" își pot schimba totdeauna locul, „el" numai în caz că este individ uman poate deveni „eu" și respectiv „tu". Analog stau lucrurile cu pronumele la plural.

Timpul și raportarea unul la altul constituie coordonate de bază ale variației categoriilor logicii. Am văzut că individul x poate deveni în funcție de raportare la altul „eu", „tu" sau „el", iar o mulțime X de indivizi poate deveni în funcție de raportare „noi", „voi" sau „ei". Această schimbare nu afectează natura logică a entităților „individ" și „mulțime de indivizi".

La rîndul lor substantivele reprezintă indivizi constanți („substantive proprii") sau genuri („substantive comune"), adjectivele reprezintă proprietăți abstracte („alb", „roșu" etc.), verbele reprezintă proprietăți *de stare* sau *de mișcare* etc. *Fiecare limbă are mijloace specifice de a exprima „variațiile" categoriilor logice în funcție de timp, raport și spațiu.* În aceste raporturi relațiile dintre oameni reprezintă o parte esențială.

Acest fond comun logic, ontologic și practic este baza traductibilității.

Regulile de limbaj nu asigură o „adecvare" la acest fond prin simpla lor manipulare, sînt necesare *condiții logice* și *condiții generale, de conținut.*

Nici măcar limbajele ideografice ale științelor nu ne pot scuti de reflecții logice suplimentare, chiar dacă ar fi să ne gîndim fie și numai la faptul că înainte de a le construi trebuie să dispunem de solide cunoștințe de logică.

Sperăm că răspunsul la întrebarea „în ce constă utilitatea logicii" să rezulte din răspunsul la unele din întrebările puse anterior.

Lucrarea noastră nu este o lucrare de popularizare, ci o lucrare care se vrea accesibilă diferitelor categorii de oameni. Ea se vrea un „îndreptar" și o „invitație" adresate oamenilor

din toate domeniile în care rațiunea umană joacă un rol fundamental. Ea se vrea o stavilă împotriva tendințelor de iraționalitate din gîndirea și viața socială generate sau de natura societății (ca în capitalism) sau de fenomene de conjunctură (cum se poate întîmpla pretutindeni în lume).

Vom căuta să parcurgem drumul de la limbaj la sistemele formalizate, de la empiric la teoretic, de la gîndirea practică la gîndirea științifică indicînd pretutindeni principalele condiții de gîndire logică. Se știe că nu toate cunoștințele din logică au valoare de utilizare generală sau imediată. Pentru construirea sistematică a științei logicii avem nevoie de multe *detalii* care în *metodă* nu prezintă importanță. Vom căuta să extragem acele propoziții care efectiv sînt importante fie în general (pentru orice domeniu), fie în particular (pentru domenii speciale). Formularea și explicația vor fi însoțite de exemple și probleme speciale.

Nu orice cititor poate dobîndi un asemenea nivel de gîndire logică încît să-i intre în *deprindere* analiza logică și autocontrolul, aci mai degrabă ne însușim capacitatea de *control reciproc*. Din acest punct de vedere, se poate spune că logica este mai ales o *știință socială* — ne controlăm mai ușor unul pe altul decît fiecare pe sine. Cu alte cuvinte, este mai ușor să ai „spirit critic" în logică (să sesizezi erorile altuia prin confruntare cu regulile de logică) decît „spirit autocritic" și deprindere de a evita erorile proprii. Nu vom evita orice eroare, dar micșorarea procentului de erori fie prin evitare, fie prin dezvăluire și corectare înseamnă deja foarte mult.

În a doua parte a acestei introduceri credem că este necesar să prezentăm cititorului în mod succint simbolistica pe care o vom utiliza.

Vom lua ca punct de plecare „universul indivizilor" și „universul proprietăților (însușiri sau relații) de indivizi". Notăm cu $x, y, z, \ldots, x_1, y_1, z_1, \ldots, x_2, y_2, z_2, \ldots$ indivizii, aceste semne vor fi numite „variabile individuale". O a doua categorie de semne vor fi „variabile predicative" (adică pentru proprietăți): $F, G, H, \ldots F_1, G_1, H_1, \ldots F_2, G_2, H_2, \ldots$. Clasele de indivizi vor fi notate cu „va-

riabile de clasă" $K, L, M, \ldots, X, Y, Z, \ldots, X_1, Y_1, Z_1 \ldots X_2, Y_2, Z_2, \ldots$. Vom forma apoi expresii compuse:

(1) $F(x_1, \ldots, x_n) \quad (n \geqslant 1)$,

(2) $x \in K$ („individul x aparține clasei K"),

(3) $K \subset L$ („clasa K este inclusă în clasa L").

Expresia

$F(x)$ se citește „x are proprietatea F"

iar

$F(x_1, \ldots, x_n)$: „$x_1 \ldots x_n$ se află în relația F"

Alt mod de citire este cel funcțional:

„F de x", „F de $x_1, \ldots x_n$".

Expresiile (1)—(3) sînt scheme de funcții propoziționale (altfel spus, de „propoziții deschise").

Din acestea cu ajutorul cuantorilor $\forall$ („pentru orice") și $\exists$ („există") formăm scheme de propoziții:

(4) $\forall x F(x)$ („pentru orice x, F de x").

(5) $\exists x F(x)$ („există x astfel că F de x").

(6) $\forall x(x \in K)$, $\exists x(x \in K)$

(7) $\forall x \exists y F(x, y)$, $\forall x \forall y \exists z F(x, y, z), \ldots$

Propozițiile vor fi considerate ca adevărate sau false și vor fi notate cu:

$$p, q, r, \ldots, p_1, q_1, r_1, \ldots, p_2, q_2, r_2 \ldots$$

semne care se numesc „variabile propoziționale".

Vom avea apoi propoziții compuse cu ajutorul operatorilor:

$\neg$ (nu); & (și); $\vee$ (sau); $\rightarrow$ (implică); $\equiv$ (echivalent):

(8) $\neg p$ („non-p"),

(9) $p \,\&\, q$ („p și q"),

(10) $p \vee q$ („p sau q"),

(11) $p \rightarrow q$ („p implică q"),

(12) $p \equiv q$ („p echivalent cu q").

Evident că operatorii indicaţi pot fi aplicaţi şi la expresii de forma (1)—(12):

(13) $F(x) \to F(y)$; $F(x, y) \to G(x, z)$, ...

(14) $\forall x F(x) \to F(y)$,

(15) $\neg p \to (p \,\&\, q)$.

Alte semne vor fi introduse la momentul oportun. Vom presupune că cititorul este familiarizat cu cunoştinţe elementare de logică simbolică. Dealtfel, explicaţiile date de noi vor fi suficiente pentru înţelegerea textului.

CUM DEFINIM?

În ştiinţă şi în general în gîndire operăm cu noţiuni, termeni, construcţii formale (figuri grafice sau mulţimi de asemenea figuri). Să acceptăm, după exemplul unor gînditori moderni, să numim asemenea entităţi ca noţiunile, termenii şi construcţiile formale — „constructe"[1] (în sens de obiecte construite mental). Cum există potenţial infinit de multe asemenea *constructe* va trebui să ştim *în ce limite* operăm cu fiecare dintre ele.

Orice gîndire începe prin construirea unui limbaj. În faza primitivă acest limbaj s-a construit pornind de la împrejurările de viaţă ale omului. Omul pentru a supravieţui a fost nevoit să introducă „semne" şi „expresii" pentru obiectele şi proprietăţile lor care prezentau interes pentru existenţa sa, să comunice semenilor săi ceea ce-l interesa sau era de interes reciproc.

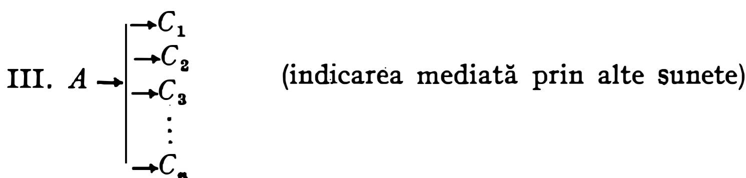
Aşadar ansamblul „om-împrejurări" constituie punctul de plecare în introducerea limbajului. Calea introducerii vocabularului limbii şi a expresiilor mai complicate a fost iniţial raportarea „sunetelor vocale" la componentele complexului (ansamblului) „om-împrejurări". Odată ce un „sunet vocal" era asociat în mod repetat cu o astfel de componentă el devenea *cuvînt* (respectiv expresie). Cu timpul omul a început să folosească cuvintele şi expresiile independent de prezenţa sau absenţa componentelor (obiectelor, proprietăţilor, fenomenelor, relaţiilor) complexului real — se dezvoltă aşa-zisa „gîndire abstractă". Locul

[1] vezi M. BUNGE, *Philosophy of Physics*, Dordrecht, 1973.

„conținutului fizic" direct a început să fie luat încetul cu încetul de către reprezentări, de simpla capacitate de a corela cuvintele și expresiile „ca și cum obiectul ar fi de față" și chiar de simpla „senzație că se înțelege despre ce se vorbește". Procesul de „înțelegere" a limbajului s-a extins de la *capacitatea de a indica* componenta reală căreia i se asociase sunetul la capacitatea de *a o reprezenta*, de a o imagina, apoi la aceea de a combina cuvintele și expresiile ca și cum obiectul ar fi de față. La aceasta s-a adăugat ulterior „senzația de înțelegere" care nu rareori a luat locul adevăratei înțelegeri. Scoțînd sunetul „cal" înțelegerea consta inițial în indicarea obiectului (perceput), apoi în capacitatea de a ne reprezenta *calul*. Cînd omul a învățat să combine cuvintele într-un „mic discurs": „patru picioare", „gîtul lung", „iute", „coada stufoasă", „nechează" ș.a. atunci el și-a dezvoltat înțelegerea abstractă. Indicarea obiectului nu mai era directă (prin corelarea imediată a sunetului cu obiectul) ci mediată, prin intermediul altor sunete. Să facem deci o schemă a procesului de înțelegere. Fie un sunet notat cu A și un obiect notat cu O.

I. $A \rightarrow O$ (indicarea directă, „ostensivă" cum se mai spune).

II. $A \rightarrow RO$ (indicarea reprezentării lui O)



Din III se observă că la rîndul lor C_1, C_2, C_3, ..., C_n pot fi corelate direct sau prin reprezentare sau mediat, prin alte cuvinte, cu componente ale realului.

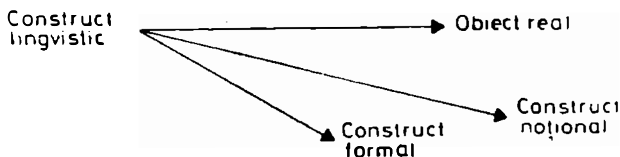
Dar de aci rezultă că procesul sau continuă la infinit sau se oprește undeva. A-l continua oricît nu este posibil, trebuie să găsim motive temeinice pentru a ne opri. Oprirea se poate face pe următoarele temeiuri: a) indicarea imediată a obiectului perceput, b) reprezentarea obiectului ne dă senzația (convingerea) că putem să-l indicăm imediat și deci nu e nevoie să continuăm, c) corelarea cu alte

cuvinte ne dă convingerea că am putea identifica obiectul şi deci nu e nevoie să continuăm. Se poate întîmpla să apară şi un motiv d) anume, că avem dificultăţi în a continua procesul de „corelare". Cînd corelarea sunetelor este imediată noi putem spune că operăm pur şi simplu cu „cuvinte" sau „expresii", cînd ea este mediată (de alte constructe lingvistice — cuvinte, expresii) vom spune că operăm doar cu „înţelesul" acestora, altfel spus, cu „noţiuni" sau „concepte". Înţelesul este în acest caz doar indicarea *potenţială* a obiectului, nu *actuală*. Impresia că *ştim despre ce este vorba* însoţeşte totdeauna operarea cu noţiuni. Astfel de înţelesuri (noţiuni, concepte) par să devină „obiecte de sine stătătoare", par să ia locul „obiectelor reale". În locul obiectului fizic ca o „totalitate de determinări" avem o „totalitate de înţelesuri corelate". Această „totalitate" este noţiunea — un nou construct mental. Ea dă impresia unui nou fel de obiect (asociat celui real) diferit de constructul lingvistic (=ansamblul de sunete corelate).

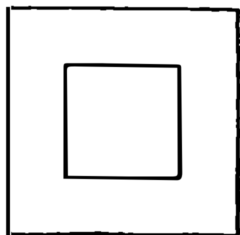
Relaţiile de corespondenţă dintre „obiectul real", „constructul lingvistic" şi „constructul raţional" sînt atît de strînse încît ele ne permit o *anumită substituire* a unuia cu celălalt.

În ştiinţele logico-matematice se utilizează şi un alt construct pe care-l vom numi „construct formal".

Constructul lingvistic constă dintr-un ansamblu de „sunete vocale" sau de „forme grafice" (introduse mai tîrziu) raportate la anumite componente ale realului. Matematica şi logica fac uneori abstracţie totală de înţeles (de legătura de orice fel cu realul) şi operează numai cu astfel de „sunete" sau „figuri" confecţionate după anumite reguli. Spunem că operăm în acest caz cu „constructe formale". Iată în acest caz o nouă schemă:



Putem exemplifica imediat fiecare caz în parte.



	Expresia :	
Obiect real (un pătrat inclus în altul)	„pătrat înscris în alt pătrat" (expresie a limbii române)	Noţiunea de *pătrat înscris în alt pătrat* (poate fi exprimată în orice limbă).

Putem adopta următorul construct formal $A\,[A]$ care prin restabilirea legăturii cu realul *ar putea* fi corelat *în particular* cu obiectul indicat.

Este important să stabilim cîteva relaţii între entităţile din schema de mai sus. Constructul lingvistic *desemnează* obiectul şi *exprimă* noţiunea. Unul şi acelaşi obiect poate fi desemnat în nelimitat de multe *moduri* şi deci una şi aceeaşi noţiune poate fi *exprimată* în nelimitat de multe moduri.

Revenim acum la operaţiile cu entităţile indicate — vom avea „operaţii practice" şi respectiv „operaţii intelectuale". Operaţiile cu obiectul (fizic) vor fi practice, operaţiile cu constructele vor fi intelectuale. Ne vom ocupa în continuare de ultimele.

Vom spune că operăm cu un „construct" dacă şi numai dacă noi îl *utilizăm explicit* în operaţiile noastre, celelalte constructe putînd fi utilizate sau corelat cu acesta sau *utilizate implicit* (ca mijloc). Se înţelege că limbajul va fi utilizat totdeauna cel puţin implicit. În funcţie de *constructele utilizate* explicit (şi pe primul plan) vom avea trei moduri de operaţii mentale: a) conceptual, b) semiotic, c) formal[2].

[2] Distincţia a fost introdusă precis de noi în *Teoria sistemelor logice*, Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1976.

Ca urmare, la nivelul limbajului (utilizat implicit, ca mijloc al gîndirii) vom avea trei „moduri de exprimare": modul conceptual, modul semiotic şi modul formal. În lucrarea citată am vorbit de asemenea de „demersuri cognitive" (clasificate în raport cu limbajul).

Cînd spunem „triunghiul are 180°" ne *gîndim* la un obiect oarecare de formă triunghiulară sau mai precis la o figură geometrică sau la un ansamblu de proprietăţi geometrice, fără a avea în vedere expresia (din limba română) prin care *redăm* informaţia despre triunghi. Acesta este modul conceptual de a gîndi, avem în vedere numai *triunghiul* nu şi expresia prin care-l redăm. Dimpotrivă cînd spunem: „*Numesc* «triunghi» figura geometrică cu trei laturi şi trei unghiuri" se observă imediat că fac o referire directă la cuvîntul (numele) „triunghi". Modul meu de exprimare este semiotic. Acest mod presupune referire explicită la limbaj şi componentele sale. În logică şi matematică operăm cu astfel de formule:

$$\circ / \square - \square / \circ$$

Provizoriu ele sînt simple desene combinate după reguli speciale, ele sînt în „modul formal". În parte operarea cu aceste desene se aseamănă cu operaţiile practice.

Ce definim?

După incursiunea de mai sus putem răspunde la întrebarea „ce definim?" pentru ca apoi să rezolvăm problema „ce este definiţia?".

În procesul de definire putem avea în vedere unul din cele trei „constructe": noţiunea, termenul sau obiectul formal. Iată trei definiţii corespunzătoare:

(1) Numărul cardinal al unei mulţimi este mulţimea tuturor mulţimilor echivalentă cu mulţimea dată (definiţie a noţiunii de *număr cardinal*).

(2) O secvenţă de stări va fi numită „independentă liniar" dacă nici una din ele nu depinde liniar de celelalte (definiţia termenului „independent liniar").

(3) Formulă în S.

a) p, q, r, ... sînt formule,

b) Dacă A, B sînt formule în S atunci $A \& B$ este formulă în S.

S-ar părea că între (1) şi (3) nu este deosebire, că în (1) noi definim noţiunea de *număr cardinal*, iar în (3) noţiunea de *formulă*.

Există însă o diferenţă esenţială de scop: în (1) noi *redăm* o *însuşire*, în (3) dăm reguli de *construcţie* (obiectele nu sînt reflectate, ci urmează să fie „generate" cu ajutorul regulilor). Într-un anumit sens aci noţiunea de *formulă* precede construcţiile. Vom reveni ulterior asupra acestei probleme delicate.

În legătură cu întrebarea „ce definim" se pune următoarea problemă: se extinde oare definiţia la orice cuvînt din dicţionar?[3], or, ceeace înţelegem prin „cuvînt" nu pare a fi identic cu ceea ce înţelegem prin „termen" (termenul avînd o sferă mai îngustă). S-a introdus chiar noţiunea de „definiţie lexicală". Sub raport lingvistic noi am asociat definiţia cu termenul, or nu pare a fi în acord cu utilizările din logică (în speţă din semantica logică) să considerăm orice cuvînt drept termen. Astfel cuvintele „cu", „de", „în", „pe", „ca" nu par a conveni ideii de termen. Rămîne următoarea ieşire: să luăm aşa-zisele „definiţii lexicale" doar simple *reguli de utilizare*. În acest caz discuţia s-ar concentra asupra distincţiei dintre „regula de utilizare" şi „definiţie".

Ce înseamnă „a defini"?

Ca urmare a celor de mai sus „a defini" înseamnă sau a indica o *determinare proprie* (caracteristică) unui obiect (ca în (1)) sau *a da semnificaţia unui termen* (a arăta la ce se referă ca în (2)), sau a arăta caracteristicile pe care trebuie să le aibă o clasă de obiecte pe care urmează să o construim (ca în (3)). Aşadar definiţiile răspund la întrebările:

ROBINSON R, *Definition*, Oxford, Clarendon Press, 1950.

(1) care este însuşirea prin care caracterizăm obiectul (respectiv predicatul prin care delimităm noţiunea)?, (2) care este semnificaţia termenului?, (3) care este regula de construcţie a obiectului formal? (altfel spus caracteristica pe care trebuie s-o satisfacă obiectul pe care urmează să-l construim?). Pe scurt: „a dezvălui caracteristici", „a da semnificaţii", „a da reguli de construcţie" — iată rostul definiţiilor.

Din cele de mai sus rezultă că trebuie să distingem în definiţie trei părţi:

(a) partea de definit, (b) partea prin care definim, (c) relaţia de definiţie.

Vom schematiza în acest fel relaţia de definiţie:

$$A = \mathrm{df} B$$

Această formulă se va citi: „*A* este prin definiţie echivalent cu *B*" sau „*A* se defineşte prin *B*". Primul termen al relaţiei (*A*) se numeşte în logică *definiendum* (=definit), al doilea (*B*) se numeşte *definiens* (=definitor). Vom vedea ulterior că relaţia de definiţie (=df) nu este reflexivă, nici simetrică dar este tranzitivă. Ea nu este cum ar putea să pară la prima vedere o relaţie de echivalenţă, ci doar *implică* o relaţie de echivalenţă (convenim s-o notăm tot cu $\equiv$).

Aceasta înseamnă că dacă au fost postulate definiţiile:

$$A = \mathrm{df}\ B \quad \text{şi} \quad B = \mathrm{df}\ C$$

noi putem deduce de aci următoarele:

(1) $(A = \mathrm{df}\ B \,\&\, B = \mathrm{df}\ C) \rightarrow A = \mathrm{df}\ C$,
(2) $A \equiv A,\ B \equiv B$,
(3) $A \equiv B \rightarrow B \equiv A$,
(4) $(A \equiv B \,\&\, B \equiv C) \rightarrow A \equiv C$.

Relaţia de echivalenţă „$\equiv$" poate fi înţeleasă în cazul termenilor ca „echisemnificaţie", în celelalte cazuri altfel. Definiţia (ca rezultat al definirii) poate să ia forma unei simple propoziţii care reproduce schema indicată sau dimpotrivă forme mai complicate, după cum vom vedea ulterior.

Deoarece în definiţie avem în principal de-a face cu *termeni* şi *noţiuni* vom consacra două paragrafe acestor categorii logice.

Termenii.

Vom numi „termen" orice combinaţie lingvistică despre care putem spune că desemnează (denotă, denumeşte) ceva. Această definiţie va deveni mai clară prin explicaţiile ulterioare[4].

Termenul „Bălcescu" denotă o personalitate anume a revoluţiei din 1848, termenul „animal" denotă un *gen* de fiinţe vii, termenul „număr" denotă o proprietate a mulţimilor. Pentru înţelegerea *termenului* va trebui să introducem o serie de categorii.

(1) Entitatea la care se referă termenul va fi numită *denotat* (sau mai general *referent*).

(2) Deoarece termenul se referă într-un anumit „mod" la denotat vom spune că el are un *sens*.

Sensul este dat de o definiţie asociată termenului. Sensul se mai numeşte şi concept. Termenul poate să conţină explicit sau nu conceptul. Termenul „Nicolae Bălcescu" conţine numai implicit un concept, dimpotrivă termenul „Românii subt Mihai Vodă Viteazul" conţine în mod explicit conceptul.

(3) Vom spune că termenul desemnează (denotă, denumeşte) denotatul şi exprimă conceptul (sensul).

Problema denotatului nu este deloc uşoară cînd e vorba să trecem la termeni concreţi, dimpotrivă este problema cea mai dificilă a semanticii logice.

Există o convenţie necesară (în orice caz utilă) sub raport logic că *cel puţin într-un context* un termen (mai precis o „combinaţie lingvistică") trebuie să aibă un singur *denotat* (sau cum se mai spune curent o singură „semnificaţie"). Pentru numele proprii lucrurile sînt oarecum clare, ele se complică serios cînd e vorba de termeni generali sau altfel de termeni. Numelui „Nicolae Bălcescu" îi corespunde

---

[4] Pentru explicaţii aprofundate a se vedea lucrarea noastră, *Teoria sistemelor logice.*

individul Bălcescu, dar ce corespunde termenului „om" sau „animal" sau „corp perfect rigid" sau „dreaptă" etc.? O a doua dificultate majoră constă în faptul că nu știm totdeauna dacă o formă lingvistică dată este sau nu termen. Astfel va fi termen sau nu semnul „+", dar particulele „și", „sau"? Dar „suficient", „destul", „mare", „mic"? Dar semnul „*x*"? Pentru prima problemă, aceea a denotatului, logicienii au adoptat soluții diferite care constau în principal în a introduce diferite tipuri de entități. Întîlnim obiecte concrete (fizice), obiecte abstracte, obiecte ideale, obiecte nedeterminate ș.a. În general se recomandă să nu încercăm a rezolva problema exhaustiv, ci s-o descompunem în „cazuri particulare" și s-o rezolvăm în funcție de caz. Pentru termenii generali (de natură inductivă) putem adopta ca denotat *genul*, adică ceea ce este *unul* într-o clasă de cazuri vizate. Genul este *abstracție* nu o realitate fizică imediată. El nu se confundă cu clasa, nici cu o proprietate generală. *Omul* este gen, el este ceea ce este *comun* în toți indivizii umani, *unul* în *multiplu*, este totalitatea de însușiri comună fiecărui individ uman. Analog pentru *animal*. Această „totalitate de însușiri" trebuie înțeleasă nu ca o simplă adunare la un loc, ci ca un „agregat logic" (ca o totalitate în care există dependențe logice). Genul este așadar un tip aparte de denotat. Putem spune acum că termenul „om" desemnează *genul om*, că acest termen este *univoc*.

Sensul (conceptul) termenului „om" va fi dat de definiția pe care i-o asociem. Chiar definiția ne arată că noi definim o *entitate generală* (un gen) nu o pluralitate. Ar fi absurd să spunem că definind „omul" am definit ... fiecare individ uman în parte. Și totuși există un fel *de a raporta* „omul" la fiecare individ uman, fără ca aceasta să fie *relația de denotare*. Vorbim în acest caz de o „sferă posibilă de aplicație" a termenului. Termenul general se referă la gen, dar *se aplică* la fiecare individ în parte. Această „sferă de aplicație" a termenului se va numi *extensiune*.

Extensiunea este deci o clasă de entități la care termenul se poate aplica. Fiecare astfel de entitate „conține" denotatul. (Ex. Individul *Napoleon* conține denotatul *om*.)

Proprietatea prin care definim clasa-extensiune este *inten-*

siunea. Ea este dată prin definiţie. (Problema „ce poate fi proprietate" este destul de dificilă.)
Schematic vom avea:

$$T-D\begin{cases} E = \{x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots\} \\ I = P|P(x_1), P(x_2), \ldots P(x_n), \ldots \end{cases}$$

(Expresia „$I = P|P(x_1), P(x_2), \ldots P(x_n), \ldots$" se citeşte „$I$ este proprietatea P astfel că $P(x_1), \ldots$"
$E = \lambda x I(x)$ (Extensiunea este identică cu acei x astfel că $I(x)$). Revenind acum la problema dacă orice cuvînt este termen, putem răspunde sigur că, în înţelesul atît de complex dat „termenului" în cele de mai sus, *nu orice cuvînt este termen*.
Dealtfel, este de preferat să nu încercăm a da o definiţie exhaustivă „termenului", ci să relativizăm definiţia la limbajele formalizate cu care avem de-a face, astfel că în loc să definim „termenul" în genere, vom defini „termenul în L" (adică termenul în limbajul ştiinţific dat). De exemplu, vom avea noţiunile relative la limbaj ca „termen în limbajul aritmeticii", „termen în limbajul logicii predicatelor", „termen în limbajul eticii" ş.a.
Dacă cineva va găsi o posibilitate de a introduce printre „termeni în L" astfel de cuvinte ca „şi", „nu", „dar", „da" el nu va fi împiedicat s-o facă.

Clasificarea termenilor.

Studiul definiţiei cere să recurgem la o anumită clasificare a termenilor.
(1) Vom considera mai întîi criterii de extensiune:

Extensiune
- —vidă sau nevidă,
- —singulară sau generală,
- —precisă sau imprecisă,
- —omogenă sau difuză.

Exemple. „Cel mai mare număr natural" (vidă), „om" (nevidă), „Bălcescu" (singulară), „român" (generală), „nu-

măr par" (precisă), „tînăr" (imprecisă), „animal" (omogenă), „formă" (difuză).

Obs. Termenii *preciși* satisfac condiția următoare:

$$\forall x(x \in E \vee x \notin E).$$

Pentru termenii impreciși („vagi") nu se poate formula o astfel de condiție, căci există x astfel că nu putem răspunde precis la întrebarea $x \in E$ sau $x \notin E$.

Termenul „tînăr" este un termen imprecis deoarece nu avem criterii precise încît să putem spune în fiecare caz în parte dacă cineva este sau nu *tînăr*. Putem spune „cam pe unde" cad limitele unei asemenea extensiuni, dar nu putem spune ceva exact.

Termenii omogeni sînt cei determinați de proprietăți care delimitează lucruri cu un ansamblu de proprietăți de același tip, în timp ce termenii neomogeni nu pot fi aplicați la clase propriu-zise. Extensiunea „difuză" nu este propriu-zis o extensiune, ea nu este o *clasă* în univers, ci se raportează la orice lucru concret, la orice eveniment sau fenomen, dintr-un anumit punct de vedere. Aceștia sînt de fapt termeni „neextensivi", sînt *categoriile* (termeni categoriali). Nu există undeva în univers un lucru concret despre care să putem spune că este „formă" sau „conținut" sau „spațiu", cel mult putem vorbi de „clase de proprietăți" (deci o determinare abstractă).

(2) Alt criteriu este după tipul de denotat:

Denotat
- — concret sau abstract,
- — real sau ideal,
- — statistic sau ne-statistic,
- — absolut sau relativ,
- — pozitiv sau complementar,
- — cognitiv sau pragmatic.

Exemple. Termenii cu denotat concret au fie denotat individual („Mihai Eminescu"), fie denotat cu extensiune de lucruri concrete („om"). Termenii abstracți au ca denotat o proprietate sau o latură a lucrurilor concrete (ex. „egalitate", „albul") altfel spus denotatul este o *deter-*

minare luată independent de obiect. Termenii cu denotat real pot fi „exemplificaţi" în realitate (în experienţă), termenii cu denotat ideal nu pot fi astfel exemplificaţi. Astfel „cîinele", „pasărea" ş.a. pot fi exemplificate, în timp ce „gaz perfect omogen", „corp absolut rigid", „punct euclidian" nu pot fi astfel exemplificaţi. Termenii statistici au un denotat dat printr-o condiţie (însuşire) statistică — ex. „mincinos", „cinstit" ş.a. termeni morali. Dimpotrivă, termenii nestatistici sînt *daţi* printr-o condiţie care caracterizează fiecare element al extensiunii (ex. „număr natural"). Termenii absoluţi au un denotat care nu se defineşte relativ la alt denotat (ex. „om") în timp ce termenii relativi se definesc în corelaţie cu alţii (ex. „bun" şi „rău").

Termenii pozitivi au un denotat determinat printr-o proprietate pozitivă definită, în timp ce termenii negativi desemnează un denotat cu extensiune complementară. Ca exemple avem „om" şi „non-om". Denotatul termenului „non-om" este *altul decît omul.*

Problema termenilor „cognitivi" şi „pragmatici" este probabil cea mai dificilă. Termenii cognitivi desemnează sau pretind să desemneze o realitate (prezentă, trecută, viitoare), termenii pragmatici exprimă o *alegere* dintr-un ansamblu de posibilităţi. Termenul „om" este cognitiv, dar termenul „agresor" nu are un denotat fixat în general, ci în funcţie de interese. Analog termenul „internaţionalism".

Din cele de mai sus s-a observat că pentru descrierea tipului de denotat am apelat fie la extensiunea sa, fie la intensiune (respectiv la caracteristicile acestora).

În discuţiile despre extensiune trebuie să ţinem seama de faptul că o clasă poate fi concepută „ca unu" sau „ca pluralitate". Extensiunea este, evident, o clasă ca pluralitate.

Oricărui denotat îi corespunde o singură extensiune, dar un număr nelimitat de intensiuni.

Alte criterii de clasificare a termenilor pot fi după complexitatea formei lingvistice (simpli sau complecşi), după sens (cu sens sau absurzi şi avem în vedere diferite grade de absurditate), după metoda de definire ş.a.

Clasificarea noţiunilor

În parte clasificarea noţiunilor corespunde clasificării termenilor. Avem astfel noţiuni singulare, generale şi categoriale, noţiuni pozitive şi negative, noţiuni concrete şi abstracte, noţiuni absolute şi relative, noţiuni precise şi noţiuni vagi etc.
Definind un termen, în cele mai multe cazuri, noi facem acest lucru definind noţiunea corespunzătoare termenului. Ca urmare, nu vom insista în special asupra definirii noţiunilor.
Vom reţine că oricărei definiţii de noţiuni îi corespunde o definiţie a termenului corespunzător. Ex. (1) „Triunghiul este un poligon cu trei laturi şi trei unghiuri" şi (2) „Termenul „triunghi" desemnează un poligon cu trei laturi şi trei unghiuri".
Trecerea de la (1) la (2) şi invers nu este dificilă.

Clasificarea definiţiilor

Există multe scheme de clasificare, fiecare dintre ele putînd fi îmbunătăţită şi completată. Noi am adoptat în linii mari următoarea schemă de clasificare (vezi G. Enescu, *op. cit.)*.

(1) *Clasificare după natura entităţii definite:*

a) *reale* (definitul este un concept care se referă la un obiect concret sau abstract),
b) *nominale* (definitul este un termen),
c) *formale* (definitul este un obiect formal care urmează a fi construit).

În cazul a) obiectul este dat independent de construcţia noastră, în timp ce în cazul c) obiectul este o „construcţie", sau un „rol" pe care urmează să-l joace un obiect.

(2) *Clasificare după natura definitorului:*

a) *de esenţă* (definiţia dă una sau mai multe caracteristici esenţiale ale entităţii definite),

b) *genetică* (se indică modul în care entitatea *apare* prin anumite operaţii),
c) *de relaţie* (se determină sistemul de relaţii caracteristice entităţii respective),
d) *operaţionale* (se dau metodele practice de identificare a obiectului),
e) *predicative sau nepredicative* (după natura relaţiei dintre entitatea definită şi clasa din care face parte).

(3) *Clasificare după modul de stabilire a definitorului:*

a) *ostensive* (prin indicarea obiectului vizat),
b) prin înregistrarea unor determinări caracteristice,
c) prin indicarea sistemului de relaţii din care obiectul face parte (de exemplu, cu ajutorul unui context, al unui sistem de axiome ş.a),
d) *constructive* (inductive sau recursive),
e) *prin modele* (utilizarea modelării sau a noţiunii de model).

(4) *Clasificare după forma logico-lingvistică:*

a) definiţii simple (printr-o propoziţie),
b) definiţii complexe (printr-un sistem de propoziţii cognitive sau de reguli),
c) contexturale (sînt definiţiile în care semnificaţia reiese din contextul utilizat),
d) explicite (se indică explicit definitorul),
e) implicite (definiţie printr-un sistem de formule, fără a da explicit entitatea),
f) definiţii prin propoziţii de abstracţie (cu ajutorul relaţiei de echivalenţă),
g) definiţii prin operatori speciali (ι, λ, ε ş.a.).

(5) *Clasificare după poziţia în procesul cunoaşterii:*

a) *stipulative* (de introducere a unui termen sau concept nou),

b) *explicative* (un concept sau termen este explicat prin altele),

c) *de precizare* (se precizează conceptul sau termenul prin clarificări sau extinderi ori restricții).

În continuare vom discuta și exemplifica schema dată. Pentru anumite probleme este util să începem discuția cu definițiile reale, urmînd apoi să revenim într-o anumită ordine asupra schemei de clasificare.

Definițiile reale. Tipul clasic de definiție reală este prin „gen proxim" și „diferență specifică".

Să considerăm definiția: „pătratul este un dreptunghi cu toate laturile egale".

În această definiție „dreptunghi" reprezintă genul proxim, adică *genul cel mai apropiat* și „toate laturile egale" reprezintă *diferența specifică*, adică acea însușire esențială care deosebește pătratul de celelalte dreptunghiuri.

În logica contemporană s-a discutat dacă este necesară „proximitatea" genului și în al doilea rînd dacă în genere este necesar un asemenea „gen". Mai întîi de toate se observă că nu în toate cazurile avem garanția că dispunem de un gen care este *proxim*. Apoi, într-adevăr ne putem mulțumi cu un gen *apropiat*, fără a fi *cel mai apropiat*. În biologie, de exemplu, genul proxim ar depinde de nivelul de clasificare la un moment dat, prin urmare nu este o noțiune intrinsec necesară. Reluînd definiția de mai sus noi putem s-o reformulăm astfel: „pătratul este un patrulater cu toate laturile și toate unghiurile egale". De observat este că schimbarea genului apropiat influențează formularea diferenței specifice. Am putea spune că trebuie să compensăm în acest fel renunțarea la proximitate. Între altele remarcăm că ideea de „dreptunghi" a trecut pe neobservate în diferența specifică „toate unghiurile egale".

În al doilea rînd s-a afirmat (vezi de ex. Carnap) că nu este nevoie în toate cazurile de gen proxim. Iată un exemplu: „Țară scandinavă = Norvegia sau Suedia sau Finlanda". Acest lucru este adevărat, însă eliminarea genului (proxim) trebuie de asemenea să fie compensată de o anumită formulare a condiției (diferenței) specifice. În exemplul dat noi am procedat de fapt prin enumerarea *tuturor* cazurilor.

Se înţelege că un asemenea exemplu nu este prea interesant. Important este în ce priveşte definiţiile reale faptul că ele sînt, de regulă, definiţii „prin esenţă", adică respectiva condiţie specifică este esenţială[5].

Nu rareori se întîmplă că se confundă diferenţa specifică cu simplul gen apropiat. Cineva care nu ştie ce este *rondelul* se poate mulţumi cu răspunsul „rondelul este un fel de poezie". Cum există multe feluri de poezie aceasta nu este o definiţie, ci doar o simplă aserţiune care ne arată „cam pe unde se află rondelul", ceea ce pentru o primă informare este suficient.

Aceasta este totuşi una dintre erorile de definiţie cele mai frecvente. Prin urmare, respectiva aserţiune va fi acceptată numai ca „un prim indiciu" care ne ajută ulterior să găsim definiţia, în nici un caz nu putem rămîne la ea ca la o definiţie.

Cineva definea cultura ca fiind „o sinteză între natură şi societate". Nu e nevoie de prea multă logică pentru a ne da seama că aceasta nu este o definiţie şi nici măcar o aserţiune de gen apropiat.

Observaţii generale în ce priveşte clasificarea definiţiilor

Se înţelege că criteriile enunţate nu sînt singurele posibile. Noi le-am enunţat pe cele mai utilizate în momentul de faţă. Pe de altă parte, în interiorul unui criteriu pot fi introduse sub-criterii, astfel încît clasificarea definiţiilor se poate dezvolta atît pe „orizontală" (la nivelul general) cît şi pe „verticală" (în direcţia subclaselor de entităţi definite). Criteriile indicate nu se exclud neapărat, dimpotrivă, cel mai adesea ele se intersectează, astfel că una şi aceeaşi definiţie poate fi clasificată în mod diferit după cum criteriile diferă. De exemplu, definiţia „omul este animal raţional" este *reală, de esenţă,* prin *indicarea unei însuşiri, printr-o simplă propoziţie* şi *explicativă.*

Adîncirea studiului definiţiei va presupune, în consecinţă, raportări ale unor criterii la altele şi în plus va ţine seama

[5] Vorbind despre definiţiile „reale" trebuie să avem în vedere că cele cinci clase de criterii indicate nu se exclud neapărat.

de clasificarea entităţilor definite (termeni, noţiuni) şi de alte aspecte.
În continuare vom trece pe scurt în revistă criteriile.

Definiţiile nominale

Deşi în multe domenii definiţiile reale precumpănesc, ordinea istorică ne cere să începem studiul cu „introducerea expresiilor" (a limbajului), deci cu definiţiile nominale. Definiţiile nominale (vom conveni) se referă la acele expresii despre care putem spune că sînt termeni. Limita între termeni şi cuvinte, aşa cum am arătat, nu este încă suficient precizată. Tocmai de aceea vom evita cazurile în care se pot ivi asemenea neclarităţi.
Structura unei definiţii nominale poate fi redată astfel:

„termenul *t* are semnificaţia *s*"

Forma ei frecventă este:

„Vom înţelege prin *t* ..."

sau

„Numim «*t*» ..."

Aci în locul punctelor urmează a se pune semnificaţia (expresia pentru semnificaţie). Ex. „Numim «anemofile» grupul de plante algogame la care polenul este transportat de vînt"[6].

Conform cu ultimul criteriu de clasificare, poziţia în procesul cunoaşterii, definiţia poate să fie *de introducere*, *de explicare*, *de precizare*. În primul caz introducem pur şi simplu o formă lingvistică nouă, în al doilea caz dezvăluim semnificaţia existentă, iar în al treilea vom preciza semnificaţia unui termen (avînd în vedere că cea existentă nu este precis dată). Forma adecvată pentru introducere este „Numim «*t*» ...", de exemplu: „Numim «Π — contradicţie» o contradicţie paradoxală". (Notăm că acest

---

[6] T. CRĂCIUN, V. CRĂCIUN, *Dicţionar de biologie*, Ed. Albatros, Bucureşti, 1976.

termen este introdus aci de noi pentru prima dată şi că el poate avea o utilizare în logică.)

Definiţiile de *explicare* presupun că termenul a fost introdus dar că semnificaţia sa nu este cunoscută de toată lumea. O definiţie de explicare este deci într-un sens relativ o definiţie de introducere nu în limbajul general, ci în limbajul anumitor persoane. Este posibil ca persoana să cunoască sunetul (ori forma grafică), dar nu semnificaţia.

Precizarea presupune cunoaşterea formei lingvistice şi în mod neclar semnificaţia generală sau semnificaţia dată într-un context. Precizarea are două aspecte: a) termenul este *utilizat*, dar nu este definit, b) termenul dispune de definiţii, dar nu sînt acceptabile şi se cere *redefinit*. Astfel, termenul „a pescui" este utilizat bine, dar nu se poate spune că a fost introdus printr-o definiţie. Termenul „atom" a fost redefinit în sec. al XX-lea.

Carnap numeşte procesul de redefinire „explicare"[7]. În virtutea acestui fapt definitul este numit de el „explicat" *(explicandum)* şi definitoriul este numit „explicant" *(explicatum)*. Exemplele date de el arată clar că nu e vorba de *explicaţie* ci de o precizare, în speţă de *redefinire*.

Mai notăm că unele definiţii de explicare (cum sînt cele din dicţionare) se limitează la căutarea de *sinonime*.

De definiţiile nominale este legat procesul de *înţelegere*. „A înţelege" înseamnă *a traduce termenul în limbajul experienţei proprii*.

Definiţiile nominale răspund la întrebările:

a) „*Ce termen* utilizaţi pentru a desemna acest lucru?",
b) „Ce *se înţelege* prin acest termen?",
c) „Ce *înţelegeţi* prin acest termen?",
d) „În ce *sens* utilizaţi acest termen?".

Definiţiile reale

Paralel cu definiţiile nominale avem definiţiile reale. Acestea presupun că termenii au fost introduşi.

Cînd spunem: „Numărul clasei α este clasa tuturor claselor

---

[7] CARNAP R., *Semnificaţie şi necesitate*, Ed. Dacia, Cluj, 1972.

echivalente cu α'', înţelegem că fiecare termen din această definiţie este cunoscut şi ne concentrăm atenţia asupra *entităţilor respective* (deci operăm cu concepte, noţiuni). Dacă definiţiile nominale stabileau un raport de semnificaţie, definiţiile reale caută să dezvăluie o trăsătură caracteristică entităţii definite, suficientă pentru *a identifica* şi *diferenţia* entitatea. Această trăsătură poate consta într-o însuşire, relaţie sau proces. Din acest punct de vedere se observă imediat că definiţiile reale sînt propoziţii care sînt fără excepţie *adevărate* sau *false.*

Dimpotrivă, definiţiile nominale nu pun totdeauna problema adevărului şi falsului. O definiţie ,,de introducere'' este o *convenţie de utilizare,* ea nu este nici adevărată nici falsă. O definiţie ,,de precizare'' de asemenea nu este nici adevărată nici falsă, căci deşi între vechea semnificaţie şi noua semnificaţie există o anumită legătură, precizarea este o chestiune ,,de alegere'' a unei noi semnificaţii sau de fixare a semnificaţiei în termeni clari (deja definiţi sau foarte clari înţeleşi). Dimpotrivă definiţiile ,,de explicare'' pot fi adevărate sau false, căci noi putem dezvălui semnificaţia existentă sau putem greşi. Aci se răspunde la întrebarea ,,ce se *înţelege* prin *x*'' (sau ,,ce înţelege autorul cutare prin *x*'').

Orice definiţie reală, fiind adevărată sau falsă (cel puţin cu aproximaţie) ea constituie o problemă nu numai de logică, ci şi de cunoaştere. Cu alte cuvinte trebuie să răspundem la întrebarea: ,,*x* este sau nu este caracterizat de proprietatea *F*'' sau ,,ce proprietate caracterizează pe *x*?''.

Prima întrebare este oarecum ,,de verificare'' a doua este de descoperire. Aci nu mai poate fi vorba de ,,convenţie'', ,,de alegere'', deci de o *problemă pragmatică* sau de o simplă *operaţie logic formală* de dezvăluire a semnificaţiei prin analiza conţinutului expresiei; este vorba de o problemă teoretică, *cognitivă.*

Confuzia între cognitiv şi pragmatic în problema definiţiei nu este o chestiune puţin obişnuită, de aceea se impune să fim atenţi la natura definiţiei. Aci sîntem confruntaţi cu tendinţe ,,convenţionaliste''. Conform cu concepţia convenţionalistă definiţia este o simplă problemă de alegere a utilizării termenului.

Definiția obiectelor formale

Am avut de-a face pînă aci cu termeni sau noţiuni, în continuare ne vom ocupa de altfel de „constructe". Similar cu procesul de definire a termenilor și noţiunilor este determinarea prin reguli a procesului de *construcţie* a unui obiect (de ex. a unor *obiecte formale* în sistemele formalizate). Putem vorbi într-un sens mai larg de „reguli de construcţie", deci de definiţii *constructive*. Un exemplu este definiţia „formulei".

Ex. 1) A, B, C, ... sînt formule,
2) A^*, B^*, C^*, ... sînt formule,
3) Dacă α, β sînt formule atunci $[\alpha\beta]$ este o formulă.

Termenul „este" nu are aci semnificaţie existenţială (nu se referă la ceva dat) el exprimă „decizie": „vom considera", „vom decide"[8].

Ex. 1) Vom considera că A, B, C, ... sînt formule,
2) Vom considera că A^*, B^*, C^*, sînt formule,
3) Vom considera că dacă α, β sînt deja formule (construite) atunci $[\alpha\beta]$ este formulă.

De observat este că noi ne-am referit aci la o *clasă* de obiecte (formule) pe care urmează s-o construim, însă simultan s-a definit și termenul de „formulă" referitor la clasa de obiecte. Desigur, formula este definită implicit şi noi urmează să-i dăm definiţia explicită. Este ca şi cum am spune: obiectul A va fi *maşină* dacă-l veţi construi aşa şi aşa. (Combinaţia de obiecte va fi *formulă* dacă o veţi construi aşa şi aşa.) Obiectul A va lua naştere prin aplicarea regulilor, ceea ce înseamnă că el va fi *delimitat* prin faptul că este construit deosebit de toate obiectele existente. Specificaţia sa este pre-formată, pre-determinată. Se observă astfel raportul invers cu definiţia reală, acolo conceptul trebuie să fie conform cu obiectul (altfel spus, conceptul „modelează" obiectul) în timp ce în cazul definiţiilor formale obiectul trebuie să se conformeze con-

[8] S-a vorbit despre „ambiguitatea" lui „este", ea merge mult mai departe decît s-a crezut, avînd sensurile: a) existenţial, b) copulativ, c) identitate, d) deontic („trebuie să fie"), e) decizional („aleg să fie aşa").

ceptului (ori, cu alte cuvinte, obiectul „modelează" conceptul). Obiectele sînt generate în conformitate cu definiţia dată.
Se înţelege, facem abstracţie de faptul că sistemul formal îşi are originea într-o teorie intuitivă, ne plasăm *provizoriu* în limitele procesului de operare pur formală.
Un tip de definiţie formală (constructivă) este *definiţia inductivă,* dar în general orice ansamblu de „instrucţiuni" de construcţie a unui obiect nou (original) va fi o definiţie formală. Prin urmare definiţiile formale sînt prin excelenţă definiţii pragmatice.
Astfel definiţia şirului natural se face pe cale inductivă: prin postularea lui zero şi iterarea semnului succesor:

$$0, 0', 0'', 0''' \ldots\ldots$$

Obţinem în acest fel o „clasă inductivă" (ca şi în cazul noţiunii de „termen" sau „expresie" sau „formulă"). Pe baza şirului de obiecte formale putem introduce apoi cifrele obişnuite:

$$0 = 0$$
$$1 = 0'$$
$$2 = 0''$$
$$3 = 0'''$$
$$\ldots\ldots$$

O analiză a definiţiei inductive este dată de S. C. Kleene *(Introducere în metamatematică).*
Descriind procesul constructiv de mai sus obţinem definiţia inductivă a „numărului natural":
1. 0 este număr natural.
2. Dacă n este număr natural atunci n' este număr natural.
3. Nu există alte numere naturale în afara celor definite prin 1 şi 2.
Primele două puncte sînt „directe", al treilea „indirect".
După cum observă Kleene, în definiţia dată nu e prevăzută diferenţa între numere (deşi, evident, producerea diferită e asigurată). Condiţia diferenţei este prevăzută de propoziţiile:
4. Pentru orice m şi n din $m' = n'$ urmează $m = n$.
5. Pentru orice n, $n' \neq 0$.

Cu excepţia propoziţiei 3 se observă o corespondenţă cu axiomele lui Peano.

„Fiecare număr natural este considerat ca un obiect care ocupă un loc concret în şirul natural. Cu alte cuvinte numărul natural individual e dat, dacă e dată producerea lui în conformitate cu definiţia inductivă"[9].

Analog se poate defini apoi relaţia $m < n$ (cînd m şi n parcurg şirul natural deja definit):

01. $m < m'$.
02. Dacă $m < n$, atunci $m' < n'$.
03. $m < n$ dacă şi numai dacă aceasta decurge din 01 şi 02.

De observat este că propoziţia 03 (ca şi 3) are rostul de a „închide" clasa de obiecte la condiţiile 01 şi 02.

Kleene numeşte astfel de definiţii „genetice" sau „constructive" (în opoziţie cu cele „axiomatice" sau „postulative").

El le dă în formă generală astfel:

1. O_1, O_2, ... O_r sînt obiecte.
2. Pentru orice s din faptul că x_0, x_1, ... x_s sînt obiecte rezultă că şi $(x_0, x_1, \dots x_s)$ este obiect.
3. Nici un fel de obiect cu excepţia celor definite în 1 şi 2 nu există.

Se poate adăuga apoi condiţia că două obiecte sînt identice numai cînd sînt produse în mod identic.

Procesul de producere a obiectelor le ordonează (parţial). Pe calea de mai sus, Kleene introduce ceea ce numeşte „aritmetica generalizată", însă evident procesul depăşeşte cadrele aritmeticii. El poate determina orice proces pragmatic (de construcţie de obiecte) aşa încît putem parafraza procesul astfel:

1. Se dau materialele m_1, m_2, ..., m_k.
2. Din materialele m_1, m_2, ..., m_k se obţin prin operaţiile O_1, O_2 ... O_P materialele $O_1(m_1, m_2, \dots, m_k)$ ... O_P $(m_1, m_2, \dots m_k)$.

---

[9] S. C. KLEENE, *Introducere în metamatematică* (trad. rusă), Moscova, 1957, p. 26.

3. Nici un alt material nu trebuie obţinut în afara celor de la 1 şi 2.

4. Dacă două materiale se obţin în acelaşi fel ele sînt identice.

Prin aceasta am arătat că definiţiile inductive pot fi subordonate clasei definiţiilor pragmatice.

Kleene împarte definiţiile inductive în două: *fundamentale* şi *nefundamentale*, arătînd că distincţia depinde de context. Astfel definiţia „obiectului" (în speţă a numărului natural ca obiect) este fundamentală. În clasa obiectelor (inductive) noi distingem apoi *subclase*, de ex. „obiecte-termeni", „obiecte-formule", „obiecte-formule demonstrabile" ş.a. în caz că ne aflăm într-un *sistem de obiecte formale*. Pentru a urmări ideile lui Kleene ne vom opri în continuare în limitele sistemului formal (pe care, pornind de la definiţia „obiectului" dată mai sus, vom conveni odată cu autorul să-l numim „aritmetică generalizată" fără a intra în particularităţile acestui sistem).

Fie un obiect m din S (indicat) şi o subclasă $K \subset S$. Putem formula întrebările $x \in K$ sau $x \notin K$, ceea ce presupune că:

$$\forall x(x \in K \vee x \notin K).$$

Pentru $x \in K$ asociem predicatul P care ia semnificaţia t pentru lucrurile care aparţin lui K, semnificaţia f pentru cele ce nu-i aparţin.

Deci $x \in K \rightarrow P(x)$ (predicatul asociat)

Dacă $x \in K \rightarrow P(x) = t$

Dacă $x \notin K \rightarrow P(x) = f$

(notăm că în cazul nostru K poate fi de exemplu „clasa termenilor" şi deci P poate fi predicatul „termen"). Definiţiile inductive nefundamentale, arată Kleene, se referă în acest caz la astfel de *predicate*. Invers, definiţiile fundamentale vor stabili domeniul de variabilitate a variabilei x. În raport cu acest domeniu noi definim apoi (prin definiţiile nefundamentale) predicatele corespunzătoare. Kleene consideră printre acestea şi predicatul construit t.

O descriere mai amănunțită a definițiilor fundamentale se obține în felul următor:

a) *punctele directe* indică un anumit gen de obiecte pentru care predicatul ia valoarea *t*,
b) *punctul indirect* arată că numai pentru aceste obiecte el ia valoarea *t*, în timp ce pentru restul ia valoarea *f*.

La rîndul lor „punctele directe" se împart în:

— „puncte de bază" și
— „puncte inductive".

Fiecare din punctele de bază afirmă direct că valoarea lui $P(x)$ pentru un obiect dat este *t*, iar punctele inductive afirmă că dacă valoarea predicatului definit este *t* pentru un gen dat de obiecte, atunci semnificația lui $P(x)$ este *t* și pentru obiectul legat într-un mod determinat de acestea[10].

În absența punctelor de bază predicatul ia valoarea *f* pentru orice valoare a argumentului, iar în absența punctelor inductive definiția se reduce la o „definiție explicită **prin trecerea în revistă a cazurilor**"[11].

Pentru predicatele ***n*****-adice** definițiile inductive nefundamentale prezintă unele particularități (de ex. în unele cazuri depind de parametru). Un exemplu de definiție dependentă de parametru este cea dată pentru „<". (Dacă fixăm pe *m* atunci definim „clasa numerelor *n* mai mari, ca *m*".)

Definițiile inductive stau la baza diferitelor demonstrații prin inducția matematică. La rîndul lor definițiile fundamentale se află la temelia „definițiilor *prin inducție*" (= recursive) a funcțiilor pe domeniul inductiv. (Încheiem aci expunerea ideilor lui Kleene.)

O problemă pe care o pun definițiile constructive (în genere pragmatice) este aceea a semnificației lui „este". Evident,

---

[10] *Ibidem*, p. 232.

[11] „*Definiția explicită* a funcției constă în a da expresia pentru valoarea ei generală construită sintactic din variabilele independente ... și din simbolurile pentru funcțiile date, constante, operatori ș.a.m.d." (vezi *op. cit.*, p. 198), „pe cazuri" (*Ibidem*, p. 169, 206).

nu avem aci înţelesul obişnuit prin care se dezvăluie raportul obiectului cu însuşirea caracteristică. Ca şi în cazul introducerii termenilor avem mai degrabă o „propoziţie de alegere" sau o „propunere". Cînd spunem : „*O* este număr natural" înţelegem prin aceasta în sistemul formal că „am decis să alegem pe *O*" ca obiect pentru o clasă nouă sau „propunem pe *O* ca obiect al noii clase şi propunem că dacă *n* a fost ales ca obiect (număr natural) să fie ales *n'* ca obiect".

Integrarea definiţiei unor termeni în definiţii constructive (pragmatice) este posibilă graţie procesului de formalizare.

Ce relaţii putem acum stabili între definiţiile nominale, reale şi pragmatice? *Oricărei definiţii nominale îi putem asocia o definiţie reală (şi reciproc) nu însă oricărei definiţii reale (sau nominale) îi putem asocia o definiţie constructivă.* De asemenea nu putem necondiţionat asocia unei definiţii constructive o definiţie reală, deşi îi putem asocia o definiţie nominală. Definind „termenul" în mod inductiv noi putem să-i asociem o definiţie nominală astfel: înţelegem prin „termen" *A* şi dacă prin termen am înţeles α atunci vom înţelege prin termen α' etc. Convertirea unei definiţii constructive în definiţie reală are loc în presupunerea că „clasa inductivă" a fost *deja produsă.*

Foarte frecvent se confundă „clasa produsă" cu „clasa care urmează să fie produsă".

Criterii relative la natura definitorului. O cerinţă tradiţională a definiţiei era ca ea să surprindă „esenţa obiectului" cu alte cuvinte trăsătura caracteristică să fie esenţială. În realitate, după cum putem deja să ne dăm seama o astfel de „definiţie prin esenţă" nu reprezintă decît un caz particular. Mai întîi ea vizează numai definiţiile reale şi, se înţelege, nu toate definiţiile reale.

Definiţia: „omul este animal constructor de unelte" redă o trăsătură esenţială a omului, dar definiţia : „M. Eminescu este poetul care s-a născut la Ipoteşti, a studiat la Viena şi Berlin" este discutabilă în această privinţă.

Fără îndoială însă că pentru ştiinţă definiţia conceptelor (teoretice) trebuie să fie „prin esenţă". Matematica teoretică nu poate fi construită fără a da definiţia esenţială a con-

ceptelor sale: număr natural, număr real ş.a. Numai în acest fel teoria deductivă este posibilă. Un alt gen de definiţii studiat de logica tradiţională este „definiţia genetică". Acestea sînt definiţii care arată modul în care *obiectul este generat* (produs din alte obiecte). Ex. „Conul este figura geometrică obţinută prin rotaţia unui triunghi isoscel în jurul înălţimii sale", „circumferinţa este curba închisă obţinută prin rotirea în plan a unui segment de dreaptă în jurul unui punct fix", „înălţimea $A\ D$ a unui triunghi $A\ B\ C$ este perpendiculara coborîtă din vîrf pe baza BC".

Trebuie să deosebim definiţiile genetice reale de definiţiile constructive. Primele descriu un proces posibil de generare a unui obiect *dat*, celelalte dau procesul de generare a unui obiect nou.

Desigur, odată ce obiectul nou a fost generat, se poate spune că procedura de construcţie cuprinde un fel de definiţie genetică în sens real.

În chimie substanţele existente în natură pot fi definite genetic (în sensul tradiţional), dar cele inexistente vor fi definite mai întîi constructiv.

Pentru a nu confunda geneza descrisă cu geneza propusă vom numi primele definiţii genetice reale[12].

Analog trebuie să distingem în biologie varietăţile existente de cele produse (de ex. prin hibridare).

Iată un exemplu de definiţie genetic constructivă în chimie „Betonul este un material de construcţie obţinut prin întărirea unui amestec de pietriş şi nisip cu ajutorul unui *liant* anorganic ca cimentul sau organic ca bitumul".

Un alt gen de definiţii pe care noi le-am numit „definiţii prin relaţii" constau în a indica nu *însuşirile* obiectului, ci sistemul de relaţii caracteristice obiectului (relaţii spaţio-temporale, relaţii sociale, relaţii abstracte ş.a.).

Un exemplu simplu de definiţie „prin relaţii" este următorul:

„Trei este numărul natural mai mare ca doi şi mai mic decît patru".

(Formal: $3 = \imath x(2 < x < 4)$ (unde $\iota x =$ acel x).

---

[12] O confuzie în acest sens o face Gorski D.P. în *O vidah opredelenii i ih znacenia v nauke* în vol. *Problemî loghiki naucinovo poznania*, Moskva, 1964.

În societate un conducător este definit prin sistemul de relaţii pe care le are cu ceilalţi membri ai colectivităţii. Un caz special de definiţie „prin relaţii" este *definiţia prin abstracţie*, altfel spus definiţia prin intermediul *relaţiilor de echivalenţă*. O relaţie este de echivalenţă dacă este reflexivă, simetrică şi tranzitivă. Astfel identitatea, echivalenţa logică, biunivocitatea, izomorfismul sînt relaţii de echivalenţă.

Este cunoscută din matematică definiţia numărului (Frege, Russell) :

„Numărul unei clase α este clasa tuturor claselor echivalente cu α". (S-a definit anterior „echivalenţa" ca biunivocitate a claselor.)

În logică „semnul" se defineşte în mod analog. Precizăm în prealabil noţiunea de echivalenţă grafică a două inscripţii oarecare ca fiind identitatea de formă, mărime şi culoare (ex. *A*, *A*) : „Semnul este clasa tuturor inscripţiilor echivalente grafic".

În fonetică semnului (grafic) îi corespunde „fonemul", după cum echivalenţei grafice îi corespunde identitatea sunetelor.

În acest caz ni se pare nimerit să definim fonemul astfel: „Fonemul este clasa tuturor sunetelor identice". Nu este necesar să răstălmăcim definiţiile prin abstracţie, aşa cum face D. P. Gorski, în felul acesta: „Numărul unei clase este acel ceva comun care are loc între mulţimile aflate în raport de echipotenţă unele cu altele"[13].

D. P. Gorski nu observă că în acest fel deplasează atenţia de la relaţia de echivalenţă spre „comunul" vag şi în acest sens se pierde caracterul univoc al definiţiei.

Numărul este o „clasă de echivalente" nu este tot una cu numărul este „ceea ce este comun unei clase de echivalente" (a doua expresie putînd fi mai largă).

Dealtfel, Frege a pus accentul pe definiţia relaţiei „α are acelaşi număr cu β". Că „α are acelaşi număr cu β" înseamnă că α este echivalent cu β. Dacă vrem să spunem ceva în mod mai simplu despre realitatea numărului atunci putem spune astfel: numărul este ceea ce este *echivalent* într-o clasă de mulţimi. Exprimare, evident, nesatisfăcă-

---

[13] *Ibidem.*

toare. Esenţial în definiţia dată este că ea este univocă în raport cu numărul, că nici o entitate nu poate fi definită astfel prin relaţia de echivalenţă în afara numărului.

După părerea noastră relaţia de echivalenţă poate fi folosită pentru definiţie şi într-un mod puţin diferit de cel de sus (oarecum „inductiv"). De exemplu, vrem să definim prima literă din alfabetul latin.

Putem proceda astfel:

a) considerăm o inscripţie de o formă dată, să zicem *A*,
b) introducem relaţia „echiform".

Vom defini prima literă din alfabetul latin astfel:

1) inscripţia *A*,
2) orice inscripţie echiformă cu *A*.

Definiţia poate fi extinsă dacă luăm variate inscripţii iniţiale. Este un fel de „inducţie prin echivalenţă". Aceasta este în acelaşi timp o definiţie constructivă.

Definiţiile operaţionale

Acestea sînt definiţiile date după metoda de fixare practică, metodologică a obiectului, de exemplu prin înregistrarea efectelor, măsură, comportare în situaţie experimentală ş.a. P. W. Bridgman în *The logic of modern physics* dă următoarea definiţie „lungimii".

„Ce avem în vedere prin lungimea obiectului? Evident, noi ştim ce înţelegem prin lungime dacă putem spune care este lungimea cutărui sau cutărui obiect, şi pentru fizician nu e nevoie de mai mult. Pentru a defini lungimea cutărui sau cutărui obiect este necesar să producem operaţii fizice cunoscute, prin intermediul cărora se fixează lungimea"[14]. Un exemplu clasic de definiţie operaţională este definiţia acizilor „acizii sînt substanţa care înroşeşte hîrtia de turnesol". Bridgman consideră că „noţiunea este sinonimă cu seria operaţiilor corespunzătoare". Se consideră în genere că P. Bridgman a pus bazele teoriei definiţiilor operaţionale, iar R. Carnap (independent de Bridgman) a formulat

---

[14] P. W. BRIDGMAN, *The logic of modern physics*, New York, 1927, p. 5.

teoria enunţurilor reductive pe care unii autori o consideră ca „formalizare a definiţiilor operaţionale".

Există autori care neagă existenţa definiţiilor operaţionale.

Discutînd afirmaţia că intensitatea E a cîmpului electric ar dobîndi semnificaţia numai cînd noi am da *procedura de măsurare a mărimii* E, M. Bunge scrie: „Dar aceasta nu este adevărat, măsurătorile ne permit să definim numai un număr de semnificaţii ale funcţiei, mai mult ele asigură numai valori raţionale sau fracţionare"[15], ceea ce constituie numai o parte din semnificaţiile funcţiei. „De exemplu, noţiunea de cîmp electric, gîndind matematic, este o funcţie şi deci are trei componente: două mulţimi (domeniile de definiţie şi de semnificaţie) şi corespondenţa univocă între ele. Mulţimea mărimilor măsurate este doar o „alegere" din mulţimea semnificaţiilor funcţiei. Totuşi dacă nu există o idee clară despre obiect în genere rămîne necunoscut cum să facem o asemenea alegere. Rezultă că măsura în loc să atribuie semnificaţie o presupune"[16]. Apoi multiplicitatea procedurilor ar face ca definiţia să nu fie univocă. „Nu există nici un fel de definiţii operaţionale. Credinţa în ele provine din confuzia elementară între definiţii (care sînt operaţii pur conceptuale, neaplicabile la noţiuni de bază) şi măsurătoare — operaţie care este nu numai empirică, ci şi conceptuală"[17]. Problema este într-adevăr dificilă. Exemplul clasic cu acizii poate fi redus la o definiţie „de relaţie": acidul este substanţa care are cutare efect în contact cu altă substanţă.

Schematic:

A este *B* care are efectul *C* în *D*.

K. Popper este şi el împotriva concepţiei operaţionaliste şi neagă valabilitatea definiţiilor operaţionale. „În ce priveşte doctrina operaţionalismului după care ar trebui să definim termenii ştiinţifici ca lungimea sau proprietatea de a fi solubil în termeni de procese experimentale adecvate, se poate arăta uşor că toate pretinsele definiţii operaţi-

---

[15] M. BUNGE, *Filozofia fizicii*, (trad. rusă), Moscova, 1975, pp. 28—29.
[16] *Op. cit.*, p. 29.
[17] *Ibidem*.

onale sînt circulare. Voi arăta-o pentru termenul «solubil». Experienţele prin care noi examinăm dacă o substanţă ca zahărul este *solubilă* în apă implică asemenea teste ca recuperarea prin evaporare a apei ... Este, evident, necesar să identificăm substanţa recuperată, adică să descoperim dacă ea are aceleaşi proprietăţi ca şi zahărul. Or printre aceste proprietăţi se găseşte *solubilitatea în apă*. Pentru a defini «*x* este solubil în apă» cu ajutorul testului operaţional tip, noi trebuie, cel puţin, să spunem astfel de lucruri ca: *x este solubil în apă* dacă şi numai dacă (a) atunci cînd *x* este pus în apă el dispare (în mod necesar) şi (b) după evaporarea apei, o substanţă este (în mod necesar) recuperată, şi această substanţă este din nou *solubilă în apă*".

Principala raţiune a circularităţii acestei specii de definiţii este simplă „experienţele nu sînt niciodată concludente; ele trebuie să fie la rîndul lor supuse la teste experimentale ulterioare"[18].

Cum operaţionaliştii se referă în special la aşa-zişii „termeni dispoziţionali" (asupra cărora vom reveni mai jos) K. Popper îşi îndreaptă critica în această direcţie.

„Operaţionaliştii par a fi crezut că odată rezolvată problema subjonctivelor condiţionale (în maniera de a putea evita satisfacerea prin vid de condiţional care serveşte de definiţie), n-ar mai exista obstacole în calea definiţiilor operaţionale ale termenilor dispoziţionali"[19]. (Condiţionalele subjonctive sînt „contrafactualele".)

Termenii „dispoziţionali" transcend experienţa şi nu sînt definibili operaţional.

Termenii universali implică un *comportament* conform cu *legea*.

S-a arătat că „utilizarea termenilor universali ca «apa», «paharul» într-un enunţ ca «Iată un pahar de apă» transcend necesar experienţa, aceasta deoarece ei sînt utilizaţi pentru a caracteriza *comportamentul* (conform cu legea) pe care-l au diferite lucruri"[20]. Putem să-i numim

---

[18] K. POPPER, *La logique de la découverte scientifique*, Paris, 1973, pp. 449—450.
[19] K. POPPER, *op.cit.*, p. 450.
[20] *Ibidem*, p. 432.

„termeni dispoziţionali". „Tocmai datorită transcenderii un enunţ ca «acest recipient conţine apă» este o ipoteză susceptibilă de a fi supusă testării, dar care întrucît transcende experienţa nu este verificabil.

De asemenea este imposibil de a «constitui» (aşa cum a dorit-o Carnap) un termen universal autentic, adică de a da o definiţie *în termeni de pură experienţă sau de pură observaţie* sau de a-i «reduce» la termeni de pură experienţă sau pură observaţie: *deoarece toţi termenii universali sînt dispoziţionali*, ei nu pot fi reduşi la experienţă. Noi trebuie să-i introducem ca termeni nedefiniţi, cu excepţia celor pe care noi îi putem defini în termeni de alţi universali non-empirici (ex. «apa» dacă noi alegem să definim acest termen ca «un compus din doi atomi de hidrogen şi un atom de oxigen»)"[21].

Critica pe care Popper o face operaţionalismului pleacă (cel puţin într-o anumită privinţă) de la ideea că toţi termenii universali sînt dispoziţionali şi că este o eroare a distinge între „dispoziţional" şi „nedispoziţional".

„Se uită adesea că *toţi* termenii universali sînt dispoziţionali şi aceasta datorită faptului că ei sînt *în diferite grade dispoziţionali* (Ex. «solubil» şi «casabil» sînt mai sus decît «dizolvat» şi «spart»). Dar nu se ţine seama că chiar şi «dizolvat» şi «spart» sînt termeni dispoziţionali"[22].

„Un chimist nu spune că zahărul este «dizolvat» dacă nu-l poate recupera prin evaporarea apei"[23]. „Spart" sau „dizolvat" descriu *dispoziţiile* de a se comporta într-o manieră regulată, logică.

„La fel vom spune despre o suprafaţă că ea este roşie sau albă dacă ea are facultatea de a reflecta lumina roşie sau albă.

În general caracterul dispoziţional al unei proprietăţi universale oarecare ne va deveni evident dacă noi considerăm testele pe care ar trebui să le facem în caz că ne îndoim de prezenţa proprietăţii în chestiune într-un caz particular"[24].

---

[21] *Ibidem*, p. 432.
[22] *Ibidem*, p. 432/433.
[23] *Ibidem*, p. 433.
[24] *Ibidem*.

Să încercăm să analizăm mai îndeaproape unele aspecte. Fie noţiunea de „măsurătoare" pe care o considerăm satisfăcătoare:

„O măsurătoare constă în aceea că un aparat de măsurat (Mg), cu un sistem de măsură, apare într-un proces natural de acţiune reciprocă, în care observatorul poate citi rezultatul acestui proces la aparat pe scala indicatoare, respectiv este înregistrat automat de aparatul de măsură"[25]. Pornind de aci introducem relaţia:

Proces — Aparat de măsură — Sistem de înregistrare.

Dacă presupunem că „procedeele de măsură", aparatul, sistemul de măsură şi înregistrare s-ar schimba atunci relaţia ar fi alta.
Se observă că avem un tip special de definiţie „prin relaţie".
Fie P_1, P_2, ... P_k procedurile de măsură şi fie procesul, obiectul supus măsurii. Vom scrie că: p are relaţia de măsură μ
Dacă relaţia μ are loc numai între p şi P_n:

$$\mu(p, P_n)$$

(unde n este dat), înseamnă că ea este caracteristică pentru p şi o relaţie caracteristică poate fi luată pentru definiţie. Dacă avem k relaţii caracteristice:

$$\mu_1(p, P_1),$$
$$\mu_2(p, P_2),$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\mu_k(p, P_k)$$

atunci obiectul (procesul) poate fi descris prin conjuncţia

$$\mu_1 \,\&\, \mu_2 \,\&\, \ldots \,\&\, \mu_k.$$

În acest fel definiţia „operaţională" nu justifică operaţionalismul şi nu este ceva deosebit de definiţiile „prin relaţii". Obiectul (procesul) este pur şi simplu raportat la un proces special şi caracterizat prin modul în care se raportează la acest proces special — procesul de măsurătoare.

---

[25] H. PARTEY, *Die empirische Basis naturwissenschaftdicher Erkenitnis*, în *Wege des Erkennes*, Berlin (R.D.G.), 1959.

Un proces analog este cel invers — *procesul de acțiune asupra obiectului*. Descriem deci obiectul fie „prin acțiunea sa asupra altor obiecte" (ex. aparatul de măsură, hîrtia de turnesol) fie „prin acțiunea omului (cu alte obiecte) asupra respectivului obiect" — respectiv prin efectele care rezultă în urma acțiunii.
Obiectul (procesul) se poate considera bine definit dacă efectul este caracteristic (adică numai respectivul obiect dă respectivul efect).

Schemă:

1) *A* acționează asupra lui *B* și dă *C*.
2) *A* este acționat de *D* și rezultă *F*.

C caracterizează *A* dacă și numai dacă numai *A* acționînd asupra lui *B* dă *C*. (Analog pentru *F*). Notăm cu „*Ac*" — relația de acționare:

$$Ac(A, B) \to C$$
$$Ac(D, A) \to F$$

Caracterul „aproximativ" al relației dintre obiectul *A* și efectele *C*, *F* nu schimbă esența problemei.
Problema mai poate fi pusă și astfel: „cum se comportă obiectul (procesul) în condițiile artificiale date?".
Dacă pentru orice repetiție a procesului artificial (= punerea obiectului în condiții artificiale) avem aceleași efecte și dacă nu există alt obiect care să dea în respectivele condiții aceleași rezultate atunci putem spune că efectul (rezultatul) caracterizează obiectul respectiv.
Limitele acestei definiții sînt determinate de dificultățile generale proprii stabilirii unor rezultate precise cînd e vorba de fenomene (legături) cauzale.
Prin cele de mai sus n-am dorit însă negarea utilității de a studia definițiile operaționale, chiar dacă ele se prezintă ca o subclasă a definițiilor „prin relație".
O bună sinteză asupra definițiilor operaționale este dată de S.K. Șaumian. Ne vom conduce după această lucrare[26]. Există autori care împart noțiunile în „elementare" și

[26] S. K. ȘAUMIAN, *Operaționie opredelnia i ih primenenie v fonologhii*, în *Primenenie loghiki v nauke i tehnike*, Moskva, 1960.

„constructe", cele elementare referindu-se la „datele nemijlocite ale experienţei", iar constructele cele ce nu pot fi derivate prin generalizare din datele experienţei. Din clasa celor elementare (termenul nu ni se pare chiar potrivit, dar să-l luăm prin convenţie în sensul indicat) fac parte astfel de noţiuni ca „albastru", „roşu", „cald", „moale", „scaun", „clădire", iar din constructe (termenul acesta a fost utilizat de noi la început într-un sens mai larg): „electron", „proton", „genă", „fonem" ş.a. (ele ar fi specifice ştiinţelor abstracte).

„Deoarece constructele nu sînt deductibile nemijlocit din datele observaţiei directe pentru a lega constructele cu datele realităţii obiective, noi trebuie să le definim direct sau indirect prin indicarea de operaţii empirice cărora trebuie să le corespundă"[27].

Limitarea la „operaţii empirice" poate fi discutată, oricum acesta este cazul cel mai interesant. Un concept de o deosebită importanţă analizat operaţional de către Einstein este cel de „simultaneitate". Analiza acestui concept în zona vitezelor mari presupune operaţii logice complicate şi nu putem reduce cazul la studiul noţiunilor de „spaţiu" şi „timp" empirice. La fel noţiunea de „masă", ea poate fi definită pe căi abstracte, dar este necesar să se arate în ce fel se corelează cu realitatea experimentală.

Putem spune: „masa este cantitatea de materie" sau „masa este reacţia pe care corpul o exercită în raport cu schimbarea poziţiei şi vitezei sale", prin aceasta însă n-am dat şi condiţiile de aplicaţie.

Şaumian redă următoarea definiţie operaţională masei (nu ştim dacă-i aparţine): „presupunem că corpul *A* şi corpul *B* se lovesc unul de altul, atunci noi măsurăm viteza rezultată în urma ciocnirii celor două corpuri şi stabilim că relaţia dintre viteza lui *A* şi viteza lui *B* este constantă, această relaţie constantă va fi relaţia masei lui *A* faţă de masa lui *B*"[28]. Cu o astfel de noţiune se poate opera empiric.

---

[27] S. K. ŞAUMIAN, *op.cit.*, p. 153.
[28] *Ibidem*.

Unele noţiuni pot fi definite şi abstract şi operaţional, altele numai abstract (prin alte constructe). „Viteza" poate fi definită relativ la operaţiile de măsurătoare dar şi prin formula cunoscută: $v = s/t$. (După părerea noastră, aceasta nu este o definiţie în *contextul fizic*, ea ar putea fi doar într-un *context strict formal*. În context fizic, ea redă relaţiile cantitative dintre cele trei entităţi v, s, t. Analog cu formula $E = mc^2$.)

Dimpotrivă, „viteza moleculei" se consideră a nu fi definibilă operaţional (or trebuie să admitem o supoziţie de prudenţă: cel puţin deocamdată). Desigur, noţiunea poate fi corelată cu altele operaţionale (presiunea, densitatea gazului).

Obţinem astfel un lanţ definiţional:

A = df. B, B = df. C, C = df. D, . . ., X = df. operaţii . . .

Care este structura definiţiilor operaţionale?

Un răspuns la această întrebare a fost dat de R. Carnap care a încercat să definească explicit „conceptele dispoziţionale".

Dispoziţionale sînt acele noţiuni care redau însuşirea obiectului de a reacţiona într-un anumit mod la anumite condiţii (ex. „elastic", „magnetic", „fragil", „solubil")[29].

Încercînd să le definim după schema obişnuită

(1) $$Q(x) = \ldots x \ldots$$

ne lovim de anumite dificultăţi.

Să considerăm conceptul „dizolvabil în apă".

Introducem următoarele simboluri:

Q_1 = „scufundat în apă",
Q_2 = „se dizolvă în apă",
Q_3 = „dizolvabil în apă".

Dăm definiţia utilizînd implicaţia materială ($\supset$):

(2) $$Q_3(x) \equiv [Q_1(x) \supset Q_2(x)]$$

---

[29] *Ibidem*, p. 156.

Substituind „x" cu „zahăr" obţinem:

a) dacă zahărul este scufundat în apă el se dizolvă,
b) dacă zahărul nu este scufundat în apă el se dizolvă.

Aceste concluzii rezultă conform cu matricea implicaţiei materiale. Conform cu exemplul b) putem conchide că şi fierul se dizolvă în apă. Am arătat în numeroase rînduri că *nu este întemeiată o astfel de aplicare a implicației materiale.* În orice caz Carnap lucrează în supoziţia indicată şi vom urmări expunerea în aceste limite.
El consideră că presupusul paradox poate fi depăşit prin aşa-zisele „propoziţii reductive" de formă:

(3) $$Q_1(x) \supset [Q_3(x) \equiv Q_2(x)]$$

unde:

Q_1: operaţia de control (de verificare),
Q_2: rezultatul operaţiei de control,
Q_3: predicatul dispoziţional.

Definind după această schemă predicatul dispoziţional, aşa-zisul „paradox" ar fi evitat.
De exemplu:

„dacă x este scufundat în apă, atunci x este dizolvabil în apă" este echivalent cu „x se dizolvă în apă".

De aci în supoziţia că „x nu este scufundat în apă" dizolvabilitatea sa nu rezultă din acest fapt[30].
După cum arată Şaumian, termenul de „propoziţie reductivă" se explică prin aceea că predicatul dispoziţional Q_3 se reduce la predicate nedispoziţionale dintre care Q_1 indică operaţia de verificare, iar Q_2 rezultatul acestei operaţii[31]. După părerea sa importanţa formulărilor lui Carnap nu trebuie legată doar de necesitatea de a elimina paradoxul, ci şi de necesitatea de „a limita nivelul de abstracţie": predicatele Q_1, Q_2 referindu-se la „nivelul empiric", iar Q_3 la „constructele empirice".

---

[30] *Ibidem*, p. 157.
[31] *Ibidem*.

În consecință, Şaumian consideră că propozițiile reductive trebuie socotite ca utile pentru definirea oricăror „constructe empirice", nu doar pentru clasa „noțiunilor dispoziționale"; în acest sens ele putînd fi identificate cu definițiile operaționale. Reluăm definiția operațională a masei:

$Q_1(x)$ = „x se loveşte de b",
$Q_2(x)$ = „x are aceeaşi viteză cu b",
$Q_3(x)$ = „x are aceeaşi masă ca b".

Se defineşte apoi constructul „a avea aceeaşi masă": „dacă x se loveşte de b, atunci x are aceeaşi masă cu b" este echivalent cu „x are aceeaşi viteză cu b".
Una şi aceeaşi noțiune poate fi definită prin diferite operații. De ex. Q_3 poate fi definit:

(4) $$Q_1(x) \supset [Q_3(x) \equiv Q_2(x)]$$
(5) $$Q_4(x) \supset [Q_4(x) \equiv Q_5(x)]$$ ş.a.

În felul acesta apare un „lanț de propoziții reductive". Se poate face o alegere între ele.
Despre (3) se spune că are „formă bilaterală" deoarece predicatul dat poate fi atît afirmat cît şi negat prin această formă.
Ca urmare ea poate fi citită mai dezvoltat: „dacă x este Q_1 atunci x este Q_3 este echivalent cu x este Q_2 şi x nu este Q_3 este echivalent cu x nu este Q_2".
Forma următoare este „unilaterală":

(6) $$Q_1(x) \supset [Q_2(x) \supset Q_3(x)]$$

(„dacă x este apropiat de obiectele de fier, atunci dacă x atrage obiectele de fier, x este magnet").
Permițînd doar afirmarea predicatului, schema (6) este „pozitivă" spre deosebire de următoarea care este „negativă":

(7) $$Q_4(x) \supset [Q_5(x) \supset \sim Q_3(x)].$$

Ambele constituie „perechi reductive":

(8) $$R_1: Q_1(x) \supset [Q_2(x) \supset Q_3(x)].$$

Este considerat următorul exemplu pentru (8)

R_1: Dacă x este pus într-un taler de balanţă şi y în al doilea taler, atunci dacă talerele se află la acelaşi nivel, x şi y au aceeaşi greutate.

R_2: Dacă x şi y sînt cîntărite la acelaşi dinamometru, atunci dacă x şi y întind diferit dinamometrul, nu au aceeaşi greutate.

Aceasta este o „pereche reductivă". Trebuie notat că noţiunea definită este „a avea aceeaşi greutate" (adică, de fapt o relaţie de echivalenţă).

O aplicaţie originală este dată de Şaumian la fonologie. Expunem această contribuţie a autorului foarte pe scurt. El consideră că „aspectul logic al lingvisticii structurale poate fi corect înţeles numai din punctul de vedere al definiţiilor operaţionale"[32].

Conceptul analizat este cel de „identitate fonetică".

În acest scop se porneşte de la „legea fundamentală în lingvistică": combinaţia de sunete (litere) slujeşte la diferenţierea semnificanţilor (şi respectiv a semnificatelor) şi reciproc.

Literele şi semnificanţii sînt ceva deosebit. Se consideră că există o „contradicţie" între funcţia de literă şi cea de semnificant numită „paradoxul identităţii sunetelor limbii": aceleaşi sunete în poziţii diferite se pot arăta ca neidentice.

Pentru a depăşi această situaţie pornim de la conceptul de „*fonem*". Sunetele limbii vor fi substrat fizic pentru *fonem*, astfel că sunetele „reprezintă" fonemul. Această relaţie poate fi scrisă astfel:

$$R(x, \ulcorner x \urcorner)$$

(relaţia între sunet şi fonem).

Ca urmare sunetele sînt identice dacă reprezintă acelaşi *fonem* şi altfel sînt neidentice. Deci dacă $R(x, \ulcorner x \urcorner)$ şi $R(y, \ulcorner y \urcorner)$ atunci $x \equiv y$. Sunetele pot fi considerate sub raportul *asemănării fizice* sau sub raportul *funcţiei de semnificare*. Şaumian dă următoarea definiţie contextuală fonemului:

$$F = \text{df. } R(x, F) \equiv x \in \dot{D}$$

[32] S. K. ŞAUMIAN, *op.cit.*, p. 161.

(unde D reprezintă clasa celor mai mici elemente ale semnificantului) „Totuşi pînă cînd nu vom da operaţiile empirice care să ne permită să definim identitatea şi neidentitatea semnelor limbii, noţiunea de fonem va rămîne o abstracţie inaptă să slujească de instrument pentru cercetarea laturii sonore a limbii"[33].

Este necesar să deosebim „poziţia" semnelor în „unităţile semnificante" şi „relaţiile poziţionale" între sunetele limbii (aceasta se cheamă „analiza distributivă" şi este baza fonologiei).

Deosebim sunete „poziţional condiţionate" şi „poziţional necondiţionate".

Primele nu sînt din principiu utile pentru diferenţierea semnificantelor, în timp ce celelalte servesc numai uneori unei astfel de diferenţieri. Deosebirile dintre sunetele care slujesc la diferenţierea semnificanţilor se numesc „deosebiri diferenţiale" (ele sînt necondiţionate), celelalte sînt „redundante" (ele sînt în primul rînd cele condiţionate).

Se introduc două operaţii: substituirea şi operaţia de stabilire a izomorfismului. Fie semnificantul $S[x]$ cu sunetul x. Dacă operăm x/y şi obţinem $S^*[y]$ astfel că

$$S[x] \equiv S^*[y]$$

atunci $x \equiv y$, altfel $x \not\equiv y$.

Fie cuvîntul, „pătrat". Substituim p/l şi obţinem „lătrat" (ceva deosebit), substituim apoi $ă/a$ şi obţinem „patrat" (ceva identic). În cazul izomorfismului literele corespondente poziţional sînt identice. Ex.

$$\{a, \ b, \ c\}$$
$$\{a', \ b', \ c'\}$$

Legătura cu fonemul se face prin formulele:

(1) $Sub\ (x, y) \supset [\ \mathrm{Dif}\ (x, y) \supset R(x, \ulcorner x \urcorner) \& R(y, \ulcorner y \urcorner) \& \ulcorner x \urcorner \neq \neq \ulcorner y \urcorner]$

(propoziţia de reducţie unilaterală)

(2) $Sub\ (x, y) \supset [\urcorner\ \mathrm{Dif}\ (x, y) \supset R(x, \ulcorner x \urcorner) \& R(y, \ulcorner y \urcorner) \& \ulcorner x \urcorner = = \ulcorner y \urcorner]$

[33] *Ibidem*, pp. 166—167.

Pentru izomorfism $I_s(T_1, T_2)$ (unde T desemnează ordinea respectivă a sunetelor în poziţie) :

$$(3)\ I_s(T_1, T_2) \supset [x = f^{-1}(y) \supset R(x, \ulcorner x \urcorner) \& R(y, \ulcorner y \urcorner) \& \ulcorner x \urcorner = \ulcorner y \urcorner].$$

Ne limităm la aceasta (cititorul interesat în detalii poate apela la studiul respectiv). Ceea ce am dori să reţinem este 1) posibilitatea de a aplica definiţiile operaţionale în astfel de domenii, 2) faptul că noţiunea de „operaţie" nu trebuie redusă la cea „empirică" (cum face chiar autorul studiului citat aci).

Definiţiile predicative şi nepredicative. Această împărţire a apărut mai întîi pe terenul matematicii şi logicii însă poate fi extinsă dincolo de limitele acestor ştiinţe. Distincţia a început să intre în uzul curent de cînd Poincaré a explicat paradoxele prin definiţiile nepredicative.

Fie definiţia : „Limita superioară a unei mulţimi de numere reale este cel mai mare număr din mulţime".

Cel mai mare număr din mulţime nu poate fi determinat independent de mulţime, deci el este dat odată cu mulţimea. Trebuie să comparăm elementul „cel mai mare număr" cu toate celelalte pentru a-l putea determina ca atare. În acest fel un element („limita superioară") este determinat în „cerc". În mod normal, după cum arată Russell, elementele trebuie să fie *date* (definite) independent de mulţimea lor, ceea ce nu e cazul aci.

O situaţie asemănătoare avem în cazul paradoxului „mulţimii tuturor mulţimilor" (Cantor). Această *mulţime* este definită în dependenţă de toate mulţimile şi deci presupunînd că este propriul său element există un element definit în cerc. Trebuie să observăm însă că cercul în sensul „teoriei tipurilor" nu este identic cu „cercul vicios" obişnuit. În sensul clasic aci nu avem cerc vicios, căci termenul „cel mai mare număr" nu depinde de termenul „limită superioară". Vom distinge „cercul vicios" de „cercul de tip" (Russell).

Definiţiile care nu conţin „cerc de tip" vor fi numite predicative. După cum arată D. P. Gorski există multe alte definiţii nepredicative care nu provoacă dificultăţi. Ex. :

„Individul considerat este acela care este cel mai înalt printre muncitorii întreprinderii noastre", „Numărul 2 este acela care este mai mare ca zero şi care adunat cu sine dă pătratul său".

Analizăm în continuare definiţiile *după modul de stabilire al definitorului*. Mai întîi observăm că definiţiile sînt nominale mai ales în raport cu definitul şi mai puţin cu definitorul. Cînd definiţiile sînt nominale în raport cu definitorul ele au forma: Înţelegem prin *X* acelaşi lucru ca şi prin *Y* (Aceasta este o relaţie de echireferenţă sau de sinonimie).

Pentru a putea gîndi trebuie să introducem cuvinte (în speţă termeni), iar acestea se introduc la început în raport direct cu obiectul (referentul).

Introducerea de cuvinte prin indicarea obiectului se numeşte „definiţie ostensivă". Pe această cale învaţă copiii limba maternă. După părerea lui A. Church problema definiţiilor ostensive nu este de domeniul logicii, ea ţine de premisele logicii.
Definiţiile nominale au fost limitate de noi la *termeni*, există autori care vorbesc de definirea cuvintelor (în genere). Astfel „aici" „acum", „acesta", „acolo" ş.a. sînt cuvinte care nu par a fi termeni în înţelesul dat de noi. Aceste cuvinte au două particularităţi:

a) au înţeles exact numai în context,
b) sînt într-un anumit sens variabile.

A. Church vorbeşte de „definiţii ostensive implicite" (în sensul că ele sînt definite în contextul altor cuvinte), cele mai multe dintre ele sînt „demonstrative" (A. Church). Astfel „acum" poate lua semnificaţii ca „acum 1 mai 1978", „acum 2 mai 1978" etc. Există o infinitate de „acum". De acest gen sînt şi pronumele „eu", „tu", „el", etc. *Fiecare individ este în raport cu sine „eu"*, deci eu poate fi înlocuit cu o infinitate de indivizi umani („Eu — Ion", „Eu — Gheorghe", „Eu — Constantin" etc.) Nu credem însă că ele pot fi *definite* numai în context.

Vom desemna prin „acum" orice moment temporal în care individul se află şi la care el se raportează. De exemplu, individul se află în ziua de 1 mai 1978. În loc să spună

„În ziua de 1 mai 1978 mergem la demonstrație" el va spune „Acum mergem la demonstrație".
Analog cu „acum" sînt cuvintele „azi", „ieri", „mîine". Toate acestea au semnificații variabile pe mulțimea momentelor temporale:
Ori de cîte ori un individ *I* se află în t_i el poate spune „acum". Aceasta este, ca să spunem așa, convenția de utilizare a lui „acum". Prin urmare, nu credem că opinia lui Church este justificată.
Observăm că termenii „ieri", „azi", „mîine" exprimă o succesiune de zile și că semnificația lor este dependentă de semnificația lui „azi". Fie $z_1, z_2, \ldots z_k, \ldots$ șirul zilelor. Fie apoi semnificația lui „azi": z_i, deci azi $= z_i$ (cînd *i* este dat).
În acest caz *I* aflat în z_i va putea spune că $z_{i-1} =$ ieri și $z_{i+1} =$ mîine. Vedem că aceste cuvinte formează un șir și că semnificația lor depinde de semnificația unui cuvînt din șir.
Probleme pun cuvintele de legătură ca: „și", „sau", „cu", „de la", „pînă la", ș.a. Unele dintre ele sînt de asemenea corelate fie cu altele, fie cu o întrebare. „De unde vii?", „De la Ploiești"; „De unde pînă unde?", „De la ... pînă la ...". Au ele caracter funcțional? Exemplu:

De la (— —)
Pînă la (— — —)

Vorbind de „definiția cuvintelor" trebuie să facem o clasificare a lor. (A se vedea în acest sens gramatica.)
Un alt mod de stabilire a definitorului este prin *înregistrarea caracteristicilor obiectului*. Acesta este cazul celor mai multe definiții. Se studiază obiectul și se alege trăsătura convenabilă (dacă nu chiar necesară). Alteori se procedează invers: se alege un sistem de formule (ca în cazul metodei axiomatice) și se declară că ele vor defini acel obiect care le va satisface (le va transforma în propoziții adevărate). Fie de exemplu axiomele *ZF* ale teoriei mulțimilor. Vom numi *mulțime* acel obiect care va satisface sistemul *ZF*. Acest mod de a defini obiectul prin *corelațiile* sale are o anumită limită în cazul cînd avem de-a face cu formule; nu sîntem siguri că există un singur obiect care satisface respectivul sistem de formule.

Obiectul poate fi apoi dat în mod *constructiv* (ca în cazul inducţiei sau recursiei). Printr-un sistem de reguli arătăm cum *trebuie* să fie construit obiectul şi în acest fel noi îi determinăm caracteristicile.
Un loc important ocupă, în deosebirea definiţiilor, *forma logico-lingvistică*.
1) Avem mai întîi cazul simplu clasic care cuprinde în mod explicit schema definiţiei:

A = df. B(A se defineşte prin B)

Acesta este cazul unei propoziţii simple (categorice) indiferent dacă definim termeni (cuvinte), concepte sau constructe (în sens pragmatic). Locul relaţiei de definiţie este ocupat de diferite cuvinte („este", „semnifică", „înseamnă", „înţelegem", „se defineşte prin").

Înţelegem prin A obiectul B,
„A" semnifică (desemnează) B,
A este (prin def.) B.

2) Un al doilea caz este acela al propoziţiei compuse. Aci apare relaţia de echivalenţă „dacă şi numai dacă", însă ar fi greşit să se înţeleagă că ea ocupă locul relaţiei de definiţie. Conform cu schema lui Tarski a definiţiei adevărului „x este propoziţie adevărată dacă şi numai dacă p", noi putem defini adevărul propoziţiei „$2 + 3 = 5$" astfel: „$2 + 3 = 5$" este propoziţie adevărată dacă şi numai dacă *doi plus trei fac cinci*.
Aceasta echivalează cu a da *condiţia de aplicaţie* a predicatului *adevărat* la propoziţia indicată.
Să luăm un alt caz, definiţia prin model a implicaţiei: „A implică B dacă şi numai dacă orice model al lui A este model al lui B". Termenul „a implica" este definit aci în contextul unei propoziţii compuse prin intermediul unei condiţii, adică prin aceea că A, B satisfac condiţia că „orice model al lui A satisface pe B". Schema simplă dată la început este aci mascată de complexitatea propoziţiei.
3) Un al treilea caz este definiţia printr-un *sistem de propoziţii* (sau de formule). Astfel este cazul cu definiţia valorii unei funcţii prin recursie de exemplu:

$$a + 0 = a,$$
$$(a + b') = (a + b)'.$$

Operaţia de adunare este definită aci prin intermediul valorii ei. Definiţiile inductive deja analizate sînt de asemenea definiţii printr-un sistem de propoziţii (reguli). Se înţelege că aci schema simplă a definiţiei este puternic mascată şi n-ar fi prea comod să încercăm să aducem definiţia la o asemenea schemă.

4) Alte definiţii sînt *contextuale*, în sensul că definiţia reiese din context. Pentru a determina semnificaţia unui termen utilizat de cineva putem proceda la confruntarea contextelor. Fie x în contextele $C_1, C_2, \ldots C_n$. Avem un context compus care sugerează semnificaţia lui x.

$$C_1[x] \;\&\; C_2[x] \;\&\; \ldots \;\&\; C_n[x].$$

Următorul context dă definiţia echivalenţei (biunivocităţii):

$$A \sim B = \text{df. } \exists R\{(\forall x(x \in A \rightarrow \exists y(xRy \;\&\; y \in B)) \;\&\; (\forall y(y \in B \rightarrow \exists x(x \in A \;\&\; x\,Ry)) \;\&\; \forall x \forall y \forall z\, (((xRy \;\&\; xRz) \rightarrow y \equiv z) \;\&\; ((xRy \;\&\; zRy) \rightarrow x \equiv z))\}.$$

Biunivocitatea este definită prin contextul de utilizare a relaţiei R. Definiţiile contextuale nu asigură prin sine nici *existenţa*, nici *univocitatea*, este nevoie de o demonstraţie în acest sens. Să definim, de exemplu, semnul „$<$" pentru fracţii:

$$\frac{x_1}{y_1} < \frac{x_2}{y_2} = \text{df. } x_1 \cdot y_2 < x_2 \cdot y_1$$

Se poate arăta că *există* exact o relaţie R astfel că e valabilă echivalenţa:

$$R\left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}\right) \equiv x_1 \cdot y_2 < x_2 \cdot y_1$$

G. Peano a dat următorul exemplu de definiţie contextuală incorectă. Definim o funcţie diadică pentru fracţii astfel:

$$\frac{x_1}{y_1} * \frac{x_2}{y_2} = \text{df.} \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$$

Conform cu aceasta putem scrie, de exemplu:

$$\frac{6}{4} * \frac{2}{3} = \frac{8}{7}$$

Deoarece $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ vom avea $\frac{6}{4} * \frac{2}{3} = \frac{3}{2} * \frac{2}{3}$

Se observă însă că $\frac{3}{2} * \frac{2}{3} = 1$. De aci decurge contradicția:

$$\frac{8}{7} = 1$$

Semnul de fracție apare în definiendum ca simbol deja definit și condiția definitorie nu este compatibilă cu definiția acestui semn de fracție.

5) Definițiile implicite prin axiome. Am discutat deja despre definițiile prin axiome. Ele dau implicit obiectul care trebuie apoi identificat cu mijloace intuitive. De exemplu, axiomele *Z F* definesc implicit conceptul de „mulțime".

Definițiile în sistemele formalizate

Acest paragraf se adresează în special matematicienilor care se ocupă de reconstrucția logică a matematicilor, logicienilor și, se înțelege, tuturor celor ce se interesează de sistemele formalizate[34].

În sistemele formalizate vom vorbi despre definirea simbolurilor, termenilor și obiectelor formale. Prin sisteme formalizate vom avea în vedere nu numai sistemele formale, ci și sistemele deductive interpretate, riguros construite.

Un loc aparte ocupă aci următoarele tipuri de definiții: prescurtările, descripțiile, definițiile contextuale, definițiile inductive și definițiile recursive.

Problemele vor fi grupate astfel:

1. Cerințe generale impuse definițiilor.
2. Tipuri de definiții.
3. Introducerea de entități în sistem.
4. Eliminarea de entități.
5. Problema creativității.

---

[34] Expunerea se face după: Kutschera, Curry, Suppes, Kleene și Borkowski.

Vom avea în vedere definiţii nominale (sau pur formale) explicite sau implicite (în speţă contextuale).
Fie S_0 (un sistem formalizat) cu o submulţime strictă de elemente iniţiale (simboluri, termeni sau obiecte formale). Putem înţelege prin S_0 un sistem formal sau un limbaj formalizat. Sistemul S_0 poate fi extins prin introducerea de noi elemente. Presupunem că S_0 este un sistem formal. Curry introduce două scheme de definiţie („de compunere"):

$$a + YDY$$
$$Xb + YDX + Yb$$

(unde X, Y sînt variabile pentru obiecte formale, iar D semn pentru „este prin definiţie").
Cu ajutorul acestor scheme putem elimina de ex. semnul „+" (înlocuind definitul cu definitorul) astfel:

$abb + ab$ (punct de plecare)

$ab + abb$
$a + abbb$
$abbb$
(succesiune de înlocuiri)

Pentru limbaje extinderea constă în introducerea de noi nume pentru aceleași obiecte.
Extinderea de mai sus este numită de Curry „extindere definiţională". Ea este definită de autor în mod riguros după cum urmează.
S_1 se va numi *extindere definiţională* a lui S_0 dacă sînt îndeplinite următoarele condiţii:
a) Obiectele lui S_1 se formează prin adăugarea la S_0 a unor noi operaţii (notăm că în operaţii sînt incluse și obiectele atomare, anume ca operaţii de rang zero),
b) Se introduc afirmaţii noi de forma:

$$XDY \quad (1).$$

c) Mulţimea postulatelor lui S_1 va consta din afirmaţii de forma:

$$XDX \quad (2).$$

şi dintr-o submulţime S_d de postulate („axiome") definitorii de forma:

$$\varphi(A_1, \ A_2, \ \ldots A_m) \ (3)$$[35].

d) Sînt admise implicaţii („deducţii") de forma:

$$XDY \rightarrow XDY' \quad (4).$$

Aci Y' se obţine din postulatele definitorii, prin înlocuirea definitului cu definitorul.
Condiţia d) se va numi „regulă de reducţie definiţională" (*Rd*), orice aplicaţie a ei-„prescurtare" a componentei înlocuite, iar demonstraţia din noile postulate prin intermediul lui *Rd*-„reducţie definiţională". Reducţia apare ca o „succesiune de definiens" care începe cu aserţiuni de forma (2) sau cu postulatul definitoriu (înlocuirile avînd loc în definiens) şi se sfîrşeşte cu definiendumul final din S_0, X.
Prescurtările pot fi date în orice ordine, însă dacă ordinea este dată (deci procesul univoc) vom spune că avem o „reducţie standard". Avem în vedere că obiectele iniţiale sînt argumente ale postulatelor definitorii, noi putem înlocui componentele lui Y fără a le confunda şi de aci ordinea aleasă nu influenţează rezultatul final. Mulţimea postulatelor definitorii (ca şi extinderea bazată pe ea) este numită de Curry *proprie* dacă „pentru orice definit posibil există cel mult un postulat definitor".
Reducţia poate avea un sfîrşit sau poate continua la infinit.
Sînt analizate apoi diferite aspecte ale procesului definiţional şi care prezintă interes pentru studiul sistemelor formale în special. Revenind la problema de o natură mai generală enumerăm mai întîi, după Franz Kutschera, cerinţele impuse definiţiilor în teoriile formalizate[36].
(1) Definiendum şi definiens trebuie să aparţină aceleiaşi „categorii sintactice" (aceeaşi clasă de simboluri sau de formule etc.).

---

[35] H. B. CURRY, *Foundations of Matematical Logic*, New York (ş.a.), 1963.
[36] F. VON KUTSCHERA, *Einführung in die moderne Logik*, München, 1974.

Nu este permis, de exemplu, ca în definiens să apară o variabilă individuală care nu există în definiendum, altfel se poate obţine o contradicţie.
Fie definiţia de forma:

$$F(x, y) = \text{df. } G(x, y, z).$$

Se observă că în definiens apare variabila z care în $F(x, y)$ nu există.

De aci se poate deduce:

$$F(a, b) \equiv G(a, b, c),$$
$$F(a, b) \equiv G(a, b, d),$$
$$G(a, b) \equiv G(a, b, d).$$

Or în presupunerea că $c \neq d$ ultima echivalență duce la contradicţie.
(2) Pentru definiţiile explicite se impune condiţia ca definiendum să fie (în întregul său) o formă fără semnificaţie, mai mult, forma trebuie să conţină pe lîngă semnele definite numai variabile și semne ajutătoare, nu însă simboluri logice, simboluri funcţionale sau altele de acest fel. Lesniewski a formulat alte două condiţii pentru definiţiile explicite:
(3) Condiţia *eliminabilității* (o formă definită trebuie să poată fi eliminată dintr-un context al teoriei).
(4) Condiția de *necreativitate* (o nouă definiţie nu acceptă demonstrația unei relații între simbolurile vechi, relaţie care in prealabil a fost prevăzută ca indemonstrabilă). Aceste două condiţii redate succint după P. Suppes vor fi redefinite mai pe larg de către acesta (vom reveni ulterior asupra lor)[37].
Adăugăm după Borkowski condiţiile următoare:
(5) Definiţiile sînt expresii care îndeplinesc condiţia *traductibilității* (există o expresie care nu conţine expresia definită și care este deductiv echivalentă cu expresia care o conţine).
(6) Definiţiile acceptate sînt teoreme sau reguli ale sistemului (ele sînt acceptate cu condiţia că dacă sistemul iniţial S_0 este necontradictoriu, sistemul extins S_1 este de asemenea necontradictoriu).

---

[37] P. SUPPES, *Introduction to Logic*, New York ş.a.

(7) Mulţimea definiţiilor acceptate într-un sistem este mulţime *decidabilă*, adică noi putem totdeauna să decidem dacă o expresie dată este definiţie în acest sistem sau nu.
(8) Condiţia celui mai general context pentru definiendum : în definiendum, fiecare variabilă apare o singură dată (cu alte cuvinte nici o variabilă nu se repetă).
(9) Condiţia omogenităţii : orice variabilă liberă într-o parte a definiţiei apare ca liberă şi în cealaltă parte[38].
La acestea Borkowski adaugă condiţia clasică :
(10) Condiţia absenţei cercului vicios : în definiens nu apare nici expresia de definit, nici alta care se defineşte cu ajutorul definiendumului.

Dăm criteriile (3)—(4) în formularea lui Suppes.

Criteriu de eliminabilitate. O formulă S care introduce un nou simbol al teoriei satisface criteriul de eliminabilitate dacă şi numai dacă ori de cîte ori S_1 este o formulă în care apare noul simbol, există o formulă S_2 în care simbolul nou nu apare astfel că :

$$S \rightarrow (S_1 \rightarrow S_2)$$

este derivabilă din axiomele şi definiţiile precedente.
Ca exemplu introducem simbolul „—" prin definiţia :

(1) $$x - y = z \Leftrightarrow x = y + z$$

(unde $\Leftrightarrow$: „dacă şi numai dacă")
Avînd expresia :
dacă $y \neq 0$ atunci $x - y \neq x$
putem elimina cu ajutorul lui (1) semnul „—" şi obţinem :
dacă $y \neq 0$ atunci $x \neq y + x$.

În general simbolurile definite trebuie să poată fi eliminate prin simbolurile primitive. Este evident că nu toate definiţiile satisfac criteriul de eliminabilitate, de ex. cele implicite nu-l satisfac.

Criteriu de non-creativitate. O formulă S care introduce un nou simbol al unei teorii satisface criteriul de non-creativitate dacă şi numai dacă nu există o formulă T

[38] L. BORKOWSKI, *Formale Logik*, Berlin (R.D.G.), 1976.

în care noul simbol nu apare astfel încît $S \to T$ să fie derivabilă din axiome şi definiţii precedente ale teoriei şi T nu este astfel derivabilă.
Fie de ex. o mulţime mai largă decît grupul (deci cu un număr mai mic de axiome). Introducem prin definiţie simbolul e:

$$x \circ e = x.$$

Aplicînd criteriul de non-creativitate noi respingem aceasta ca o definiţie deoarece din ea putem deriva:

$$\exists y \forall x (x \circ y = x).$$

În această formulă singurul simbol nelogic este o. Se poate da o interpretare care arată că această formulă nu poate fi derivată din unica axiomă a teoriei (asociativitatea operaţiei o).
Fiind creativă definiţia trebuie eliminată.
În continuare vom da regulile de introducere a termenilor constanţi pentru indivizi, predicate, clase, relaţii şi operaţii. Formulările vor fi date după diferiţi autori.

Introducerea constantelor individuale

Deşi simbolurile individuale pot fi considerate ca un caz de simboluri pentru operaţii (operaţii de rang zero) este de preferat să fie introduse în mod distinct. Vom considera propoziţii de forma $X = \text{df } Y$ şi le vom nota cu D.
(1) *Regulă pentru definiţia constantelor, individuale* (formularea lui Suppes).
O propoziţie de forma D care introduce o constantă individuală c este o definiţie proprie (în sensul condiţiilor de eliminare şi noncreativitate) într-o teorie T dacă şi numai dacă D este de forma

$$c = w \Leftrightarrow S^{39}$$

şi următoarele restricţii sînt satisfăcute:
(i) S nu are variabile libere în afară de w,
(ii) S este o formulă în care singurele constante nelogice

[39] Semnul „$\Leftrightarrow$" este pentru echivalenţă („dacă şi numai dacă").

sînt simbolurile primitive şi simbolurile definite în prealabil în T,

(iii) formula (E! w) S este derivabilă din axiome şi definiţii prealabile ale teoriei.

O formă deosebită a regulii o găsim la Grzegorcyk (nu ştim dacă-i aparţine).

(1') Un termen individual a este introdus corect ca termen constant într-o formulă $\alpha(x)$ dacă şi numai dacă:

(i) propoziţiile $\exists x\alpha(x)$ şi $\forall(x, v)$ $((\alpha(x)$ & $\alpha(v)) \rightarrow x = v)$ sînt teoreme în limbajul teoretic L,

(ii) termenul a nu apare în cele două propoziţii şi în genere în L,

(iii) termenul a este introdus în L împreună cu axioma $\alpha(a)$ (ori altfel $\forall x(x = a \equiv \alpha(x))$.

De exemplu, vom introduce pe 0 într-un limbaj aritmetic L care nu-l conţine, prin: $\alpha(x) \equiv \forall y(y = y + x)$

Definiţiile date pot utiliza *implicit* identitatea (=) sau echivalenţa ($\Leftrightarrow$ sau $\equiv$) ca semn pentru = df. Adesea pentru simbolurile individuale se foloseşte identitatea. De exemplu, pentru a defini cifrele, scriem:

$$2 = 1 + 1,$$
$$3 = 2 + 1,$$

în loc de

$$2 = y \equiv y = 1 + 1$$
$$3 = y \equiv y = 2 + 1$$

Identităţile sînt mai comode pentru lucru uneori, dar ele nu sînt logic adecvate. De la echivalenţă se poate trece uşor la identitate în timp ce invers nu este adevărată. O îmbunătăţire a utilizării identităţilor s-ar aduce prin utilizarea operatorului descripţiilor.

Definiţiile prin descripţie. Constantele individuale pot fi definite prin descripţie. O descripţie este de forma:

$$(\iota x) \text{ —— } x \text{ —— } (\text{„acel } x \text{ astfel că —— } x \text{ ——"}).$$

Descripţia satisface condiţia de unicitate:

$$\exists y \forall x(\text{—— } x \text{ ——} \equiv x = y).$$

Ca urmare definiţia unui simbol individual a (constant) are forma:

$$a = (\iota x) -- x -- \& \exists y \forall x(-- x -- \equiv x = y)$$

sau pur şi simplu

$$a = (\iota x) -- x --$$

(unde condiţia de unicitate este doar presupusă).
De exemplu:

$$0 = (\iota x)[\forall y(y + x = y)$$

Acest tip de definiţii poate fi folosit cu mai mare folos în limbajele intuitive (ex. de observaţie sau empirice). Utilizarea lor în limbajele formalizate este greoaie.
De exemplu „M. Eminescu este acel poet care s-a născut în 1850 la Ipoteşti" este o astfel de definiţie. Aceste definiţii nu asigură existenţa obiectului definit (Frege) şi ea trebuie să fie prevăzută. Înainte de a utiliza astfel de definiţii trebuie să dăm o dovadă de existenţă (Carnap) şi chiar de unicitate (vezi Hilbert şi Bernays pentru sistemul numerelor naturale). Hilbert se va folosi şi de un operator cu o semnificaţie mai largă: ε — operator.
Problema descripţiei este sistematizată de R. Carnap în volumul *Semnificaţie şi necesitate.*
Revenim la definiţie (prin regula formulată de Suppes). Vom considera exemple definite cu ajutorul echivalenţei ($\Leftrightarrow$).

$$0 = y \Leftrightarrow \text{pentru orice } x,\ x + y = x$$
$$1 = y \Leftrightarrow \text{pentru orice } x,\ x \cdot y = x$$

(A se observa că x este legat în definiens). Dacă definiţia nu se bucură de unicitate atunci se poate obţine o contradicţie.
Fie definiţia:

$$b = y \Leftrightarrow y > 0$$

Din ea se deduce prin presupunerile $b = 1$ şi $b = 2$ concluzia $1 = 2$.

(2) *Regulă pentru definirea constantelor predicative (formulare după Grzegorcyk)*

Un simbol F astfel că $F(x_1, \ldots, x_n)$ este introdus corect în limbajul L dacă şi numai dacă:

(i) propoziţiile $\forall(x_1, \ldots, x_n)\ \exists z\alpha(x_1, \ldots, x_n, z)$ şi $\forall(x_1, \ldots, x_n)\exists(z, v)\ ((\alpha(x_1, \ldots, x_n, z)\ \&\ \alpha(x_1, \ldots, x_n, v) \rightarrow \rightarrow z = v)$

sînt teoreme în L,

(ii) termenul F nu apare anterior în L,

(iii) termenul F şi definiţia

$$\forall(x_1, \ldots x_n, y)(y = F(x_1, \ldots x_n) \equiv \alpha(x_1, \ldots x_n, y)$$

sînt adăugate la L.

Ultima formulă este dată şi astfel:

$$\forall(x_1, \ldots, x_n)\ \alpha(x_1, \ldots, x_n, F(x_1, \ldots, x_n)).$$

Formularea (găsită la Suppes) diferă.

(2') O propoziţie de forma D care introduce un nou simbol $P(v_1, \ldots v_n)$ este o definiţie dacă şi numai dacă D este de forma $P(v_1, \ldots v_n) \Leftrightarrow S$ şi următoarele restricţii sînt îndeplinite:

(i) $v_1, \ldots v_n$ sînt variabile distincte,

(ii) S nu are alte variabile libere decît $v_1, \ldots, v_n$,

(iii) S este o formulă în care singurele constante ne-logice sînt simbolurile primitive şi simbolurile prealabil definite ale teoriei.

(Se observă că $P(v_1, \ldots v_n)$ este formulă atomară, iar $v_1, \ldots, v_n$ sînt libere în D, şi conformitatea cu regulile de inferenţă se va obţine prin adăugarea cuantorilor universali.)

Explicaţia restricţiilor (Suppes)

Restricţia (i). Fie „definiţia" relaţiei „$\leqslant$":

(1) $$x \leqslant x \Leftrightarrow x = x \vee x < x.$$

Această formulă nu defineşte relaţia $\leqslant$ deoarece în definiendum apare o singură variabilă (în timp ce relaţia este

binară), în acest fel nu putem elimina pe $\leqslant$ din $x \leqslant y$.

(2) $$A(x, y, u, x) \Leftrightarrow x - y < u - x$$

nu poate înlocui:

(3) $$A(x, y, u, v) \Leftrightarrow x - y < u - v.$$

deoarece A n-ar mai putea fi general eliminabil.
Restricția (ii). Definim:

$$R(x) \Leftrightarrow x + y = 0$$

Dacă o adăugăm la axiomele aritmeticii obținem o contradicție.
Aceasta deoarece y care apare în definiens nu apare și în definiendum.
Definiția noastră este echivalentă cu perechea:

Dacă $x + y = 0$ atunci $R(x)$
Dacă $R(x)$ atunci $x + y = 0$

Or prima este echivalentă cu: dacă există y astfel că $x + y = 0$ atunci $R(x)$, iar a doua cu: dacă $R(x)$ atunci pentru orice y, $x + y = 0$. Din acestea două deducem: dacă există y astfel că $x + y = 0$ atunci pentru orice y, $x + y = 0$ (Or x este liber în $R(x)$).
Restricția (ii) nu previne situația cînd variabilele sînt libere în definiendum, dar nu în definiens, deci putem accepta ca definiție.

$$Q(x, y) \Leftrightarrow x > 0$$

Putem găsi o echivalență care are același conținut logic și aceleași variabile libere atît în definiendum cît și în definiens. (La fel stau lucrurile cu toate cele ce au mai multe variabile libere în definiendum decît în definiens.) În acest caz formula devine:

$$Q(x, y) \Leftrightarrow x > 0 \,\&\, y = y.$$

Restricția (iii). Aceasta previne două feluri de circularitate. Definiția următoare nu satisface criteriul de eliminabilitate:

$$R(x) \Leftrightarrow R(x)$$

Regulă pentru simbolurile-operatori

Notăm cu (E! w)S: „există exact un w astfel că S"
O propoziţie de forma D care introduce un simbol de operaţie n-ară o este o definiţie în T dacă şi numai dacă D este de forma:

$$o(v_1, \ldots, v_n) = w \Leftrightarrow S \text{ şi}$$

următoarele restricţii sînt satisfăcute:

(i) $v_1, \ldots, v_n$, w sînt variabile distincte,

(ii) S nu conţine alte variabile decît cele indicate: $v_1, \ldots$ v_n, w,

(iii) S este o formulă în care singurele constante nelogice sînt simbolurile primitive şi simbolurile definite în prealabil în T,

(iv) formula (E! w) S este derivabilă din axiome şi definiţiile precedente din T.

Restricţia (iv) este justificată de pseudo-operaţia *:

$$x * y = z \Leftrightarrow x < z \,\&\, y < z$$

Din ea se deduce o contradicţie. Avem prin înlocuiri:

$1 * 2 = 3$ deoarece $1 < 3$ şi $2 < 3$
deci $1 * 2 = 4$ deoarece $1 < 1$ şi $2 < 4$

Ca urmare obţinem contradicţia:

$$3 = 4$$

(Operaţia nu este univoc definită).
Pentru operatori putem folosi ca relaţie identitatea (se înţelege, cu restricţia că este „identitate prin definiţie" şi nu simplă identitate).
Suppes reformulează regula:
O propoziţie cu identitate D care introduce un simbol de operaţie n-ară o este definiţie în T dacă şi numai dacă are forma:

$$o(v_1, \ldots, v_n) = t$$

și următoarele restricții sînt satisfăcute:

i) $v_1, \ldots, v_n$ sînt variabile distincte,

ii) termenul t nu conține alte variabile libere decît $v_1, \ldots, v_n$,

iii) singurele constante nelogice în t sînt simbolurile primitive și simbolurile definite ale teoriei.

Exemple de utilizare a identității avem în aritmetică (inclusiv în cea recursivă). Astfel cifrele: $2 = 1 + 1$, $3 = 2 + 1$ etc.

O problemă specială este aceea a definirii diviziunii x/y avînd în vedere că se impune o restricție față de zero pentru a nu genera contradicții. Forma definiției este foarte complicată:

$$\bullet(x_1, \ldots x_n) = y \Leftrightarrow \forall z[z = y \Leftrightarrow S(x_1, \ldots, x_n, z)] \vee [\neg \exists w \forall z(z = w \Leftrightarrow S(x_1, \ldots x_n, z) \& y = 0]$$

Problema definițiilor de formă condițională

O definiție condițională poate avea această formă:

$$F(x) \rightarrow (G(x) = \text{df. } H(x))$$

($G(x)$ este definit pentru a cînd are loc $F(a)$)

În general definițiile condiționale pot avea și formă de sistem (Kutschera):

$$F_1(x) \rightarrow (G(x) = \text{df. } H_1(x)),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$F_n(x) \rightarrow (G(x) = \text{df} \cdot H_n(x)).$$

Aci trebuie să se demonstreze că condiția:

$$F_i(x) \& F_k(x) \rightarrow (H_i(x) = \text{df} \cdot H_k(x)).$$

are loc pentru orice i, k din $1, \ldots n$, altfel ajungem la contradicție. Definițiile se aplică apoi la numele a pentru care are loc:

$$F_1(a) \vee \ldots \vee F_n(a).$$

Dacă vrem să arătăm că prin asemenea definiţii condiţionale G este complect definit trebuie să demonstrăm:

$$\forall x F(x), \text{ resp. } \forall x(F(x) \vee \ldots \vee F_n(x)).$$

Atunci însă putem da o formă explicită definiţiei:

$$G(x) = \text{df. } H(x), \text{ resp.}$$

$$G(x) = \text{df.} F_1(x) \& H_1(x) \vee \ldots \vee F_n(x) \& H_n(x).$$

Kutschera scrie că „definiţiile condiţionale sînt sau incomplete sau de prisos" (p. 148) (Condiţiile de „eliminabilitate" şi „noncreativitate" sînt numite de Kutschera „*Pascalischen Kriterien*").

Grzegorcyk dă următoarea formulare pentru definiţiile condiţionale. Un simbol F este introdus în mod condiţional într-un limbaj L dacă şi numai dacă:
(i) formulele:

$$\forall(x_1, \ldots x_n) \ (\beta(x_1, \ldots x_n) \rightarrow \exists z \alpha(x_1, \ldots, x_n, z))$$

$$\forall(x_1, \ldots x_n) \ \forall(z, v)(((\beta(x_1, \ldots x_n) \& \alpha(x_1, \ldots x_n, z) \& \\ \& \alpha(x_1, \ldots x_n, v)) \rightarrow z = v)$$

sînt teoreme în L,
(ii) F nu apare anterior în L,
(iii) F şi definiţia condiţională:

$$\forall(x_1, \ldots x_n, y)(\beta(x_1, \ldots x_n) \rightarrow (y = F(x_1, \ldots x_n) \equiv \\ \equiv \alpha(x_1 \ldots x_n, y)))$$

sînt adăugate la L.
Ultima condiţie poate fi formulată şi astfel:

$$\forall(x_1, \ldots, x_n) \ \beta(x_1, \ldots x_n) \rightarrow \alpha(x_1, \ldots x_n, F(x_1, \ldots x_n)).$$

Regulă pentru operaţii (formulare după Suppes)

O implicaţie C care introduce un nou simbol de operaţie o este o definiţie condiţională în T dacă şi numai dacă C este de forma:

$$H \rightarrow [o(v_1, \ldots, v_n) = w \Leftrightarrow S]$$

și următoarele restricții sînt satisfăcute:

(i) variabila w nu este liberă în H,
(ii) variabilele $v_1, \dots v_n$, w sînt distincte,
(iii) S nu are alte variabile libere afară de $v_1, \dots v_n$, w
(iv) S și H sînt formule în care singurele constante nelogice sînt simbolurile primitive și simbolurile definite în prealabil,
(v) formula $H \rightarrow (\text{E}!\, w)S$ este derivabilă din axiomele și definițiile precedente ale teoriei.

Suppes arată că aceste definiții sînt uneori preferabile (de ex. pentru simplitate), dar nu satisfac în general criteriul de eliminabilitate, deși îl satisfac în cazurile mai interesante (cele care satisfac ipoteza).
Astfel definiția pentru diviziune poate lua forma simplă:
Dacă $y \neq 0$ atunci $x/y = z \Leftrightarrow x = y \cdot z$.

Evident, nu putem elimina semnul diviziunii din egalitatea:

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{0}.$$

O problemă specială a definițiilor formale este aceea a *independenței* simbolurilor primitive.
Principiul (criteriul) de independență a două simboluri a fost schițat de Padoa: pentru a dovedi că un simbol primitiv dat este independent de celelalte găsim două interpretări ale axiomelor astfel că simbolul primitiv dat are două interpretări în timp ce toate celelalte au una. Suppes numește aceasta „principiul lui Padoa”. El îl exemplifică astfel.
Fie axiomele preferinței:

A_1 Dacă $xPy \,\&\, yPz$ atunci xPz,
A_2 Dacă $xIy \,\&\, yIz$ atunci xIz,
A_3 Are loc numai una din xPy, yPx, xIy.

Dorim să arătăm că P este independent de I.
Fie domeniul de interpretare $\{1, 2\}$, I — identitatea, P — $<$ sau $>$ (două interpretări).
Conform cu prima interpretare avem: $1P2$ deoarece $1 < 2$ și deci prin A_3 nu $2\,P\,1$

În a doua: $2 P 1$ deoarece $2 > 1$ şi deci nu $1 P 2$
Dacă P ar fi definibil în termeni de I atunci P ar avea aceeaşi interpretare ca I (adică identitatea) or el nu este de aceeaşi interpretare.
P. Suppes precizează principiul. Defineşte mai întîi dependenţa. Vom spune că R (relaţie n-adică) este dependent de alte simboluri primitive dacă formula $R(v_1, \ldots, v_n) \Leftrightarrow S$ poate fi derivată din axiome cînd:

(i) $v_1, \ldots v_n$ sînt distincte,
(ii) singurele variabile în S sînt $v_1, \ldots v_n$,
(iii) singurele constante nelogice care apar în S sînt alte simboluri primitive ale teoriei.

(Se observă legătura cu introducerea unui nou simbol).

Reformularea principiului independenţei

Demonstrarea faptului că R este independent de altele cere să găsim două interpretări ale teoriei (adică ale axiomelor) astfel că:

(i) Domeniul ambelor interpretări să fie acelaşi,
(ii) Interpretările sînt aceleaşi pentru celelalte simboluri,
(iii) Dacă „R_1" şi „R_2" sînt două interpretări pentru R atunci ele trebuie să fie diferite în sensul că există elemente $x_1, \ldots x_n$ în domeniu astfel că:

(a) „$R_1(x_1, \ldots x_n)$" este adevărată şi
(b) „$R_2(x_1, \ldots x_n)$" este falsă.

Presupunînd că R ar depinde de alte simboluri am avea formula

(1) $$R(x_1, \ldots x_n) \Leftrightarrow S$$

care ar fi derivabilă din axiome.
Vom avea deci conform cu R_1, R_2:

(2) $$R_1(x_1, \ldots x_n) \Leftrightarrow S_1,$$

(3) $$R_2(x_1, \ldots x_n) \Leftrightarrow S_2.$$

Deoarece toate simbolurile cu excepţia lui R au aceeaşi interpretare vom avea:

(4) $$S_1 \Leftrightarrow S_2.$$

Din (2), (3), (4) deducem:

(5) $$R_1(x_1, \dots x_n) \Leftrightarrow R_2(x_1, \dots x_n)$$

ceea ce contrazice punctele (a) şi (b) din (iii) şi deci supoziţia de dependenţă nu are loc.
Putem proceda analog pentru celelalte simboluri: constante individuale, semne pentru operaţii. O aplicaţie la operaţii este următoarea:
Fie P, o şi axiomele:

$$A_1. P(x) \& P(y) \rightarrow P(x \circ y)$$
$$A_2. P(x) \& \neg P(y) \rightarrow \neg P(x \circ y)$$
$$A_3. x \circ y = y \circ x$$

Alegem ca domeniu numeric pe Z şi notăm cu subscripte interpretările lui o: $\circ_1$, $\circ_2$. Ca urmare avem:

$P_1(x) \Leftrightarrow P_2(x) \Leftrightarrow x$ este un întreg par:

$$x \circ_1 y = x + y$$
$$x \circ_2 y = x + y + 2.$$

Ambele interpretări satisfac axiomele. Independenţa lui o decurge din faptul că avem:

$$1 \circ_1 2 = 3$$
$$1 \circ_2 2 = 5 \neq 3.$$

Semne pentru clase În vederea introducerii prin definiţie a semnelor pentru clase se utilizează un operator analog cu cel al descripţiei, anume λ — operator („operatorul abstracţiei")
Astfel de definiţii au forma:

$$K = \lambda(x_1, \dots x_n) \quad \varphi(x_1, \dots x_n, \ F_1, \dots F_k)$$

(unde $n = 1, 2, \dots p$; $k = 1, 2, \dots m$).
Astfel mulţimea numerelor naturale pare se va defini:

$$P = \lambda x(x \in N \& \mathrm{Div}(x, \ 2)).$$

Regula de excludere corespunzătoare va fi:

$\forall(x_1, \dots x_n) \ [\varphi_i(x_1, \dots x_n, F_1, \dots, F_k) \equiv G_i[x_1, \dots x_n, K]$
(unde G_i este o expresie care conţine pe K).

De exemplu în cazul definiţiei noastre semnul P poate fi eliminat din $Q \subset P$ prin

$$Q \subset \lambda x(x \in N \,\&\, \text{Div.}\ (x,\ 2))$$

Fără îndoială că noua expresie este mai complicată, mai puţin comodă. În *Combinatory logic* H. B. Curry propune un algoritm general de eliminarea obiectelor nou introduse. Acest algoritm presupune două reguli: a) regula de introducere, b) regula de eliminare.

Există două cazuri de extindere a unui sistem: imediat din „obiectele iniţiale" şi „nu imediat". Considerăm un sistem S pe care-l extindem

Simboluri: $p,\ q,\ r,\ \ldots \subset,\ o,\ (,\ )$

Reguli de formare:

1) $p,\ q,\ r,\ \ldots o$ sînt formule,

2) dacă A, B sînt formule $(A \supset B)$ este formulă.

Reguli de introducere a noi semne:

(1) $$\urcorner A \equiv (A \supset 0),$$

(2) $$A \vee B \equiv ((A \supset B) \supset B),$$

(3) $$A \,\&\, B \equiv \urcorner(A \supset \urcorner B).$$

Fie în sistem avem:

$$((p \vee q) \supset r) \,\&\, (\urcorner(p \vee q) \supset r)$$

O notăm prin X. Fie apoi $y_1 : ((p \vee q) \supset r)$; $y_2 : (\urcorner(p \vee q) \supset$ $\supset r)$.

Atunci X va fi: $y_1 \,\&\, y_2$.

Problemă: putem prin regulile de introducere (1) — (3) să reducem x imediat la obiectele lui S_0? Dacă nu putem face o reducere directă trebuie să găsim un „lanţ reductiv". Y_1 nu poate fi redus direct.

Convenim să-l reprezentăm astfel:

$$\supset (\underbrace{\vee(p,\ q)}_{y_3},\ r),$$

La rîndul său Y_3 (prin regula (2)) este: $(p \supset q) \supset q$, iar $Y_1 : ((p \supset q) \supset q)) \supset r$.

În acest fel Y_1 s-a redus la o formulă inițială.
Cum excludem pe Y_2? Îl reprezentăm astfel:

$$\supset (\underbrace{\neg(p \vee q)}_{Y_4},\ r).$$

Eliminăm mai întîi $p \vee q$ (conf. cu reg. (2)). Aplicăm apoi regula (1) și obținem:

$$((p \supset q) \supset q) \supset 0.$$

Ca urmare x va avea forma:

$$\&(Y_1,\ Y_2).$$

Pentru a elimina „&" trebuie să formăm negația lui Y_2 apoi unim cu $((p \supset q) \supset q) \supset r$ (adică cu Y_1) prin $\supset$ și eliminăm semnul $\neg$ prin regula (1).
În final avem:

$$[((p \supset q \supset q \supset r) \supset (p \supset q \supset q \supset 0 \supset r \supset 0)) \supset 0].$$

O formulă complicată. De aci se vede importanța „prescurtărilor". Se înțelege, acestea sînt „prescurtări" numai în sistemul formal deoarece la interpretare ele devin definiții reale.
Acum se formulează regula generală de introducere:

$$\varphi(A_1, \ldots A_n) \equiv Z \text{ (unde } n \geqslant 0).$$

Regulă de eliminare[40]:

$$X \doteq Y \,\&\, Y \doteq (\ldots U \ldots) \& U \equiv \varphi(A_1, \ldots, A_n) \,\&\, \varphi(A_1, \ldots A_n) \equiv$$
$$\equiv B \,\&\, Y' \equiv Y(\ldots B \ldots) \rightarrow X = Y'$$

($\doteq$ este semnul pentru „are semnificația", „desemnează").

Definiții inductive și recursive

Sînt două clase de definiții în teoriile formalizate — primele au rostul să introducă obiecte, celelalte să definească valori. Legătura dintre ele este strînsă. Procesul de recursie se bazează pe procesul de inducție, dar definițiile inductive pot fi tratate într-un sens ca definiții recursive ale „corectitudinii" formulelor. (Altfel spus ele ar defini predica-

---

[40] Vezi D. P. GORSKI, *op. cit.*

tul „formulă corectă" sau „obiect corect".) Dacă procesul inductiv presupune o complicare succesivă pornind de la obiecte iniţiale, procesul recursiv presupune o găsire a valorii expresiilor prin revenirea de la complex la simplu, prin „reducerea" complexului la simplu.

Definiţiile recursive (ca dealtfel şi cele inductive) sînt specifice logicii şi matematicii.

Există două clase de funcţii recursive: „clasa funcţiilor recursiv-primitive" şi „clasa funcţiilor general-recursive". Pentru clasa funcţiilor recursiv-primitive se consideră trei funcţii iniţiale: constantă, succesor şi de identificare. Alte funcţii se obţin din acestea prin schema de substituţie şi scheme speciale de recursie.

Noţiunea de funcţie recursiv-primitivă este definită implicit prin schemele:

(I) $\varphi(x) = x'$,

(II) $\varphi(x_1, \ldots, x_n) = q$,

(III) $\varphi(x_1, \ldots x_n) = x_i$,

(IV) $\varphi(x_1, \ldots x_n) = \psi(\chi_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots \chi_m (x_1, \ldots x_n))$,

(Va) $\begin{cases} \varphi(0) = q \\ \varphi(y') = \chi(y, \varphi(y)), \end{cases}$

(Vb) $\begin{cases} \varphi(0, x_2, \ldots, x_n) = \psi(x_2, \ldots x_n) \\ \varphi(y', x_2, \ldots, x_n) = \chi(y, \varphi(y, x_2, \ldots, x_n), x_2, \ldots x_n). \end{cases}$

Fie D domeniul şi C codomeniul funcţiei. Considerăm patru feluri de funcţii (cu N — numere, V — valori logice $\{v, f\}$):

1) aritmetice $(N \to N)$

2) predicate $(N \to V)$

3) funcţii de adevăr $(V \to V)$

4) funcţii reprezentative (tip gödelian, $V \to N$)

Pentru unificare vom nota $\{v, f\}$ respectiv cu $\{1, 0\}$, în aşa fel că formal avem funcţii:

$N \to N,\ N \to \{0, 1\},\ \{0, 1\} \to \{0, 1\},\ \{0, 1\} \to N$

Pentru aplicarea schemelor respective vom ţine seama **de** cîteva condiţii:

a) **dacă** argumentele funcţiei diferă vom avea funcţii diferite,

b) orice constantă este o funcţie la limită,

c) literele x_1, x_2, ... x_n nu înseamnă variabile (schemele sînt metateoretice), ci pur şi simplu locul 1, locul 2, ... locul n (altfel spus: argumentul 1, argumentul 2, ... argumentul n) în aşa fel că x dintr-o parte poate să fie sau nu ocupat de aceeaşi valoare (ori variabilă) în altă parte a formulei,

d) un loc x poate să fie şi vid (chiar dacă scriem x).

Cu aceste condiţii obţinem o aplicare mai simplă a schemelor decît aceea dată de ex. de Kleene (*Introducere în metamatematică*).

Trecem acum la exemplificări. Introducem pe 0 ca funcţie constantă

$$Z(x) = 0$$

(aci locul x este vid, este doar aparent).

Aceasta nu exclude posibilitatea ca într-un alt domeniu funcţia să poată căpăta o interpretare obişnuită (de ex. $Z(x) = x - x = 0$ în sistemul numerelor întregi).

Următoarea funcţie va fi succesor:

$$S(x) = x + 1$$

(unde unu se presupune definit $1 = 0'$).

Această funcţie este un fel de adunare specială, ,,adunare cu unu". Altă funcţie (funcţia de identitate) va fi tot un caz special de adunare, ,,adunarea cu zero".

În fine, în vederea exemplificării schemei (IV) introducem ,,adunarea de x, y" (unde $y \neq 0$).

Aceste identităţi ar putea fi înlocuite cu definiţii logice mai complicate în care ar putea să intervină şi echivalenţa.

Schema adunării indicate va fi:

$$x + S(x) = S(x + y).$$

Scris în formă funcţională avem:

$$+(x, \ S(x)) = S(+(x, y)).$$

Conform cu condiţia a) de mai sus

$S(x) \neq S(+(x, y))$ (adică funcţiile diferă ca structură). Să aplicăm schema (IV) la acest exemplu:

$\varphi(x_1, x_2)$ corespunde cu $+(x, S(x))$
$\psi(\chi_1(x_1, \ldots x_n), \ldots \chi_m(x_1, \ldots x_n)$ corespunde cu $S(+(x, y))$ unde pentru $\varphi(x_1, x_2)$ locul x_1 e ocupat de x, locul doi de $S(x)$, iar pentru $\psi(x_1, x_2)$, locul lui ψ este ocupat de S, locul lui χ de $+$, iar locurile x_1, x_2 respectiv de x, y. (Se observă că $m = 1$.)
O altă exemplificare este prin ,,produs de x, y''($y \neq 0$)

$$\times(x, S(y)) = +(\chi(x, y)).$$

Schemele (Va) pot fi exemplificate prin definiţiile adunării şi înmulţirii. Iată schema adunării:

$$x + 0 = x$$
$$x + S(y) = S(x + y).$$

Această schemă constă dintr-o reunire a schemei identitate şi a schemei de tipul IV. Caracteristica schemei (IVa) este că ea poate fi iterată (aplicată repetat).
Adunarea definită conform cu schema (Va) este disjuncţie slabă între definiţia ,,adunării cu zero'', şi ,,adunare de x, y''($y \neq 0$). Pe scurt:
Adunare = adunare de $(x, 0)$ sau adunare de (x, y) (cu $y \neq 0$)
(Orice $y \neq 0$ este un succesor de z, adică $S(z)$).
Ca urmare pentru a rezolva o adunare de (x, y) ($y \neq 0$) va trebui să rezolvăm succesiv:

(1) adunare cu 0,
(2) adunare cu 1.

Deoarece definiţia recursivă a adunării dă valoarea adunării pentru orice argumente ea defineşte în mod general funcţia $+$ pe N. De remarcat este că în calcul se ia ca referinţă o variabilă şi alta se consideră dată (,,parametru''). De ex. în $x + y$ dacă x e dată se spune că se face „inducţie după y''.
Fie $x = 2$, $y = 3$, avem de calculat $2 + 3 =$?
Conform cu definiţia lui 3 avem:

(1) $3 = 2 + 1 = (1 + 1) + 1 = 1 + 1 + S(0)$,
(2) $1 + (1 + S(0)) = 1 + SS(0) = SSS(0) = SSS0$,

(3) $2 + 3 = 2 + S(SS0) = S(2 + SS0) = SS(2 + S0) =$
$= S(S(S(2 + 0) = S(S(S(2))) = SSS\ 2,$
(4) $S(S(S(2))) = S(S(3)) = S(4) = 5.$

În (1) şi (2) am aplicat regulile de definiţie a cifrelor, în (3) regula $x + 0$ şi regula $x + Sy = S(x + y)$ în mod repetat.

Ex. $2 + 0 = 2$ (prima regulă din schemă)
$S(2 + SS0) = S(S(2 + S0))$ (regula a doua)
În (4) am aplicat din nou definiţia cifrelor.

Am definit mai sus funcţia „sumă".
O funcţie care se întîlneşte adesea este „signum de x" (adică „punere de semn pe lîngă număr"):

$$sg\ x = \begin{cases} 0 & \text{dacă } x = 0 \\ + & \text{dacă } x > 0 \\ - & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$$

Pentru semnificaţii naturale ea e definită astfel:

$$\text{sg}\ x = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x = 0 \\ 1, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$$

O funcţie corelată cu ea este $\overline{\text{sg}}\ x$ (coincide cu $1 - \text{sg}\ x$):

$$\overline{\text{sg}}\ x = \begin{cases} 1, & \text{dacă } x = 0 \\ 0, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$$

Aceste două funcţii satisfac respectiv schemele de recursie:

$$\text{sg}\ 0 = 0 \qquad \overline{\text{sg}}\ 0 = 1$$
$$\text{sg}\ (x + 1) = 1 \qquad \overline{\text{sg}}\ (x + 1) = 0.$$

Pentru diferenţă se introduce o restricţie, adică o diferenţă care este definită pe întreg domeniul numerelor naturale şi este notată cu $\dot{-}$.
Definiţia ei este:

$$x \dot{-} y = \begin{cases} x - y & \text{dacă } x \geqslant y \\ 0 & \text{dacă } x < y. \end{cases}$$

Schema de recursie este:

$$x \dot{-} 0 = x$$
$$x \dot{-} (y + 1) = (x \dot{-} y) - 1.$$

Pentru logică este interesant să definim şi funcţiile: max (a, b), şi min (a, b).
$\min (a, b) = b \dot{-} (b \dot{-} a)$,
$\min (a_1, \ldots, a_n) = \min (\ldots \min(\min (a_1, a_2), a_3) \ldots, a_n)$,
$\max (a, b) = (a + b) \dot{-} \min (a, b)$.
Definiţiile recursive ale funcţiilor de adevăr sînt:

$$\neg p = 1 \dot{-} p,$$
$$p \,\&\, q = \min (p, q),$$
$$p \vee q = \max (p, q),$$
$$p \rightarrow q = \begin{cases} 1, & \text{dacă } p \leqslant q \\ 0, & \text{dacă } p > q, \end{cases}$$
$$p \equiv q \cdot = \begin{cases} 1, & \text{dacă } p = q \\ 0, & \text{dacă } p \neq q. \end{cases}$$

Schema (IV) se numeşte „definiţie prin substituţie". Schemele (V) sînt scheme complexe (am exemplificat deja cazul (Vb)).
Schemele (Va) sînt „fără parametri", iar (Vb), „cu parametri".
Definiţiile prin recursie au luat mai sus forma unor „ecuaţii" (adică au fost date analitic), însă noi putem să le formulăm ca reguli obişnuite, de exemplu, în cazul funcţiilor de adevăr. Definim conjuncţia:

$p \,\&\, q = 1$ dacă şi numai dacă $p = 1$ şi $q = 1$,
$p \,\&\, q = 0$ dacă şi numai dacă $p = 0$ sau $q = 0$.

De observat că adoptarea notaţiei aritmetice pentru adevăr şi fals ne dă posibilitatea să asociem funcţiile de adevăr cu funcţiile aritmetice.

Aspecte ale definiţiilor în limbajele neformalizate

Un interes deosebit prezintă şi problema definiţiei în limbajele neformalizate. Se ştie că aci ne întîlnim cu o mulţime de dificultăţi, dintre care enumerăm următoarele:

a) distincţia între termeni univoci şi termeni plurivoci, b) distincţia între termeni precişi şi termeni imprecişi (existînd diferite categorii de termeni imprecişi), c) distincţia între termeni cognitivi şi termeni prescriptivi, d) distincţia între termeni cu semnificaţie directă (concretă) şi termeni cu semnificaţie indirectă (abstractă, ideală), e) distincţia între termeni constanţi şi termeni variabili. Este necesar să adoptăm o concepţie generală cu privire la definiţia termenilor (a cuvintelor) din limbajele intuitive. Propria noastră concepţie am expus-o în cartea *Filozofie şi logică*. Am formulat cu această ocazie opt principii pe care le considerăm satisfăcătoare pentru a adopta o atitudine realistă în problema definiţiei termenilor. Redăm acest fragment:

„(1) să urmărim evoluţia istorică a termenilor (care sînt principalele semnificaţii date în cursul evoluţiei ştiinţei respective);

(2) să cercetăm care este în principal conţinutul la care ei sînt aplicaţi şi ce „oscilaţii" mai importante există în jurul acestui conţinut (deci să stabilim ceea ce aş numi «nucleul de semnificaţie»);

(3) dat fiind că un termen are istoriceşte seria de semnificaţii $S_1, \ldots S_n$, să urmărim ce raporturi există între semnificaţiile respective (ce este comun şi ce este diferit);

(4) pe baza celor arătate să încercăm a stabili:

a) regulile de utilizare a termenului; b) o descriere mai corectă a semnificaţiei sale (obiectul desemnat) în raport cu părţile componente şi cu domeniile învecinate;

(5) să lăsăm deschisă posibilitatea unor noi generalizări. Dar regulile (1) — (5) sînt de ordinul unu căci ele sînt subordonate unor principii ale semanticii pe care le putem formula astfel:

(6) terminologia să fie introdusă astfel încît să asigure comunicarea între oameni (ceea ce se poate realiza prin introducerea unor «reguli de traducere» în limbajul comun mai multor oameni)—aceasta este «problema externă»;

(7) să asigure rezolvarea de probleme în domeniul asupra căruia se constituie limbajul ce cuprinde respectivii termeni (ceea ce se poate realiza prin «reguli precise de utili-

zare morfo-sintactică») — aceasta este «problema internă»; (8) în comparație cu alte sisteme terminologice să satisfacă anumite condiții de eficiență (în «problemele interne» și «externe»"[41]).

În vederea adoptării unei atitudini cît mai realiste putem introduce încă următoarele principii:

(1) Fie t_1, t_2, . . ., t_n o mulțime de termeni (respectiv noțiuni) pe care-i supunem discuției. Acești termeni generează un sistem semantic S_1.

(2) Sistemul S_1 confruntat cu o realitate empirică R indicată nesistematic prin termeni practici sau reprezentări rezolvă o clasă de probleme P_k dar nu rezolvă (așa cum ne-am aștepta) clasa P_l.

(3) Pentru a rezolva o clasă de probleme mai largă propunem următorul sistem de termeni S_2 (definit prin următoarele reguli de corespondență cu termeni practici, comuni, cu reprezentări).

(4) Pentru a nu ne îndepărta de certitudinea luată în sensul ei intuitiv vom ține seama de diferite obiecții și vom porni de la o bază cît mai ireproșabilă. Orice generalizare se va efectua în mod prudent și treptat de la această bază.

(5) Criteriul de acceptare a sistemului S_2 este eficiența (cu cît rezolvă mai bine și mai multe probleme cu atît este mai eficient).

(6) Pentru a evita neînțelegerile este necesar să evităm alegerea în S_2 de termeni de largă circulație (cu semnificații „încetățenite"), adică să evităm *redefinirea* de expresii prea comune, dacă domeniul este același sau foarte apropiat. (De exemplu, ar fi contraindicat să redefinim în chimie semnificația cuvîntului „moleculă" limitînd-o la „molecule de elemente radioactive".)

Este lucru cunoscut că expresiile (cuvintele, termenii și chiar propozițiile) au semnificații multiple. Așa cum am spus deja distingem „tipuri de semnificație" și „semnificații în cadrul aceluiași tip". Noi ne-am limitat la semnificația cognitivă, dar vom fi obligați uneori să luăm în considerație și alte tipuri.

---

[41] GH. ENESCU, *Filozofie și logică*, Ed. științifică, București, 1973, pp. 27—28.

Problema comunicării (sub raport cognitiv) impune condiţia univocităţii expresiei cel puţin în context. Presupunînd că un context dat este univoc atunci orice expresie în respectivul context va fi univocă.

Deci dacă $C[x]$ este univoc, atunci x este univoc în C. Dincolo de context însă expresiile pot să aibă sau nu semnificaţie univocă, adică ele pot să fie „plurivoce".

Fenomenul plurivocităţii nu este însă monotip, există diferite feluri de plurivocitate: a studia felurile de plurivocitate şi a propune măsuri pentru asigurarea univocităţii (în context) este una din principalele sarcini ale logicii şi în special ale teoriei definiţiei.

Plurivocitatea poate să fie determinată pur şi simplu de schimbarea semnificaţiei sau de imposibilitatea de a o preciza în genere.

În primul caz avem: 1) semnificaţii fără legătură, 2) semnificaţii care au o anumită legătură între ele (de exemplu o simetrie). În al doilea caz, avem semnificaţie cu extensiune imprecisă (ex. „semnificaţii statistice") sau semnificaţii „gradate" (ca în cazul conceptelor vagi, *fuzzy*).

Considerînd cuvîntul „broască" el poate să desemneze *broasca de la uşă* sau *broasca din lac*. Între aceste semnificaţii nu există nici o legătură. Dimpotrivă cuvîntul „lege" care se poate referi la o lege naturală, la expresia ştiinţifică a legii naturale sau la o convenţie juridică nu are semnificaţii întîmplător asociate, între ele există o anumită legătură sistematică, tocmai de aceea astfel de termeni vor fi numiţi „sistematic ambigui".

Cazul cel mai frecvent de ambiguitate sistematică este cazul „autonimiei" cînd un cuvînt este folosit pentru a se autodesemna; ex. (2) „omul are patru litere" este o propoziţie în care „omul" se autodesemnează (îşi este propriul său nume). Din context se deduce ce fel de semnificaţie are. Într-adevăr expresia (2) implică (presupune) că numai expresiile pot să fie compuse din litere. Ca urmare „omul" se referă la sine.

Există cazuri în care între două cuvinte nu există o delimitare clară, nu se ştie exact unde sfîrşeşte aplicarea unuia şi unde începe aplicarea celuilalt. Tipice sînt în limba română cuvintele „legume" şi „zarzavaturi". Nici un

dicţionar nu a izbutit să le delimiteze. Iată definiţiile date în dicţionar:

„Legumă = nume generic dat plantelor agricole de la care se consumă în alimentaţie de obicei partea vegetativă sau fructele înainte de maturitate" (M.D.E., p. 530). „Zarzavat = Grup de plante legumicole de la care se consumă în special frunzele" (M.D.E., p. 1009)[42].

S-ar părea că semnificaţia cuvîntului „zarzavat" este cuprinsă în semnificaţia cuvîntului „legumă". Este în acest caz morcovul legumă sau zarzavat? Fasolea uscată este sau nu legumă? În aplicaţie, „morcovul", „păstîrnacul", „pătrunjelul" (rădăcina) sînt „zarzavaturi pentru supă", nu legume.

Oricine ştie ce să cumpere cînd i se spune: „cumpără zarzavaturi pentru supă!". Pe de altă parte nu cred că ne-am decide uşor să numim spanacul „zarzavat". Trebuie să admitem că între „legume" şi „zarzavat" există o interferenţă de semnificaţie astfel că fiecare în parte nu poate fi bine definit dar împreună da. În loc să definim în parte vom defini conjuncţia „legume şi zarzavaturi". Nu întîmplător în popor aceste două cuvinte sînt utilizate cel mai adesea împreună. Putem da schema: $L \& Z \rightarrow E$ (E = extensiunea).

Dar care este porţiunea din extensiune pentru L şi care pentru Z nu e clar. Există x astfel că sîntem mai înclinaţi să considerăm că $x \in L$ şi există x astfel că sîntem mai înclinaţi să considerăm că $x \in Z$, ceea ce putem spune sigur este:

$$x \in (L \cup Z).$$

Un caz interesant în sfera semnificaţiilor corelate este cel al seriei istorice de cuvinte ca de exemplu termenii „atom":

atom = atom_1 sau atom_2 sau ... sau atom_n

Mai precis:

atom = atom democritic sau atom epicureian sau atomul lui Dalton sau atomul lui Bohr sau ...

---

[42] M.D.E. = *Mic dicţionar enciclopedic*, 1972.

Alt caz interesant este acela în care unul și același cuvînt este raportat din diferite puncte de vedere la același obiect. Avem sau nu aceeași semnificație?

Fie cuvîntul „om". Acest cuvînt se despică în: „om din punct de vedere biologic", „om din punct de vedere filozofic", „om din punct de vedere social-politic", „om din punct de vedere psihologic" ș.a. Legătură între semnificații există, dar trebuie să considerăm că au chiar aceeași semnificație? Există atîtea semnificații cîte puncte de vedere avem relativ la obiect? (De notat este că avem două probleme: a) raportarea a *n* cuvinte la *m* semnificații, b) raportarea unui cuvînt la *m* semnificații.)

O altă problemă a definirii unor termeni (respectiv noțiuni) este dificultatea de a găsi uneori trăsătura caracteristică (definitorie). În acest caz se apelează la ceea ce se numește „descriere". Descrierea se bazează pe următorul principiu: în multe cazuri o intersecție de însușiri generale poate să dea o însușire caracteristică. Cu cît numărul de însușiri generale (esențiale) este mai mare cu atît probabilitatea ca intersecția să fie caracteristică este mai mare.

Schematic (fie x o constantă):

Dacă $F_1(x) \& F_2(x) \& \ldots \& F_n(x)$ atunci $x =$
$$= \text{df.} (\iota y)\, F_1 F_2 \ldots F_n(y)$$

În biologie se folosesc adesea descrierile.

Să analizăm definiția „insectei" dintr-un dicționar de biologie[43].

Insecte = „clasă de artropode antenate (1), care cuprinde 4/5 (mai mult de un milion) din speciile de animale cunoscute (2), au apărut probabil în devonian, spre carbonifer (3), au corpul acoperit cu chitină (exoschelet) care este divizat în 3 regiuni: cap, torace și abdomen (4), la cap se găsesc ochii simpli și compuși, o singură pereche de antene și piesele aparatului bucal (5), toracele cuprinde 3 segmente cu trei perechi de picioare (hexapode) și în general 2 perechi de aripi (6), abdomenul tipic cuprinde 11 segmente (pterigotele superioare cu zece segmente), avînd

---

[43] TEOFIL CRĂCIUN, VIRGINIA CRĂCIUN, *Mic dicționar de biologie*, Ed. Albatros, București, 1976.

la partea terminală ovopozitor (la femele) sau aparat copulator (la masculi), (7), au sexele separate, iar dezvoltarea post-embrionară este rar directă şi se desfăşoară la majoritatea insectelor prin metamorfoză (8), aparatul bucal sau armătura bucală — alcătuit din următoarele piese chitinoase: buza superioară sau labrum, buza inferioară sau labium, două mandibule, şi două maxile — este adaptat la apucat şi rupt, supt, înţepat etc. (9), cei doi ochi sînt mari, compuşi din mai multe elemente vizuale numite omatidii, care au la exterior faţete hexagonale, (10), sistemul nervos este ganglionar scalariform (11), tubul digestiv, prevăzut doar cu glande salivare este adaptat pentru hrană de natură vegetală sau animală (12), respiraţia este traheană, iar aparatul circulator cu sînge incolor are rol doar în transportul substanţelor hrănitoare şi în excreţie (care se face prin tuburi Malpighi) (13)". Iată deci (13) trăsături date pentru descrierea insectelor.

Să analizăm mai îndeaproape aceste trăsături:

1) dă genul proxim,
2) dă o însuşire a clasei *ca întreg* (ea nu poate caracteriza fiecare element în parte),
3) indică o relaţie genetică (tipul apariţiei),
4) indică structura în mare a corpului,
5) caracterizează forma capului,
6) caracterizează toracele,
7) caracterizează abdomenul,
8) caracterizează sexul,
9) caracterizează aparatul bucal,
10) caracterizează ochii,
11) caracterizează sistemul nervos,
12) caracterizează tubul digestiv,
13) caracterizează respiraţia şi circulaţia.

Însuşirile (2) şi (3) caracterizează clasa (colectivitatea) nu fiecare individ în parte, însuşirile (4) — (13) sînt anatomice şi fiziologice (corpul ca întreg şi părţile esenţiale). Însuşirile (2) şi (3) nu sînt predicative, ele depind deja de „clasă ca întreg". Unele însuşiri au loc pentru cele mai multe cazuri (pot exista şi excepţii care uneori sînt prevăzute), exemplu însuşirea (10) (ochi simpli sau compuşi).

Dacă însuşirile de individ vor fi numite „indicatori" vom avea indicatorii: $\hat{I}_3 - \hat{I}_{13}$. Ca urmare:
Insecte $= \lambda x\ \hat{I}_3(x) \& \ldots \& \ \hat{I}_{13}(x)$.
Dacă am putea da toţi indicatorii de bază din biologie, să zicem $\hat{I}_1, \ldots \hat{I}_n$ (indicatori anatomici şi fiziologici), atunci problema definirii s-ar reduce în cazul taxonilor (claselor de fiinţe) la combinarea indicatorilor.
Să luăm două clase A şi B şi să presupunem că le-am definit astfel:

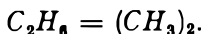
$$A = \lambda x \ \ \hat{I}_1(x) \& \ \hat{I}_2(x) \& \ \ldots \& \ \hat{I}_k(x), \ \ i \in \{1, \ 2, \ldots, k\}$$
$$B = \lambda x \ \ \hat{I}_1(x) \& \ \hat{I}_3(x) \& \ \ldots \& \ \hat{I}_m(x), \ \ i \in \{1, \ 3, \ 5, \ldots m\}$$

(unde m este număr impar).
Tendinţa de a da astfel de definiţii există în genetică. Problema dificilă care se pune este aceea a corespondenţelor dintre „definiţiile dintr-un plan" (ex. „genetic") şi cele din alt plan (ex. „anatomo-fiziologic"). Am văzut că în descriere se amestecă punctele de vedere:

— clasa ca întreg cu clasa ca pluralitate (deci clasa cu elementele ei),
— însuşirile generale cu însuşirile statistice,
— aspectele istorice cu cele structurale.

Ar fi util ca în ştiinţele descriptive să se introducă o anumită ordine în acest sens.
Vom reveni asupra problemei definiţiei în biologie cu ocazia analizei clasificării. (Orice definiţie delimitează o clasă.)
O problemă specială (mai ales pentru ştiinţele cu caracter descriptiv) este problema terminologică (a „nomenclaturii").
Se pot adopta diferite sisteme de reguli de nomenclatură. Pe noi ne interesează numele compuse care au caracter descriptiv (în sensul că prin structura lor spun ceva despre entităţile la care se referă). Acesta este cazul chimiei. Vom împărţi termenii în „nominali" (cei care numesc fără a descrie) şi „descriptivi" (cei care cuprind indicaţii cu privire la proprietăţi). Termenii nominali în chimie sînt H, C, O etc., termeni descriptivi CH_4, CH_2 etc.
Termenii descriptivi („formule chimice") au dublă semnificaţie — calitativă şi cantitativă, adică ei cuprind descrierea felului elementelor, cît şi a proporţiei lor.

După tipul de semnificație formulele chimice se împart în a) brute, b) moleculare, c) structurale. O formulă brută redă natura elementelor, precum și raportul cantității dintre atomii elementelor. Fie „CH_4" (formula metanului). Ea ne indică prin structura sa: a) că metanul constă din carbon (C) și hidrogen (H) și b) că proporția este de 4 atomi de H la un atom de C[44].
O formulă moleculară redă natura elementelor și numărul total al atomilor de fiecare fel care intră în combinație. Astfel formula etanului este C_2H_6 (2 atomi de $C + 6$ atomi de H). Există un raport între formula brută și cea moleculară, de ex. formula etanului este multiplu de doi în raport cu formula sa brută $(CH_3)_2$



$$C_2H_6 = (CH_3)_2.$$

În acest caz formula moleculară poate fi definită prin formula brută. O formulă structurală redă natura elementelor, numărul atomilor de fiecare fel și legătura dintre ei. Uneori substanțele au aceeași formulă moleculară, dar se deosebesc în ce privește formula structurală. Astfel dimetileterul și etanolul sînt „izomeri" și cu aceeași formulă moleculară C_2H_6O, dar au formule structurale deosebite $CH_3—O—CH_3$ și respectiv $CH_3—CH_2OH$.
Conchidem de aci că unele substanțe pot fi definite într-un fel, dar pot să fie sau nu definite în alt fel.
Denumirea substanței poate să cuprindă sau nu definiția ei. *Vom considera ca termen propriu numai pe acela care cuprinde definiția.* Formulele moleculare ale dimetileterului și etanolului nu sînt definitorii deci ele nu sînt „nume pentru substanțele date" ci exprimă doar proprietăți (cu caracter mai general).
Reguli de nomenclatură există și în formarea denumirilor pentru numere. Aceste reguli determină tipul de „sistem de numerație". Cînd regulile de nomenclatură țin seama de specificul semnificației, putem spune că ele sînt *reguli de definire.*
În sistemul zecimal avem: a) reguli de corelare a *formei* cu puterea mulțimii, b) reguli de corelare a poziției semnu-

---

[44] Exemple citate după C. RABEGA, M. RABEGA, *Chimie pentru admitere în facultate,* București, 1973.

lui (în combinaţie) cu rangul mulţimii. Astfel 23 exprimă: 2 elemente de rangul 2 + 3 elemente de rangul 1. Termenul „23" se consideră definit dacă el poate fi format pe baza regulilor generale ale sistemului de numeraţie. Pentru a evita echivocul vom spune „23 în sistemul S_n" (sau „23 este definit în sistemul S_n"). În general vorbind, vom spune „$x_1x_2 \ldots x_k$ este definit în S_n" (unde $k \geqslant 1$, iar S_n este cel mai mic sistem care conţine pe $x_1, \ldots x_k$ sau orice sistem mai mare ca acesta).

Se vede că raporturile dintre forma semnelor şi conţinutul lor (semiotic) sînt în aceste cazuri formalizate.

În acest fel, pe baza unui număr de termeni elementari („nominali") putem forma prin reguli generale termeni compuşi („descriptivi") care conţin propria lor definiţie, sau a căror definiţie se poate deduce din reguli generale de nomenclatură.

Cum dispunem de limbaje paralele — de ex. limbajul special, limbajul vorbit, este de aşteptat că va exista o anumită legătură între modurile de formare a termenilor în cele trei limbaje. Fie „23" în S_{10}. În limba română scrisă va fi „douăzeci şi trei", iar în cea vorbită sunetele corespunzătoare.

Formalizarea paralelă a modului de denotare dă posibilitatea traducerii imediate a termenilor. Nu toate regulile de nomenclatură formalizează „modul de desemnare", în multe cazuri (în viaţa socială, în biologie) nu există o asemenea formalizare. Datorită faptului că cea mai potrivită formă de definiţie este legată de tipul de entitate care urmează a fi definită este important ca înainte de a propune definiţia să stabilim cu ce tip (categorie) de entitate avem de-a face.

Apoi o definiţie aparţine unui anumit nivel logic (sau/şi lingvistic) şi nu poate fi utilizată decît la acel nivel. De exemplu, definiţia unei ştiinţe („matematica", „fizica" etc.) strict vorbind nu se dă în limbajul ştiinţei (L), ci în metalimbaj (ML). Vom reţine în acest caz că:

(1) definiţia ştiinţei este o metapropoziţie,

(2) ea nu poate fi postulată în L,

(3) nu poate fi dată în L,

(4) nu poate fi derivată în L,
(5) ea se referă la anumite relaţii ale lui L (ca întreg) cu un sistem de obiecte sau/şi de metode.

Nu dorim să intrăm în chestiuni epistemologice, ne limităm doar la observaţia că definiţia are ca funcţie *delimitarea* entităţilor şi nu orice definiţie este suficientă pentru a ne ajuta să *identificăm* entităţile. Pentru aceasta sînt necesare adesea *reguli speciale de aplicaţie*.

CUM CLASIFICĂM ?

În logica tradițională se studiază două operații aflate în raport invers „diviziunea și clasificarea". Se consideră că diviziunea se operează asupra noțiunilor și că ea descompune noțiunea în specii. Ea „dezvăluie sfera noțiunilor". Alți autori spun că „diviziunea enumeră obiectele sau clasele de obiecte pe care le denotă termenul". Diviziunea este deci raportată la „sfera noțiunii" (sau la „extensiunea termenului").

Problema care se pune este dacă această „descompunere" este o *operație creatoare* sau nu.

Să presupunem că este creatoare. În acest caz noi am descoperi speciile în momentul diviziunii. Or speciile sînt distinse după anumite „criterii" și „proprietăți" (distincția „criteriu-proprietate" vom discuta-o ulterior). De exemplu, dividem genul uman după criteriul culorii: alb, galben, negru. Însă, evident, nu putem găsi speciile „alb", „galben", „negru" ca date, căci mulțimile se constituie prin intermediul elementelor lor. *Cineva trebuie să fi parcurs elementele și să fi văzut că ele se grupează cel mult după aceste trei culori.* Pe de altă parte, să considerăm „elementul chimic" (ca gen). Diviziunea conține „clase provizoriu vide" (sau „locuri vide" în clase). În acest caz există clase (sau elemente) care în principiu nu pot fi „parcurse" (enumerate) *la un moment dat.* Rezultă că noi urmărim cu consecvență un criteriu abstract (și respectiv o proprietate) fără a ne interesa de existența sau de cunoașterea *ca atare* a elementelor (a speciei).

Totuși criteriul trebuie să fi fost sugerat de observații (pe cale inductivă). Este suficient să intuim o proprietate P pentru a produce diviziunea pur formală:

$$P(x) \vee \neg P(x).$$

Această diviziune pur formală este „dihotomie". Pentru diviziunea în n clase avem nevoie de n proprietăţi P_1, $P_2, \ldots, P_n$, aceste proprietăţi sînt disjuncte:

$$P_1(x) + P_2(x) + \ldots + P_n(x).$$

Observăm că trecerea de la individual la general trebuie să stea pe primul loc. Cu alte cuvinte pentru „a divide" trebuie „să grupăm" (după cum în aritmetică trebuie să ştim întîi adunarea şi apoi vom putea face împărţirea). Operaţia de „grupare a obiectelor în mulţimi" va fi numită *clasificare*. Se înţelege că şi clasificarea presupune „o idee vagă despre întreg". *(Creighton). Clasificarea are însă indiscutabil un caracter creator.*

Asupra a ce se efectuează clasificarea, asupra obiectelor sau noţiunilor? Întrebarea nu este lipsită de sens deşi pare cam oţioasă. Răspunsul credem că este acesta: *clasificăm obiectele despre care avem o noţiune.*

Termenul „clasificare" poate avea mai multe semnificaţii: a) operaţie de grupare a obiectelor în clase, b) sistem de clase (de obiecte). Cînd spunem „grupăm obiectele" dăm impresia că facem acest lucru arbitrar, ca de exemplu cînd spunem „grupăm elevii în clase". Or clasificarea poate avea două sensuri: a) *dezvăluirea* claselor (ca în biologie, chimie), b) *formarea claselor* (ca în cazul amintit al grupării elevilor). Prima este „clasificarea naturală", a doua „clasificarea artificială". Se observă că pentru a studia clasificarea trebuie să studiem mai întîi ce sînt „mulţimile" şi „cum formăm mulţimi".

Ca urmare vom trece în revistă o serie de cunoştinţe de teoria mulţimilor.

Teoria mulţimilor

Obiectele lumii înconjurătoare sînt grupate în mulţimi sau clase. Despre două obiecte oarecare vom spune că fac parte din aceeaşi mulţime dacă ele au aceeaşi proprietate.

Fie să notăm cu litere mici $a, b, c \ldots x, y, z$ obiectele, cu $F, G, H, \ldots P, Q, R, \ldots$ proprietăţile (însuşiri sau relaţii) şi cu $A, B, C, \ldots M, N$, mulţimile.

O mulţime M este totalitatea obiectelor x, care satisfac o proprietate (dată) P.

Simbolic: $M = \{x \mid P(x)\}$ (citeşte: „acei x astfel că $P(x)$").

Astfel proprietatea „acid" delimitează *mulţimea acizilor* — mulţimea acizilor fiind formată din acele substanţe chimice care au proprietatea *de a fi acizi*.

Faptul că proprietatea şi mulţimea sînt numite cu cuvinte înrudite (sau chiar cu acelaşi cuvînt) este un lucru firesc. Vom spune despre un obiect x care face parte din mulţimea M că este „element" al mulţimii M şi vom scrie:

(1) $$x \in M$$

(citeşte: „x aparţine lui M" sau „x este element al lui M").

Orice mulţime M este delimitată într-o mulţime mai largă numită univers (sau „mulţime totală"), o vom nota cu U. Vom spune deci: mulţimea M din U sau M (din U). De exemplu, mulţimea N de numere, unde numerele formează universul iar N o mulţime în acest univers U.

Proprietăţile în virtutea cărora am considerat obiectele în mulţimi au fost însuşiri care aparţin fiecărui obiect în parte. În logica tradiţională se consideră aproape fără excepţie doar astfel de proprietăţi şi deci astfel de elemente. Matematica modernă extinde însă noţiunea de proprietate şi deci şi pe acelea de element şi mulţime — anume se consideră ca proprietăţi şi *relaţiile* (ex. $a > b$). Ca urmare vom introduce pe lîngă elementele singulare, elemente formate din două obiecte, trei obiecte etc. În general vom spune că avem de-a face cu elemente „n-ade" (astfel spus n-uple) unde n este orice număr natural (finit). Astfel, *o pereche de căsătoriţi* va fi element al mulţimii căsătoriţilor.

Vom nota n-adele cu mai mult de un obiect în acest fel $< x_1, x_2, \ldots x_n >$.

Vom scrie în continuare:

(2) $$< x_1, x_2, \ldots, x_n > \in M.$$

Kuratowski a introdus în particular noţiunea de „pereche ordonată" $[a, b]$. Prin „$[a, b]$" înţelegem mulţimea $\{\{a\}, \{a, b\}\}$.

Tot în legătură cu elementele trebuie să precizăm că ele pot să fie la rîndul lor *mulțimi*, se înțelege că în acest caz sînt luate ca *întreg*. De ex. mulțimea *claselor de elevi*. Clasa de elevi este aci element. Așadar vom avea elemente singulare, elemente n-adice, elemente mulțimi.

Observăm că în ce privește natura proprietăților după care formăm mulțimile nu are importanță aci *dacă sînt esențiale sau nu*.

S-a presupus, pe de altă parte, în mod tacit că proprietățile sînt *bine definite*. Aceasta echivalează cu a spune că pentru orice obiect din univers noi putem spune (decide, cel puțin în principiu) dacă face sau nu parte din mulțimea dată

$$\forall x(x \in U)(x \in M \vee x \notin M)$$

Altfel:

$$\forall x P(x) \vee \neg P(x)$$

Dacă $P(x) = 1$ (adevăr) atunci $x \in M$.

Dacă $P(x) = 0$ (fals) atunci $x \notin M$.

Vom spune că $\varphi_M(x)$ este o funcție caracteristică pentru M și vom scrie:

$$\varphi_M(x) = \begin{cases} 1 \text{ dacă } x \in M \\ 0 \text{ dacă } x \notin M. \end{cases}$$

În continuare mulțimile pot fi studiate în direcțiile următoare:

a) operații de formare a mulțimilor, b) relații între mulțimi, c) operații cu elemente ale mulțimilor, d) relații între elemente, e) tipuri de mulțimi. Nu toate aceste aspecte vor fi studiate aci, ci numai acelea care interesează teoria clasificării.

Vom extinde în continuare noțiunea de *mulțime*.

Am arătat că dacă proprietățile sînt exact definite atunci vom putea spune pentru fiecare obiect din universul U dacă el aparține sau nu unei mulțimi M. Astfel spus disjuncția $P(x) \vee \neg P(x)$ *poate fi în general decisă*.

Totuși lucrurile nu stau întotdeauna astfel — există cazuri în care nu putem spune nici dacă $x \in M$, nici dacă $x \notin M$. Astfel, predicatul „a fi plantă'' nu este suficient de precis definit pentru a putea spune exact dacă unele micro-

organisme sînt sau nu sînt plante. Poziţia unor micro-organisme nu poate fi exact stabilită în acord cu proprietatea ,,a fi plantă'' (şi nici cu ,,a fi animal''). La fel proprietatea ,,a fi tînăr'' nu determină exact o mulţime. Vechiul ,,paradox al grămezii'' este legat tocmai de astfel de proprietăţi. Limitele mulţimii *nu sînt clare*, în cel mai bun caz noi putem să le impunem artificial.

Există apoi mulţimi cu caracter mai mult sau mai puţin ,,aleator'', de ex. mulţimea celor care vor reuşi la examenul de admitere. *Nu există nici o condiţie atît de certă încît să putem spune pentru vreun individ* $x \in M$ (şi resp. $x \notin M$).

Iată deci două noi cazuri de mulţimi:

a) mulţimi faţă de care nu toate elementele lui U pot fi decise,

b) mulţimi în care pentru fiecare element putem spune că aparţine cu o anumită probabilitate.

Primele vor fi *mulţimi vagi sau fazice* (de la cuvîntul englezesc *fuzzy*), *celelalte mulţimi aleatoare*.

Vom caracteriza *mulţimile fazice* prin ,,grade de apartenenţă'', iar mulţimile aleatoare prin ,,grade de probabilitate''.

Fie, de exemplu, *mulţimea tinerilor*. Vom putea spune că intervalul de ani [18—30] face parte din mulţimea tinerilor. Dar intervalul [30—35] nu poate fi, din principiu, decis. *Trebuie să vedem de la caz la caz*. Putem chiar să facem încă o diferenţiere între mulţimile în care nu putem decide *în genere* (ci de la caz la caz) şi mulţimile în care nu putem decide nici atunci *cînd ne aflăm în faţa cazului* (cum e cazul plantelor şi animalelor).

Observăm deci că ,,barierele'' între mulţimile de obiecte nu sînt totdeauna precise. Observînd promontoriile sau zonele fluxului şi refluxului, scrie C. Ville, ,,veţi întîlni, fără îndoială, fiinţe a căror apartenenţă la plante sau animale nu este uşor de stabilit...

Unii biologi chiar au propus să închidem asemenea forme intermediare într-un al treilea regn''[1].

---

[1] C. VILLE, *Biology* (trad. rusă), Moscova, 1959.

Vom nuanţa relaţia de apartenenţă astfel:

„x aparţine mai mult sau mai puţin lui M",
„x aproape aparţine lui M",
„este incert dacă x aparţine lui M",
„x aparţine lui M cu probabilitatea p".

Simbolic vom putea scrie:

$x \in_g M$ (x aparţine în gradul g lui M),
$x \in_p M$ (x aparţine cu probabilitate p lui M),
$x \in_i M$ (x aparţine incert lui M).

În legătură cu aceste forme de propoziţii terţul exclus trebuie aplicat, de exemplu, astfel:

$$x \in_g M \text{ sau } x \notin_g M$$

(x aparţine în gradul g lui M sau x nu aparţine în gradul g lui M).
Desigur, este greu sau imposibil de decis în genere, se decide în *context*. Analog pentru celelalte.

Exemple.

(1) x aparţine în mare măsură clasei tinerilor,
(2) x va face cu mare probabilitate parte din delegaţie,
(3) x este incert plantă (sau „nu este cert că x este plantă").

Toate mulţimile reale conţin un grad de imprecizie, mulţimile precise sînt *un caz limită, o idealizare. Nu în toate cazurile idealizarea dată este acceptabilă.*
Operaţii cu mulţimi. Există mai multe moduri de *a determina* (a delimita) mulţimi în univers.
1. *Complementarea.* O proprietate P divide universul U în două mulţimi

$$M = \{x \mid P(x)\}$$
$$\overline{M} = \{x \mid \neg P(x)\}$$

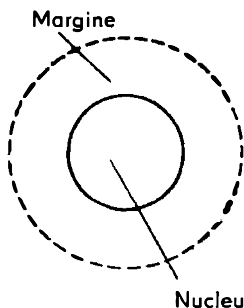
Astfel, în raport cu proprietatea „recursiv" funcţiile se împart în „recursive" şi „nerecursive".
Mulţimea $\overline{M}$ se va numi „complementară". Se poate ca mulţimea complementară să fie *omogenă* şi deci pozitiv

delimitabilă sau nu. De exemplu, în raport cu şirul natural proprietatea „par" divide şirul în două clase fiecare fiind omogenă: „pare" şi „impare". Dimpotrivă, proprietatea „vertebrat" nu generează o complementară omogenă. Dacă mulţimile sînt precise atunci şi delimitarea M, $\overline{M}$ este precisă, dacă ele sînt imprecise atunci şi delimitarea M, $\overline{M}$ este imprecisă.

Operaţia de formare a complementarei echivalează cu funcţia de asociere la fiecare univers în raport cu o proprietate P a unei perechi $\langle M, \overline{M} \rangle$.

Pentru mulţimile imprecise formarea complementarei are următoarele consecinţe. Fie M_g, M_p, M_i asemenea mulţimi. (ex. „Tînăr", „Trăgători în ţintă", „Plantă"). Pentru aceste mulţimi vom deosebi un *nucleu* şi o *margine*.

În cazul mulţimilor M_g nucleul va fi partea precisă, pentru M_p nucleul va fi partea cu *cea mai mare probabilitate* (practic certă), iar pentru M_i partea *certă* (decidabilă). Reprezentare:



Complementarea va fi notată şi cu CM. Deci $CM = \overline{M}$.

2. *Intersecţia.* Formăm o intersecţie prin gruparea elementelor comune unor mulţimi (M_1, M_2, ..., M_n).

Mulţimea *studenţilor sportivi* va fi o intersecţie a mulţimii studenţilor cu mulţimea sportivilor.

Notăm intersecţia cu $M \cap N$ („M intersectat cu N" sau „intersecţie de M cu N").

Intersecţia a două mulţimi M_g, N_g poate să fie o mulţime precisă sau nu, intersecţia a două mulţimi M_p, N_p este

o mulţime I_p, iar intersecţia a două mulţimi M_i, N_i poate fi precisă sau incertă. Mulţimea M_g poate fi considerată ca: 1) avînd margini nedefinite *în general*, 2) ca oferind posibilitatea *de alegere în particular*; iar mulţimea M_i este o mulţime cu: 1) margini *imprecise* şi 2) nu oferă posibilităţi de *alegere obiectivă* (ci doar convenţionale).

3. *Reuniunea*. Este operaţia de grupare la un loc a elementelor a două mulţimi ($M \cup N$), cu specificarea că M şi N pot avea şi elemente comune. Două mulţimi precise M, N dau o reuniune precisă, două mulţimi imprecise dau o reuniune imprecisă.

Dacă reuniunea e formată din mulţimi care nu au elemente comune atunci ea se va numi *excludere* sau ,,sumă disjunctă'' ($M + N$).

4. *Diferenţa*. Considerăm în fine operaţia *diferenţă* (M-N) unde se consideră o mulţime din care s-au scos elementele unei alte mulţimi.

5. *Produsul cartezian*. Este operaţia de formare a unor mulţimi de n-ade din mulţimi date $A_1, A_2, \ldots, A_n$ astfel:

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \{< x_1, x_2, \ldots x_n > | x_1 \in A_1 \ \& \ x_2 \in \in A_2 \ \& \ \ldots \& \ x_n \in A_n\}.$$

De exemplu, din mulţimea bărbaţilor (B) şi a femeilor (F) putem face mulţimea cuplurilor posibile ,,bărbat-femeie'':

$$B \times F = \{< x_1, x_2 > | x_1 \in B \ \& \ x_2 \in F\}.$$

Mulţimile imprecise vor da produse carteziene imprecise. Este important acum să observăm că putem face operaţii cu tot felul de mulţimi în conformitate cu tabelul următor:

	M	M_g	M_p,	M_i
N	*	*	*	*
N_g	*	*	*	*
N_p	*	*	*	*
N_i	*	*	*	*

Avem în total 16 combinaţii posibile. Se înţelege că prezintă interes fiecare dintre ele. În mod tradiţional se fac numai operaţii O(N,M).

Relații. Pe lîngă relația fundamentală ($\in$) vom considera relațiile:

a) de incluziune, b) de identitate, c) de corespondență, d) de echivalență.

Acestea sînt relații între mulțimi, dar putem considera și relații între obiecte în genere:

a) similitudine ($\approx$), numită și „asemănare",

b) identitate ($=$), c) diferență ($\neq$), d) de ordine ($\prec$) ș.a.

(Sigur, nu intrăm aci în teoria generală a relațiilor, ci ne oprim la acele relații pe care le considerăm utile în contextul nostru.)

Relațiile între mulțimi.

Incluziunea ($M \subset N$) poate fi *strictă* cînd mulțimea N conține elemente în plus, deci cînd:

$$N - M \neq \emptyset \text{ (unde } \emptyset \text{ este mulțimea vidă)}$$

Ea poate fi apoi nestrictă, cînd:

$$N - M = \emptyset$$

Identitatea $M = N$ are loc atunci cînd M și N au exact aceleași elemente.

Corespondență. Nu există o singură relație de corespondență, ci o clasă de asemenea relații. O astfel de relație înseamnă asocierea de elemente din două mulțimi, astfel că ele stau în *relație* exclusiv în virtutea faptului că au fost asociate, de exemplu „x este asociat cu y".

Asocierea se poate face după anumite reguli și atunci obținem diferite feluri de corespondență.

Iată tabelul corespondentelor posibile (după numărul de asociați)

M	N
0	0
0	1
1	0
1	1
n	1
1	n
n	m

a) (0,0) — corespondentă (asociere vidă),
b) (0,1) — element fără asociat în M,
c) (1,0) — element fără asociat în N,
d) (1,1) — asociere de 1—1,
e) $(n,1)$ — asociere de n cu 1,
f) $(1,n)$ — asociere de 1 cu n,
g) (n,m) — asociere de n cu m la întîmplare ($n \neq m$ sau $n = m$).

Un interes deosebit prezintă:

a) corespondenţa univocă (n — 1) şi
b) corespondenţa biunivocă (reciprocă) (1—1).

Mulţimile $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ şi $\{b_1, b_2\}$ pot fi puse în corespondenţă univocă astfel:

$$a_1 \rightarrow b_1$$
$$a_3 \rightarrow b_1$$
$$a_2 \rightarrow b_2$$
$$a_4 \rightarrow b_2$$

(deci după regula: numerelor impare li se asociază obiectul cu număr impar, iar celor pare obiectul cu număr par). Mulţimile $\{a_1, a_2, a_3\}$ şi $\{b_1, b_2, b_3\}$ vor fi asociate biunivoc:

$$a_1 \rightarrow b_1$$
$$a_2 \rightarrow b_2$$
$$a_3 \rightarrow b_3$$

(adică după regula: i cu i).

Echivalenţa mulţimilor. Două mulţimi aflate în corespondenţă biunivocă sînt echivalente. (Echivalenţa trebuie deosebită de identitate.)

Relaţii între obiecte. Avem relaţii între două sau mai multe obiecte, simbolic: xRy, $R(x_1, x_2, \ldots x_n)$.
O relaţie poate avea loc într-un univers de n-uple care este un *produs cartezian*, iar totalitatea n-uplelor (n-adelor) care realizează relaţia este o submulţime a produsului cartezian numită *graf*.
Este important să distingem proprietăţile formale ale relaţiilor:

a) reflexivitate (xRx),

b) simetrie $(xRy = yRx)$,
c) tranzitivitate $((xRy \& yRz) \rightarrow xRz)$.

(În caz că aceste proprietăţi nu au loc vor fi marcate cu negaţie sau cu prefixul „anti".)
Clasificăm relaţiile în funcţie de proprietăţi astfel:

a) relaţii de echivalenţă *(refl., sym., trans.)*,
b) relaţii de ordine ($\prec$) (cel mult reflexivă şi tranzitivă, şi cel puţin tranzitivă) şi
c) relaţii de preechivalenţă *(refl., sym.)*

Dacă relaţia de ordine este *refl.* şi *trans.* atunci este „slabă" (nestrictă), dacă este numai *trans.* atunci este „tare" (strictă). Vom nota cu $\preccurlyeq$ relaţia de ordine slabă, iar cu $\prec$ relaţia tare.
O relaţie specială este relaţia „parte-întreg". Vom conveni s-o notăm cu E: x E $\hat{I}$ (x este parte din întregul $\hat{I}$). Aceasta nu trebuie confundată cu relaţia de apartenenţă ($\in$) care este mai slabă, după cum întregul nu trebuie confundat cu simpla mulţime.

Notăm că egalitatea şi identitatea sînt relaţii de echivalenţă, incluziunea şi subordonarea sînt relaţii de ordine.
Operaţii relative la relaţii. Este important (în special pentru studiul topologic al mulţimilor) să considerăm în raport cu incluziunea două operaţii:

— extinderea (care are ca rezultat o „supramulţime") şi
— restrîngerea (care are ca rezultat o „submulţime").

Fie S şi respectiv Sb cele două mulţimi obţinute astfel:

Dacă $M \subset N$ atunci $\begin{cases} M = Sb(N) \\ N = S(M). \end{cases}$

Tipuri de mulţimi

Mulţimile pot fi clasificate după diferite criterii:

a) *Criteriul numericităţii.* Mulţimile diferă după „numărul de elemente", cu alte cuvinte fiecare mulţime este caracterizată de un „număr cardinal dat".

Noţiunea de „număr cardinal" se defineşte pe baza noţiunilor de „mulţime" şi „echivalenţă a mulţimilor".

Numărul cardinal al unei mulţimi M = mulţimea tuturor mulţimilor echivalente cu M. (Este suficient ca această relaţie de echivalenţă să fie luată într-un univers de „ordinul k".) Deci notînd cu C_M — cardinal de M vom scrie $C_M = \{X \mid X \sim M\}$ (unde „$\sim$" este semnul pentru echivalenţă). Dacă mulţimea este infinită atunci C_M va fi un „număr cardinal transfinit". Vom reţine principalele mulţimi după acest criteriu:

Mulţimea vidă: $(\emptyset)$. Def. $\emptyset = \{x \mid x \neq x\}$.

Mulţimea singulară, notată: $\{x\}$ (cu un singur element).

Mulţime finită: $\{x_1, \ldots x_n\}$ $(x \geqslant 1)$.

Mulţimea infinită: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots\}$.

Universul mulţimilor este o mulţime cu statut special. Problema statutului „universului" (sau „mulţimii totale") s-a complicat de cînd italianul Burali-Forti şi danezul G. Cantor au descoperit că se pot construi antinomii în legătură cu această noţiune. G. Cantor a formulat aşa-zisa antinomie a „mulţimii tuturor mulţimilor" *(Menge aller Menge)*.

b) *Mulţimi de diferite trepte (ordine)*. Orice mulţime va fi descompusă în submulţimi.

Submulţime = 1. mulţimea vidă,
2. orice mulţime de elemente din M (cu cel puţin un element în minus),
3. însăşi mulţimea M.

(Dacă avem numai cazul 2 atunci submulţimea va fi „strictă". Vom considera însă cazul 1—3.)
În raport cu submulţimile lui M vom distinge apoi conceptul de „mulţime potenţială" $(P(M))$.
$P(M)$ = mulţimea tuturor submulţimilor lui M.

$P(M) = \{N \mid N = Sb(M)\}$

Putem forma apoi mulţimi de trepte superioare unei mulţimi date, în primul rînd „supramulţimea" $S(M)$. $P(M)$ este o mulţime de treaptă superioară lui M.
O ierarhie se poate obţine în sensul „teoriei tipurilor".

a) Mulţimi de ordinul unu = mulţimi de indivizi.

(Aceste mulţimi sînt formate în „universul indivizilor" (U_i).)

b) Sisteme de mulţimi = mulţimi de mulţimi de ordinul unu.

(Universul acestor mulţimi este mulţimea tuturor mulţimilor de ordinul unu.)

c) Familie de mulţimi = mulţimi de sisteme de mulţimi.

d) În genere mulţimi de ordinul $k + 1$ = mulţimi de mulţimi de ordinul k.

Operaţii şi relaţii relative la elementele mulţimii. Dacă o mulţime este studiată din punctul de vedere al unor operaţii efectuate cu elementele ei, vom putea descrie „structuri algebrice" asupra mulţimilor, dacă mulţimea este studiată din punctul de vedere al relaţiilor dintre elemente (în special relaţii de ordine, vom putea descrie „structuri de ordine" şi, în fine, studiind mulţimea sub raportul operaţiilor bazate pe relaţii („subordonare", „supraordonare"), vom putea descrie „structuri topologice". O mulţime este închisă relativ la operaţiile asupra elementelor ei dacă avînd două elemente oarecare a şi b şi operaţia *, vom putea dovedi că:

$$a * b \in M \Leftrightarrow a \in M \,\&\, b \in M.$$

(Se studiază apoi relaţii între operaţiile şi relaţiile date.) Toate operaţiile, relaţiile şi proprietăţile studiate se extind apoi asupra tuturor felurilor de mulţimi cu modificările necesare. În continuare vom delimita două clase de concepte utile pentru clasificare: „concepte naturale" şi „concepte artificiale".

Primele sînt concepte care rezultă din studiul realităţii, celelalte sînt concepte care includ în delimitare condiţii convenţionale.

Distincţia „natural — artificial" este importantă pentru studiul clasificării.

Mulţimile în natură

Studiind mulţimile în genere noi n-am impus nici o condiţie proprietăţilor după care sînt grupate elementele. Astfel de proprietăţi pot fi naturale sau convenţionale, pot fi esenţiale sau accidentale. Dar ştiinţele naturii se interesează de mulţimile naturale, chiar dacă le pot studia cu ajutorul teoriei mulţimilor în genere.
Despre structura extensională a lumii înconjurătoare reproducem un frumos pasaj din cartea lui G. P. Thomson, *The Foreseeable Future*, citat după E. C. Berkeley, *Symbolic Logic and intelligent Machinas* (p. 55). ,,Lumea în care noi trăim are o particularitate atît de generală, de universală încît nu a atras atenţia cuvenită. Eu o numesc în lipsă de o definiţie mai bună «principiul producţiei de masă». Aceasta este tendinţa naturii spre repetarea aproape infinită a tuturor fiinţelor pe care le poate genera. Mai intuitiv decît oriunde se manifestă această tendinţă, evident, în lumea celor mai mici obiecte. În acea cantitate de cerneală de care e nevoie pentru scrierea unei litere într-o frază există atîţia atomi încît pot să fie distribuiţi cîte unu la toate fiinţele vii nu numai de pe pămînt, ci şi de pe toate planetele, la fel de dens locuite ca şi pămîntul, dacă asemenea planete ar exista de fiecare stea a galaxiei noastre. Dar în Univers există mai puţin de o sută varietăţi de atomi, iar înseşi aceste o sută de varietăţi constau dintr-un număr foarte mic (din două sau trei) particule elementare obişnuite — electroni, protoni, neutroni (dacă presupunem că acestea ultime sînt obiecte de-sine-stătătoare). La acest nivel toţi indivizii care formează mulţimi de obiecte sînt identici, faptul că aceste obiecte, în sensul strict al cuvîntului, nu sînt deosebite unele de altele reprezintă prin sine un principiu al teoriei cuantice, care poate fi pus în acelaşi rînd cu alte principii de imposibilitate. Obiectele mai mari nu sînt deja strict identice, dar ele sînt extraordinar de asemănătoare unul cu altul. Exemple care să confirme această propoziţie pot fi găsite atît în lumea vie cît şi în cea nevie: picăturile de ploaie, bacteriile ... Şi, deşi în fiecare caz poate exista o mulţime de specii diferite una din alta, fiecare din specii poate fi reprezentată de un astfel de număr că chiar matematicianul

cu sînge rece îl numeşte remarcabil, iar omul obișnuit — incalculabil. Deosebit de evident este acest lucru în lumea vie. Mesteacănul este una din specii formată dintr-o mulţime de varietăţi, care în esenţă sînt cu totul diferite şi care în acelaşi timp luate în totalitate se deosebesc de alte specii . . .

. . . Din punctul meu de vedere această multiplicitate reprezintă cea mai remarcabilă particularitate a universului aşa cum el se află în faţa noastră. Observatorul atent descoperă acest lucru chiar vizual, iar progresul în domeniul inventării de instrumente exacte şi în dezvoltarea cunoaşterii științifice dezvăluie această particularitate cu o evidenţă deplină şi izbitoare. Desigur, această reprezentare este condiţionată pînă la un anumit punct de sărăcia limbii noastre ; noi dăm denumiri claselor deosebite, dar întrucît la dispoziţia noastră se află numai un număr limitat de denumiri, clasificarea noastră este uneori întrucîtva arbitrară, de unde apare impresia de existenţă a unor specii precis definite acolo unde în genere poate nici nu există. *Totuși mai exact ar fi să se spună că în procesul devenirii sale limbajul nostru a fost influenţat de clasificarea naturală (s.ns.,G.E.).* **Avînd în** vedere că există grupe care pot fi distinse, fiecare dintre ele constînd din mulţimi de indivizi distincţi omul a inventat «universalele» care au jucat un rol atît de important în raţionamentele metafizicienilor . . .

Atomismul în cel mai larg sens al acestei noţiuni — producţia de masă realizată de natură — reprezintă prin sine cel mai adînc dintre adevărurile ştiinţifice".

Ar trebui să corectăm puţin textul autorului în ce priveşte „identitatea" particulelor elementare, însă considerăm că cititorul va lua afirmaţiile absolutizante cu rezerva necesară.

Clasele (mulţimile) sînt deci o particularitate a universului.

Cum se prezintă mulţimile în natură? În ştiinţă pornim de la *cazul ideal* caracterizat prin aceea că:

a) se dă o proprietate bine definită,

b) fiecare element al mulţimii satisface respectiva proprietate. Cel puţin aşa stau lucrurile în ce priveşte „mulţimile clasice" (= precise).

În realitate însă ar trebui să pornim de la cazurile imperfecte și să constatăm că există cel mult o tendință către mulțimea ideală, dar chiar și cele mai bine conturate mulțimi sînt departe de cazul ideal. Tocmai acest fapt a determinat introducerea unor „mulțimi imperfecte" în teoria modernă a mulțimilor.

Trebuie să acceptăm întotdeauna un grad de simplificare, de idealizare atît pentru a putea teoretiza cît și pentru a putea manipula practic obiectele.

În natură între mulțimi există adesea *treceri continui* sau treceri *imperceptibile* sau *cazuri nedefinite* (din punctul de vedere al mulțimilor date). Un „grad de subiectivitate" în delimitarea mulțimilor se impune adesea.

Cum grupăm (sau cum sînt grupate) obiectele în mulțimi, în clase?

Obiectele sînt grupate în clase pe baza relațiilor de „asemănare" (similitudine) și „deosebire".

Vom considera relația de asemănare ca fiind o relație de echivalență mai slabă decît identitatea; deosebirea va fi opusă asemănării (după cum diferența este opusă identității).

Identitatea este limita ideală a asemănării și vom opera cu ea numai în acest sens. Vom nota asemănarea cu $\approx$, iar deosebirea cu $\not\approx$.

Vom scrie:

a) $a \approx a$

b) $a \approx b \rightarrow b \approx a$

c) $(a \approx b \,\&\, b \approx c) \rightarrow a \approx c$

d) $a = b \rightarrow a \approx b$.

Spre deosebire de identitate asemănarea admite grade, asemănarea de gradul cel mai înalt fiind chiar identitatea. Relația de asemănare este o relație imprecisă. Vom presupune că gradele sînt cuprinse într-un interval $[0, \ldots, 1) \subset R$ și că fiecare număr în parte poate fi precizat după necesități. Asemănarea este *raportată strict la o mulțime de proprietăți* P, altfel este preechivalență.

Obiectele vor face parte dintr-o clasă dacă ele au același grad de asemănare dintr-un punct de vedere. De exemplu, animalele care se înmulțesc într-un mod asemănător vor face parte din aceeași clasă.
Vom spune deci că o multiplicitate de obiecte constituie o „clasă naturală" dacă:
a) obiectele au același grad de asemănare,
b) toate celelalte obiecte sînt sau pur și simplu deosebite sau nu au același grad de asemănare cu obiectele din multiplicitatea dată.
Cum stabilim că obiectele fac parte din aceeași clasă? Procedăm la *compararea* obiectelor (supuse simplei observații sau și experimentului), *abstragem* însușirile comune (însușiri cu un foarte înalt grad de asemănare, adică aproape identice, „practic identice") și *neglijăm* însușirile deosebite. Acest proces are caracter inductiv în sensul că:
1. se pleacă de la cazurile individuale,
2. se trece la un număr din ce în ce mai mare de cazuri,
3. la un număr suficient de mare de cazuri se rețin proprietățile comune ca proprietăți care delimitează o clasă.

Pe fiecare treaptă ceva se abstractizează (se reține) și altceva se neglijează.
Presupunînd că am reținut o proprietate P vom spune că „toate obiectele care satisfac proprietatea P fac parte din clasa K".
Se înțelege că în științele naturii sîntem interesați de faptul ca proprietatea P să fie importantă (adică esențială pentru obiecte sau cel puțin necesară sub un aspect practic). Dar noi nu sîntem interesați să obținem o singură clasă, ci să găsim clasele în care un univers de obiecte dat este divizat. Totalitatea claselor unui univers va forma „sistemul de clase", iar operația de descoperire a „sistemului de clase" se va numi „clasificare naturală". Deoarece în raport cu un univers U putem găsi un număr oricît de mare de „sisteme de clase" se impune să alegem *proprietățile* și *criteriile* de repartizare a obiectelor în clase. Ce sînt aceste proprietăți și criterii? — iată o problemă de bază.
Dar înainte de aceasta să facem o incursiune în domeniul social.

Mulţimile în domeniul social

Şi în domeniul social putem distinge „mulţimi naturale" şi deci putem opera cu clasificarea naturală. În domeniul social însă avem două feluri de fenomene: 1) fenomene în care voinţa şi conştiinţa omului sînt parţial antrenate, 2) fenomene care depind esenţial de voinţa şi conştiinţa omului. Din prima categorie vor face parte „grupele sociale" şi „grupele de evenimente istorice", din a doua categorie fac parte toate clasele *organizate* sau *produse* de om (ex. lucrurile artificiale).
Iată mulţimi din prima categorie: „naţiune", „popor", „clasa muncitoare" (şi în genere „clasele sociale"), „evenimentele din primul război mondial", „evenimentele din Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie", „evenimentele din timpul Războiului pentru independenţă", „evenimentele din anul 1940" ş.a. Şi iată mulţimi din a doua categorie: „partid", „organizaţie de masă", „grup de presiune", „grup de putere", „întreprinderi de producţie", („organizaţii de producţie"), „organizaţie comercială", „mijloace de producţie", „mijloace de consum", „şcoală" etc.
Mulţimile din prima categorie deşi implică voinţa şi conştiinţa ca dimensiuni importante sînt totuşi fenomene obiective şi deci „clase naturale", dimpotrivă mulţimile din a doua categorie sînt „clase artificiale" organizate de om în scopuri sociale precis definite.
În cele mai multe cazuri (cu excepţia obiectelor produse) avem clase „imprecise".
Dificultăţile încep cu *definiţia* (care indică proprietăţile caracteristice fiecărei mulţimi) şi sfîrşesc cu *alegerea criteriului*. Vom rezerva un paragraf special studiului clasificării în acest domeniu. Va trebui să distingem „nucleul" şi „marginile clasei".
Înainte de a trece la analiza clasificării este necesar să introducem în teoria mulţimilor noţiunea de ierarhie. B. Russell a formulat pentru reconstrucţia logicii şi matematicii aşa-zisa „teorie a tipurilor". Ea are destinaţia să elimine anumite contradicţii apărute în aceste domenii. Formulăm această ierarhie pentru *mulţimi* şi respectiv pentru *proprietăţi*.

1. Indivizii (fizici sau abstracţi) vor fi de tipul zero.
2. Clasele de indivizi (respectiv proprietăţile de indivizi) vor fi de tipul 1.
3. Clasele de clase de indivizi (respectiv proprietăţile de proprietăţi de indivizi) vor fi de tipul 2.
4. Clasele de clase de tipul k (respectiv proprietăţile de proprietăţi de tipul k) vor fi de tipul $k + 1$.

Această ierarhie este însoţită de reguli de permisie şi interdicţie de a forma entităţile (clase, proprietăţi):

(I) O clasă de tipul n nu poate fi formată decît din entităţi de tipul n-1 (clase sau dacă e tipul inferior, indivizi),
(II) O proprietate de tipul k nu poate fi aplicată decît la entităţi de tipul k-1 (proprietăţi sau indivizi).

Această ierarhie a fost deja în altă formă menţionată în „clasificarea mulţimilor". Notăm că în loc de „tip" putem folosi cuvintele „ordin", „nivel", „treaptă", „categorie".

Tipuri de clasificare

Se vorbeşte de clasificare „naturală" sau „artificială", „sintetică" sau „analitică" (aceasta mai este numită şi „diviziune").
1. Clasificarea naturală are ca scop *descoperirea ordinii în realitate*, clasificarea artificială are ca scop precumpănitor *introducerea* unei ordini.
Pentru clasificarea naturală este importantă distingerea între criterii esenţiale şi neesenţiale (ea căutînd, evident, pe cele esenţiale), pentru clasificarea artificială este suficient un criteriu *util* (indiferent dacă este esenţial sau nu).
Se distinge uneori între „clasificarea sintetică" (gruparea obiectelor începînd cu cele elementare şi terminînd cu întregul univers de obiecte) şi „clasificarea analitică" (descompunerea unui univers de obiecte în clase). Aceasta coincide cu distincţia tradiţională „clasificare-diviziune". Noi vom introduce încă distincţia: „clasificare teoretică"

(în scopuri teoretice) și „clasificare pragmatică" (în scopuri pragmatice). Între ele nu există o demarcație absolută — orice clasificare teoretică avînd implicit o destinație pragmatică, orice clasificare pragmatică avînd implicit un temei teoretic.
În politică, în diplomație clasificările au adesea un caracter pragmatic: *clasific astfel lucrurile deoarece îmi convinc cel mai mult acest mod de clasificare.*
Se mai poate distinge apoi între „clasificări perfecte" și „clasificări imperfecte" (vezi Goblot), „complete" și „incomplete" *(n.ns.,G. E.)*.

Categoriile clasificării

Vom utiliza următoarele categorii ale clasificării: 1. clasă, 2. proprietate a clasei, 3. criteriu de clasificare, 4. sistem de clasificare, 5. nivel de clasificare (ordin, tip).
În vederea studierii clasificării vom porni de la o schemă ideală de clasificare în funcție de care vom determina categoriile și vom introduce cazuri mai puțin perfecte.
Vom face două supoziții inițiale:
1) avem de-a face numai cu clase precise, bine definite,
2) putem considera (dacă dorim) toate obiectele din universul dat.
Fie U universul de obiecte individuale (indivizi în sens *fizic*, nu în sens abstract):

$$U = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}.$$

(Pentru moment presupunem că universul este finit, altfel ar trebui în supoziția 2) să-l considerăm „infinit actual".)
Fiecare obiect are o infinitate de proprietăți (pentru moment vom considera numai *însușirile*, nu și relațiile). Le notăm pentru fiecare obiect astfel:

$$Px_1 = \{P_1^1, P_2^1, \ldots P_k^1, \ldots\}$$
$$Px_2 = \{P_1^2, P_2^2, \ldots P_l^2, \ldots\}$$
$$\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$Px_n = \{P_1^n, P_2^n, \ldots P_m^n, \ldots\}$$

Are sens să vorbim de două proprietăți P_i^n, P_j^n ale unui obiect x, dacă $P_i^n \neq P_j^n$. Vom considera că $P_i = P_j$ (deci

că sînt identice) dacă şi numai dacă atît considerente teoretice cît şi considerente practice ne determină să spunem că sînt identice (nu intrăm în amănunte în acest sens). Pentru obiecte vom prefera să spunem că sînt *asemănătoare* ($x \approx y$) şi numai foarte rareori *identice* (despre două produse în serie vom putea spune şi că sînt identice). Relaţia de *asemănare* nu este precisă, vom defini-o deci astfel: Două obiecte x, y sînt asemănătoare ($x \approx y$) dacă şi numai dacă ele au *suficient de multe* proprietăţi *comune*. Termenul ,,comun'' îl presupunem intuitiv clar, el poate fi înţeles şi ca ,,identic'' în sensul indicat mai sus.

Vom spune: ,,proprietatea P_i a lui x este aceeaşi (identică) cu proprietatea P_j a lui y'' sau ,,x şi y au o proprietate comună P''. Pentru relaţia de *asemănare* (care este o relaţie de echivalenţă) putem introduce ideea de ,,grad de asemănare''. În acest caz vom spune ,,x este mai asemănător cu y decît cu z''. Putem nota această relaţie (triplă) astfel $\approx(x, y, z)$. Din context se va deduce deosebirea faţă de ($x \approx y$). Vom introduce în continuare noţiunea de ,,grup de obiecte''.

Prin aceasta se înţelege, evident, că x şi y au mai multe proprietăţi comune decît are fiecare în parte cu z.

1) Două obiecte x, y vor forma un *grup* în raport cu un obiect z dacă şi numai dacă $\approx(x, y, z)$. În loc de ,,formează acelaşi grup'' putem spune ,,fac parte din acelaşi grup''. Acesta este ,,grupul în sens relativ''. *Grupul absolut* va fi definit pur şi simplu în raport cu o mulţime de proprietăţi P (asemănare *modulo* P)

2) Două obiecte x, y vor forma un grup absolut dacă şi numai dacă $P(x) = 1$ şi $P(y) = 1$ (unde 1 este valoarea *adevărat*).

Logic, un grup cu n elemente (oricît de mare ar fi n) se poate reduce la grupul cu două elemente. Aceasta se obţine prin simpla iteraţie a definiţiilor (1) şi resp. (2).

Fie de ex. o mulţime cu 5 obiecte $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$. Vom proceda prin *comparaţie* luînd obiectele (conf. cu (1)) cîte două:

x_1 se compară cu x_2,

x_1 se compară cu x_3,

x_2 se compară cu x_3 etc.

Vom conchide (apoi) de exemplu că $\approx (x_1, x_2, x_3)$ şi vom forma grupul $\{x_1, x_2\}$.
Pentru a alătura alte obiecte grupului va trebui să apelăm la o altă relativizare a relaţiei de asemănare: „x şi y sînt la fel de asemănătoare cu z".
Simbolic: $\approx_i(x, y, z)$ (unde i denotă gradul de asemănare).
De aci putem restrînge relaţia: x, y sînt asemănătoare în gradul g (modulo P):

$$\approx_g(x, y)$$

Vom introduce apoi ca *principiu de adăugare* a unui obiect la un grup propoziţia:
3) Dacă $x_j \in K$ şi $\approx_g(x_l, x_j)$ atunci $x_l \in K$.
Putem însă avea situaţiile:

a) grupa obiectelor *la fel de asemănătoare*,
b) grupa obiectelor asemănătoare în intervalul I,
c) şirul ordonat de relaţia de $\approx(x, y, z)$.

Vom considera relaţia $\approx(x, y, z)$ ca fiind de ordine slabă, adică reflexivă şi tranzitivă — deci se poate spune $\approx(x, x, y)$ şi

$$\approx (x, y, z) \& \approx (y, z, u) \rightarrow \approx (x, z, u).$$

În cazul mulţimii $\{x_1, \ldots x_5\}$ noi putem avea, de exemplu, grupele:

a) $\{x_1, x_2, x_4\}$, $\{x_3, x_5\}$,
b) şirul $\approx (x_1, x_2, x_4, x_3, x_5)$.

Ceea ce se va citi: x_1 este mai asemănător cu x_2 decît cu x_4, x_2 este mai asemănător cu x_4 decît cu x_3 etc. Adică fiecare este mai asemănător cu succesorul său decît cu succesorul succesorului său. În acest şir se poate ca anumite intervale să difere ca grad de asemănare astfel ca obiectele din intervalul I să fie mai asemănătoare între ele decît cu obiectele din intervalul I'. Putem scrie astfel:

$$\forall xyz(\approx (x, y, z) \rightarrow x, y \in I \& z \in I').$$

Observăm dar că ideea de „grup (de obiecte asemănătoare)" se poate preciza astfel:
a) grup de obiecte la fel de asemănătoare,
b) şir de obiecte, dispuse în ordinea asemănării,
c) interval de asemănare.

Cînd ajungem să afirmăm o „discontinuitate în şir", pe care s-o declarăm *clasă* (autonomă)?

În primul rînd, cred că un criteriu natural ar fi acesta: *chiar şi cele mai deosebite obiecte din K_m sînt mai asemănătoare între ele decît în raport cu oricare obiect din K_n.* Acesta este un „interval natural" spre deosebire de „intervalul arbitrar" (pe care-l putem delimita în şir pur şi simplu convenţional). (Despre „intervalul arbitrar" vom vorbi la clasificarea artificială.) Apare însă o primă dificultate: numărul de obiecte este adesea atît de mare încît ele nu pot fi trecute în revistă. În acest caz se impune să ne oprim undeva şi să spunem: în virtutea gradului de asemănare (sau mai general, a relaţiei de asemănare) obiectele cutare formează un grup în universul U, invers: *orice obiect care se subsumează aceluiaşi grad de asemănare cu obiectele date va face parte din grupul dat.*

Pentru aceasta este util (sau chiar necesar al doilea criteriu).

Al doilea criteriu ar fi acesta: din mulţimea de proprietăţi P desprindem o proprietate care este *logic* corelată cu toate celelalte, fie P' o astfel de proprietate, atunci clasa va fi determinată ca mulţime de obiecte care satisfac această proprietate P'. (Procedeul nu este neapărat indiscutabil.) Grupul de obiecte format prin *inspecţie* va fi „nucleul empiric al clasei". A doua parte a clasei va fi formată prin „inducţie amplificatoare". *Proprietatea P' va fi o proprietate definitorie.* În cazuri foarte limitate (de exemplu pe un areal mic în biologie) ne putem mulţumi cu clase empirice.

Ar mai fi de făcut următoarele observaţii. În procedeul de mai sus noi am presupus (şi e firesc) să începem cu un obiect anume, să-l numim „obiect-referent" (în cazuri speciale va fi numit „obiect-tip" sau „paradigmă", vezi idealizările). Putem defini clasa în raport cu acest obiect referent x_r în felul următor:

$$K_i = \{x \mid \approx_g(x, \quad x_r)\}.$$

Această clasă va fi numită şi „clasa lui x_r" sau „clasa de echivalente a lui x_r". Biologii procedează în acest fel, aleg un organism sau pur şi simplu îl iau pe primul întîlnit şi formează o clasă de echivalente în raport cu x_r. Se vede

însă că acest x_r nu este necesar să rămînă un obiect de referinţă permanent şi că clasa este ulterior determinată sau în raport cu proprietăţile comune enumerate sau în raport cu o proprietate de bază (definitorie).

Whewell considera că „grupele naturale se stabilesc prin tip, nu prin definiţie". Se înţelege că autorul avea în vedere „definiţia" în sensul limitat de pe timpul său, deoarece tipul poate fi utilizat şi pentru definiţie. În cazul obiectelor artificiale *tipul* joacă un rol aparte pentru ceea ce se numeşte „tipologizare" (= clase de obiecte practic identice).

Pînă aci am arătat cum se formează clasele luate în parte, problema este însă de a forma un *sistem de clasificare* (respectiv sisteme). La popoarele primitive şi de regulă la începutul formării ştiinţelor nu există principii de clasificare pentru un întreg univers de obiecte. De aci avînd o mulţime de clase K_1, K_2, ... K_n se poate întîmpla ca între ele să fie cele mai ciudate relaţii; o ordine logică precisă, între clase, nu există. De exemplu, ele se pot exclude, se pot intersecta, se pot reuni, se pot subordona etc., totul la întîmplare, sub raport logic, deşi anumite convenţii pragmatice (ex. magice) pot fi prezente. O ordine ideală se obţine dacă clasificarea satisface condiţiile:

a) clasele se exclud între ele (deci pentru orice i şi j, $K_i + K_j$, altfel spus K_i, K_j formează o sumă logică),

b) $U = K_1 + K_2 ... + K_n$ (universul este egal cu suma logică a claselor). Vom vedea însă că aceste condiţii se cer precizate şi completate. Într-adevăr, clasa numerelor impare şi clasa numerelor iraţionale se exclud, dar de aci nu rezultă că ordinea lor este satisfăcătoare. Cele două clase sînt formate fără vreo comparaţie între ele. Pentru a putea fi comparate trebuie să le considerăm „din acelaşi unghi de vedere". Vor interveni în discuţie două noi concepte fundamentale „criteriu de clasificare" şi „nivelul de clasificare".

Criteriul de clasificare

Acest termen deşi frecvent utilizat nu este totdeauna clar înţeles (şi chiar manualele de logică îl lasă neexplicat). Spunem, de exemplu, că organismele sînt clasificate după

„criteriul morfologic" sau după „criteriul fiziologic". La prima vedere criteriul se confundă cu proprietatea (sau ansamblul de proprietăţi) după care obiectele au fost grupate în clase. Într-un sens limitat acest lucru este corect căci putem spune „criteriul de apartenenţă (sau neapartenenţă) a obiectului din U la o clasă K este proprietatea P. Astfel dacă $P(x) = 1$ atunci $x \in K$, dacă $P(x) = 0$ atunci $x \notin K$ (sau $x \in \overline{K}$).

Mai mult, pentru clasificarea dihotomică astfel că:

$$U = K + \overline{K}$$

această idee de „criteriu" este suficientă.

Dacă însă avem cazul:

$$U = K_1 + K_2 + \ldots + K_n$$

se înţelege că identificarea criteriului cu proprietatea nu mai este posibilă. Iată din biologie un exemplu extrem de instructiv. E. Mayr (1969) dă următorul sistem de criteriu de clasificare[2].

„*1. Morfologice:*

a) de morfologie externă; b) de structuri speciale (de exemplu, genitale); c) anatomice (de morfologie internă); d) embriologice; e) cariologice (sau alte caractere citologice).

2. Fiziologice:

a) factori metabolici; b) deosebiri seriologice, proteinice sau alte deosebiri biochimice; c) secreţii; d) factori determinînd *sterilitatea genică.*

3. Ecologice:

a) habitatul (sau gazda în cazul paraziţilor şi comensalilor); b) hrana; c) variaţii sezoniere; d) paraziţi; e) reacţii de gazdă.

---

[2] Se citează după P. BĂNĂRESCU, *Principiile zoologiei sistematice*, Ed. Academiei R.S.R., 1973.

4. Etologice :

a) jocuri nupţiale sau alte mecanisme etologice izolatoare ; b) alte tipuri de comportament.

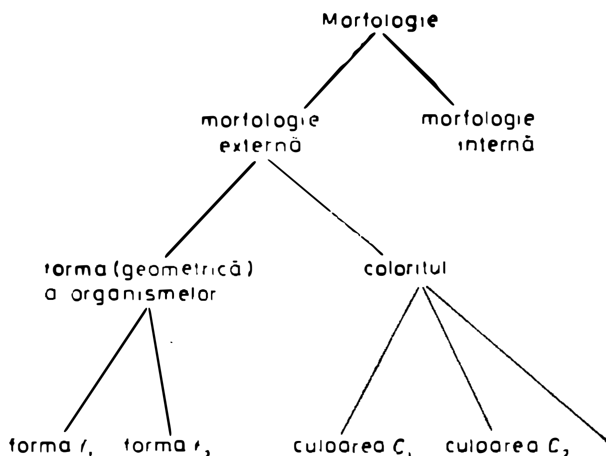
5. Geografice :

a) modelul general de distribuţie biogenetică ; b) relaţiile de simpatricitate sau alopatricitate" (p. 78).
Acest tabel este extrem de instructiv. Se observă că înainte de a clasifica organismele se face o clasificare ... *a caracterelor* (a proprietăţilor biologice) şi chiar a ... *criteriilor de clasificare!* Clasificarea organismelor se bazează în mod tacit pe clasificarea proprietăţilor („caracterelor") iar a caracterelor presupune chiar clasificarea criteriilor! O clasificare presupune alta ; pînă unde putem merge? Nu este aci un fel de cerc vicios? Ca să clasifici organismele trebuie să clasifici proprietăţile şi chiar criteriile, dar acestea se dezvăluie tocmai în încercarea de a face clasificarea organismelor! Răspundem astfel : 1) ca şi în cazul definiţiei şi demonstraţiei în clasificare trebuie să acceptăm deja un sistem de clasificare (de un *ordin* mai înalt), o „clasificare primă" (de ex. a criteriilor), 2) depăşirea cercului vicios se face prin „transcenderea claselor empirice" şi prin analiza logică (independentă). Să revenim însă la ideea de „criteriu". Pornim de la contexte ca acestea „clasificăm judecăţile după *cantitate*", „clasificăm elementele chimice după *greutatea* atomică", „clasificăm organismele după *morfologie* (sau *din punct de vedere* morfologic") ş.a. Din aceste contexte se deduce că „criteriul" este „unghiul de vedere" sau „punctul de vedere" sau „latura" sub care facem clasificarea, altfel spus „temeiul (fundamentul) clasificării".

În general vorbind, criteriul nu poate fi identificat cu *proprietatea.* Este o categorie logic superioară proprietăţii — este un „gen de proprietăţi", altfel spus o „clasă de proprietăţi".

În tabelul citat mai sus se observă că avem chiar în ultimul caz : „clasă de proprietăţi", de ex. „punctul de vedere morfologic" se descompune în : a) criterii de morfologie externă, b) de structuri speciale, c) anatomic ş.a.

Să schițăm această ierarhie:



Observăm că în această ierarhie proprietățile se află pe locul 1, în timp ce categoria „morfologic” ocupă locul 4 în ierarhie.

O proprietate este „a avea forma f_1”, alta „a avea forma f_2”. Se observă că aceste proprietăți sînt departe de a fi elementare, dimpotrivă sînt agregate (complexe) de proprietăți:

$$f_1 = P_1 \,\&\, P_2 \,\&\, \ldots \,\&\, P_n,$$
$$f_2 = P_1' \,\&\, P_2' \,\&\, \ldots \,\&\, P_m'.$$

Logic vorbind „conjuncția de proprietăți este o proprietate”.

Notăm doar cu titlu de curiozitate următoarele:

Fie K — conjuncție, P — mulțime de proprietăți, C — proprietatea absolută (formată din toate proprietățile de un anumit tip).

Putem formula condițiile topologice:

$$K(P_1 \cap P_2) = K(P_1) \cap K(P_2),$$
$$K(P) = P,$$
$$K(K(P)) = K(P),$$
$$K(C) = C.$$

După proprietățile P_1, $P_2, \ldots P_n$ vine „genul de proprietăți" $G = \{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$, de exemplu „forma geometrică a organismului".
Dacă există mai multe genuri $G_1, G_2, \ldots G_m$ putem forma o, să-i zicem, familie de proprietăți $F = G_1 \cup G_2 \cup \ldots \cup G_m$.
Dacă există mai multe familii, formăm un sistem de proprietăți:

$$S = F_1 \cup F_2 \cup \ldots \cup F_k.$$

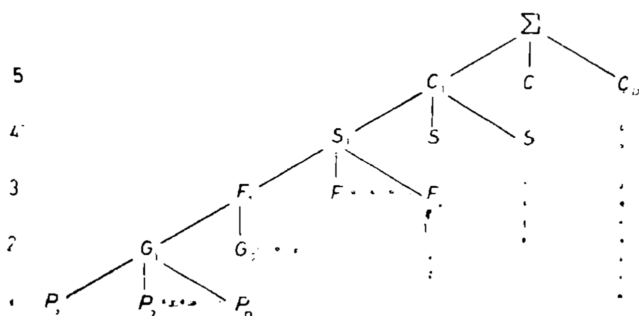
În fine, sistemele vor fi subordonate „categoriei" dincolo de care o mulțime de proprietăți nu mai poate trece. În cazul nostru avem categoria „morfologic":

$$C = S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_l.$$

Totalitatea categoriilor formează un „sistem de criterii":

$$\Sigma = C_1 + C_2 + \ldots + C_p$$

(unde „+" este disjuncția exclusivă a mulțimilor).
Refacem schema:



Ce este dar „criteriul"?
Din cele de mai sus rezultă că *criteriul* este o *categorie* de proprietăți sau, mai slab, o *mulțime de proprietăți de o anumită categorie*. O astfel de *mulțime de proprietăți* se poate afla pe oricare din treptele sistemului de criterii (Σ) începînd cu 1 și terminînd cu categoria (C): 1) pro-

prietăţi elementare, 2) genuri de proprietăţi elementare, 3) familii de proprietăţi etc.

Introducerea de denumiri pentru mulţimile de proprietăţi de extensiuni din ce în ce mai mari este o convenţie care ne-a fost inspirată, evident, de modul în care biologii fac acest lucru pentru clasificarea organismelor. Am ales în mod cu totul convenţional doar cinci nivele, schema are deci doar valoare de principiu.

Dispuse aşa cum am văzut, criteriile formează ele înşile un „sistem de clasificare". Înainte de a proceda la clasificarea obiectelor trebuie să dispunem de o clasificare a proprietăţilor (de ex. proprietăţi „morfologice", „fiziologice" ş.a.).

Pe scurt, apare că *clasificarea criteriilor precede clasificarea obiectelor*. (Obiectele şi criteriile fiind entităţi de diferite tipuri.) Cum criteriile sînt entităţi superioare obiectelor (individuale în cazul de faţă) putem spune la figurat că înainte de a face ordine perfectă la parter trebuie s-o facem la etaj, sau că „ordinea de pe pămînt presupune ordine în ceruri". Dar la „etaj" nu se poate face ordine decît după ce am reflectat asupra unei ordini improvizate spontan la „parter".

Considerînd că avem diferite „straturi de informaţie", vom mai spune că mai întîi se procedează spontan la improvizarea unei ordini în straturile inferioare după care reflectînd asupra acestei „experienţe" punem ordine (raţională) în straturile superioare şi revenim pe această bază la straturile inferioare.

Schemă :

Stratul 1 (ordine improvizată spontan).

Stratul 2 (ordine realizată prin reflecţie asupra stratului 1).

Stratul 1 (ordine în virtutea ordinii din stratul 2).

Ciclul se poate apoi repeta $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, ... cu consecinţa perfecţionării ordinii.

Să revenim la criterii. Reamintim că înţelegem prin „criteriu" mulţimea de proprietăţi de aceeaşi categorie. Cum o mulţime de proprietăţi se poate conjuga dînd o pro-

prietate, vom putea uneori vorbi de o ,,conjuncţie de proprietăţi" sau o ,,proprietate compusă de gradul *n*". Fiecărei trepte din tabelul 3 îi va corespunde o ,,proprietate complexă de gradul *n*" (*n* — treapta).
(Utilizarea unui termen sau a altuia va depinde de context.)
Una dintre iluziile lăsate de manuale şi de practica ştiinţifică este că clasificarea se operează numai asupra obiectelor individuale (de regulă fizice dar şi abstracte), ceea ce este evident greşit, deja clasificarea la nivelul criteriilor ne arată acest lucru.

Un logician nu se ocupă de obiecte individuale (cel puţin nu de obiecte date), ci de cele mai diverse categorii de abstracţii. În genere, vom numi *entităţi* toate cele supuse clasificării şi vom porni de la o ,,categorie de entităţi" (care în speţă poate fi un ,,univers de indivizi" sau un ,,univers de proprietăţi" ş.a.).

Fie C_1, C_2 . . . C_n criteriile.

1. Două criterii de acelaşi grad (nivel) vor fi numite ,,criterii egale". Vom scrie $C_i = C_j$.

2. Dacă $C_i = C_j$ atunci $C_i + C_j = 1$ (adică dacă două criterii sînt egale în grad ele se exclud).

3. Dacă un criteriu diferă ca grad de alt criteriu — ceea ce vom scrie C_i^k, C_j^l $(l \neq k)$ — atunci putem avea două situaţii:

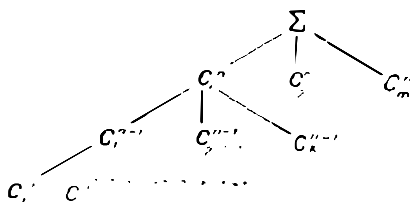
a) sau ele se află în raport de ordonare ($C_i^k \prec C_j^l$ sau $C_j^l \prec C_i^k$),

b) sau se află în altă ,,linie ierarhică" (C_i^k este subordonat unei alte serii decît C_j^l).

Ex. În tabelul citat din biologie, criteriile morfologic, fiziologic, ecologic, etologic şi geografic sînt egale, şi deci se exclud; criteriul factori metabolici este subordonat criteriului fiziologic, iar criteriul anatomic este subordonat criteriului morfologic.

4. Dacă două criterii C_i, C_j sînt subordonate imediat aceluiaşi criteriu atunci ele sînt egale. Ex. Criteriile de morfologie externă şi morfologie internă sînt subordonate criteriului morfologic.

Ierarhia criteriilor poate fi schematizată şi astfel:



en modul cel mai general privind lucrurile un criteriu Îste o categorie de proprietăţi (sau o submulţime de proprietăţi de o anumită categorie altfel spus un „gen de proprietăţi" de o anumită categorie). Avem atîtea criterii supreme cîte categorii (supreme) avem: criterii de cantitate, criterii de calitate, criterii de formă, criterii de conţinut, criterii de stare, criterii de mişcare, criterii de spaţiu, criterii de timp ş.a.

Avem apoi „criterii teoretice" şi „criterii practice".

Criteriul cantităţii = totalitatea proprietăţilor cantitative după care putem considera un univers de obiecte;

Criteriul formei = totalitatea proprietăţilor de formă după care putem considera un univers de obiecte etc.

Criteriul = unghiul de vedere, categoria sub care considerăm obiectul (obiectele) precum şi toate genurile de proprietăţi în care categoria se realizează.

Am văzut că o „categorie de proprietăţi" se poate descompune în „mulţimi (genuri) de proprietăţi care sînt criterii subordonate criteriului suprem ales. În funcţie de context criteriile poartă denumiri speciale: „morfologic" (este criteriu de formă), „fiziologic" (este criteriu de mişcare), criteriul „fizic", criteriul „chimic" sînt criterii complexe care ţin de criteriul mişcării fizice, criteriul mişcării chimice.

Fie, de exemplu, o totalitate de proprietăţi *formale* concrete

1) $\{P_1, P_2, P_3, \ldots P_t\}$.

Putem, în vederea unei mai bune ordini, să construim succesiv criterii subordonate:

2) $\{P_1, P_2, \ldots P_k\}, \{P_{k+1}, P_{k+2}, \ldots P_l\}, \{P_{l+1}, P_{l+2}, \ldots P_t\}$.

Apoi în raport cu fiecare mulţime alte submulţimi, de exemplu în raport cu mulţimea $\{P_1, P_2, \ldots P_k\}$.

3) $\{P_1, P_2, \ldots P_d\}$, $\{P_{d+1}, P_{d+2}, \ldots, P_k\}$.

În raport cu 1) putem avea, să zicem, criteriul morfologic, în raport cu 2) subcriteriile de morfologie externă, morfologie internă, în raport cu 3) morfologia externă poate fi descompusă în subcriteriile forma geometrică a organismului, coloritul ş.a.

Sîntem nevoiţi să restrîngem ,,unghiul de vedere" (criteriul) pentru a putea proceda ordonat. Nu putem lucra cu toate proprietăţile formale deodată.

Un lucru poate fi considerat prin prisma unei multitudini de categorii, cîte mulţimi de categorii avem în vedere atîtea sisteme de criterii vom putea utiliza.

Criteriile pot fi de natură ,,continuă" sau ,,discontinuă".

Clasificînd ,,după dimensiuni" (criteriu spaţial-cantitativ) obţinem în multe cazuri ,,clase continue", clasificînd ,,după formă" obţinem clase discontinue.

Combinarea criteriilor dă clase de intersecţie, de exemplu clasificarea după criterii morfo-funcţionale, după calitate şi cantitate etc.

Combinarea criteriilor poate fi considerată ca un sistem de n-coordonate (într-un spaţiu n-dimensional), astfel că poziţia fiecărui element în spaţiu este determinată de n-numere (este deci un element al produsului $A_1 \times \times A_2 \times \ldots \times A_n$).

Ex. tripletul $< x, y, z >$ poate caracteriza ,,poziţia" în clasă a elementelor. Fie $x =$ criteriul morfologic, $y =$ criteriul fiziologic, $z =$ criteriul genetic.

Fie apoi valorile: $x' =$ patruped, $y' =$ rumegător, $z' =$ mamifer.

Se observă că tripletul $< x', y', z' >$ va caracteriza o clasă de intersecţie, adică tripletul de proprietăţi < Patruped, Rumegător, Mamifer >.

5. Problema *completitudinii* criteriilor. Numărul criteriilor fiind infinit nu se poate pune problema ca mulţimea să fie completă. Alegem pur şi simplu o mulţime convenabilă de criterii.

Să urmărim acum efectele aplicării criteriilor asupra unui univers de entități — să zicem un univers de indivizi. Fie U acest univers, cu proprietățile că este infinit sau în orice caz indefinit de mare și numărabil, deci:

$$U = \{x_1, \quad x_2, \ldots x_n, \ldots\}.$$

Aplicînd un criteriu de gradul 1 (adică o proprietate elementară) P vom divide universul în două clase disjuncte:

$$K_1 = \{x \mid P(x)\},$$
$$K_2 = \{x \mid \neg P(x)\}.$$

Ca urmare vom avea $K_2 = \overline{K}_1$ (K_2 este complementară lui K_1).

Această clasificare se va numi (așa cum am mai spus) „dihotomică". Se poate ca clasa K_2 să fie omogenă (adică să poată fi caracterizată pozitiv printr-o altă proprietate) sau eterogenă (cazul contrar). Astfel, proprietatea „vertebrat" va divide universul animalelor în „vertebrate" și „ne-vertebrate". Clasa „ne-vertebratelor" este eterogenă (căci, în definitiv, și insectele și moluștele sînt ne-vertebrate). Astfel de clase nu prezintă interes (cel puțin practic).

Deoarece interesul nostru este să obținem clase omogene evident clasificarea dihotomică nu este decît uneori de folos. Deja în acest punct este cazul să spunem că o definiție reală este un mijloc de a divide universul în două clase (complementare).

Ce se întîmplă dacă considerăm n criterii de gradul 1, adică n proprietăți (P_1, P_2, ... P_n)? Vom obține n dihotomii ale universului U. Să notăm clasele cu indicii proprietăților, vom avea șirurile:

$$K_1, \quad K_2, \ldots, K_n,$$
$$\overline{K_1}, \quad \overline{K_2}, \ldots, \overline{K_n}.$$

Cu alte cuvinte vom avea un produs cartezian de forma $K \times \overline{K}$, ale cărui elemente vor fi perechile $< K_i, \overline{K_i} >$ ($i = 1, 2, \ldots n$). Termenii perechilor se exclud, dar ce raport există între termenii diferitelor perechi?

6. Între clase care nu se află în raport de complementaritate există relaţii de intersecţie. Fie K_i şi K_j dacă $K_i \neq \overline{K}_j$ atunci $K_i \cap K_j = 1$ (prin „1" vom înţelege că intersecţia nu este vidă, cel puţin în principiu).

Fie, de exemplu, proprietăţile P_1 = patruped, P_2 = cornut. Vom avea clasele:

K_1 (patrupede), K_2 (cornute),

$\overline{K}_1$ (non-patrupede), $\overline{K}_2$ (non-cornute).

Prin intersecţie vom obţine clasele:

$K_1 \cap K_2$ (patrupede cornute),

$K_1 \cap \overline{K}_2$ (patrupede necornute),

$\overline{K}_1 \cap K_2$ (nepatrupede cornute),

$\overline{K}_1 \cap \overline{K}_2$ (necornute nepatrupede).

Faptul că o intersecţie este reală sau nu la un moment dat rămîne de văzut (deşi e greu de presupus că cineva ar izbuti să treacă în revistă toate cazurile, iar dacă acestea sînt infinite sau prea multe lucrul este imposibil), e important că clasa e *în principiu posibilă*. Dealtfel clasificarea teoretică porneşte de la *cazuri empirice* şi se ridică la *cazuri posibile* (în principiu, adică necontradictorii). Acest lucru face din clasificare un instrument de previziune (vezi de ex. tabelul lui Mendeleev în chimie). Vom presupune dar că avem de-a face cu obiectele reale sau posibile (cu clase reale sau posibile).

Se observă că unei clase de intersecţie îi corespunde o conjuncţie de predicate.

De exemplu, $P_1(x) \,\&\, P_2(x) = \begin{cases} 1, \text{ dacă } x \in K_1 \cap K_2 \\ 0, \text{ dacă } x \notin K_1 \cap K_2. \end{cases}$

Observăm că orice clasă nou formată are o complementară, pentru $K_1 \cap K_2$ vom avea $\overline{K_1 \cap K_2}$. În cazul *Patruped-Cornut* complementara va fi *Non-Patruped sau Non-Cornut.*

De aci rezultă imediat că pot exista şi clase disjunctive (neexclusive) adică reuniuni de clase. O astfel de clasă este, de exemplu, „clasa bursierilor" (CB). CB = clasa stu-

denţilor orfani sau clasa studenţilor care au media peste 7 (o posibilă definiţie).

Teoria mulţimilor poate fi deci corelată integral cu teoria clasificării. Aceasta rămîne ca un exerciţiu pentru cititor. Se înţelege că vom proceda în ordine, vom forma dihotomiile elementare şi apoi vom proceda la aplicarea unor operaţii superioare.

Raportînd criteriile la clase vom introduce încă următorii termeni.

7. Două criterii de rang n diferă dacă şi numai dacă generează clase diferite (cu cel puţin un element diferit).

Există, de exemplu, cel puţin un animal care este patruped, dar nu este cornut. Aci însă se impune distincţia dintre „real" şi „posibil". Dacă operăm şi cu obiecte posibile vom spune că „este posibil un element diferit", dacă operăm cu clase reale vom spune „există un element diferit". Ca urmare trebuie să raportăm criteriile la clase reale sau clase în principiu (de obiecte reale sau posibile).

Două criterii de rang n diferă real (în principiu) dacă generează clase diferite reale (în principiu).

Fie proprietăţile (criteriile elementare) P_1, P_2 indicate. P_1 generează o dihotomie diferită de P_2, în acest fel, clasele K_1, K_2, $\overline{K_1}$, $\overline{K_2}$ diferă între ele.

Criteriile 1—5 din Tabelul lui Mayr sînt diferite.

Două criterii C_i, C_j sînt echivalente logic dacă $C_i \equiv C_j$ este o echivalenţă logică (formală).

Două criterii C_i, C_j sînt echivalente factual dacă ele generează factual aceleaşi clase.

Două criterii sînt echivalente relativ la o mulţime de obiecte, altfel spus, echivalente extensional dacă are sens să fie aplicate la toate obiectele din respectiva mulţime. Astfel criteriile „patruped" şi „cornut" sînt echivalente (extensional) în raport cu mulţimea animalelor în legătură cu care are sens să ne întrebăm dacă au sau nu aceste proprietăţi.

De aci rezultă că dacă două criterii sînt echivalente extensional cu privire la o mulţime U şi U este mulţimea posibilă maximă faţă de care criteriile sînt echivalente, atunci ele sînt extensional echivalente în genere (chiar şi relativ la clase la care nu are sens să le raportăm).

Clasificările politomice pozitive

O clasificare este politomică pozitivă dacă ea generează numai clase pozitive (deci nu clase negative, $\overline{K}$).
Fie proprietățile elementare P_1, $P_2, \ldots P_n$ din genul de proprietăți G. În acest caz vom avea atîtea clase cîte proprietăți diferite putem indica. Este firesc să spunem în acest caz că clasificarea s-a făcut „după criteriul G”. Strict vorbind *clasificarea* însemnînd constituirea de mai mult de o clasă (= repartizarea obiectelor în mai multe clase), o proprietate are sens să fie numită criteriu numai dacă se admite constituirea dihotomiei (K, $\overline{K}$).
Una din cerințele clasificării este completitudinea, adică suma logică a claselor obținute după criteriul C să fie egală cu universul U:

$$U = K_1 + K_2 + K_3 + \ldots + K_n.$$

În cazul elementar fiecărei clase K_i îi corespunde o proprietate P_i:

$$K_i = \{x \mid P_i(x)\}.$$

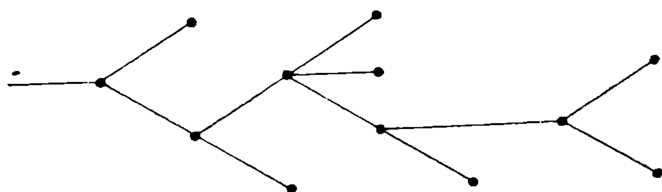
Putem, de exemplu, considera culoarea drept criteriu, atunci vom obține clasele în funcție de felul culorii (verde, galben, roșu etc.).
Vom vedea că nu putem totuși renunța complet la clasele negative, că ele sînt introduse pentru a fi eliminate (asta însă în ierarhia claselor). De exemplu, o proprietate P împarte universul în două, K și $\overline{K}$, dar alte proprietăți (pozitive) vor divide pe $\overline{K}$ în clase pozitiv delimitate K_1^*, $K_2^*, \ldots,$ K_m^*.
Să urmărim însă clasificarea în funcție de ierarhia criteriilor (după tabelul 4).

1. Am grupat proprietățile din sistemul $\sum$ în C_1^n, $C_2^n, \ldots C_m^n$ (ex. morfologice, fiziologice etc.). Evident că nu putem opera clasificarea universului U numai cu criterii C (de ex. numai în „ideea de morfologie”), este necesar să distingem subclase de criterii C_1^{n-1}, $C_2^{n-1}, \ldots$ (de ex. proprietăți care țin de „morfologia externă”, proprietăți care țin de „morfologia internă” ș.a.). Coborîm apoi la

criterii (subclase) de rang $(n-2)$: C_1^{n-2}, C_2^{n-2}, ... (proprietăţi care ţin de forma geometrică a organismului, proprietăţi coloristice ş.a.) în fine ajungem la un nivel la care putem considera proprietăţi elementare de un anumit gen:

$$C_1^1,\ C_2^1, \dots C_n^1.$$

Mersul se face după schema:



Se înţelege că la fiecare nod putem avea mai multe ramificaţii.
(Dealtfel, vom reveni sistematic asupra acestei scheme cînd vom analiza „arborele de clasificare".)
După criteriile de rang 1 vom obţine clasele K_1^1, K_2^1, ... K_n^1, de exemplu, animale cu diferite forme, dar avem mai multe criterii de rang 1: C_1^1, C_2^1, ... C_n^1. Ca atare vom avea:

$$C_1^1:\ K_{11}^1,\ K_{12}^1,\ \dots,\ K_{1n}^1,$$

$$C_2^1:\ K_{21}^1,\ K_{22}^1,\ \dots,\ K_{2m}^1,$$

. . . .

Clasele formate după acelaşi criteriu se exclud, cele formate după criterii diferite se pot intersecta (se consideră acelaşi rang).
Criteriile cu cea mai mare extensiune în raport cu U (v. 1—5 în zoologie) vor fi „criterii supreme", iar criteriile cu cea mai mică extensiune vor fi „criterii inferioare". Fiecare criteriu suprem se descompune într-o ierarhie de

criterii de rang mai mic. Dacă aplicăm un singur criteriu obţinem „clase elementare", dacă aplicăm mai multe criterii obţinem „clase compuse" (de ex. clase de intersecţie, cazul cel mai interesant).

Cu cît „clasa de proprietăţi" este mai largă cu atît numărul de clase obţinute este mai mare. Ierarhia criteriilor nu influenţează numărul claselor, ea ne ajută doar să procedăm sistematic la clasificare.

Arborele de clasificare

Fie din nou universul U şi o proprietate suficient de importantă care divide pe U în două, astfel că $U = K_1 + \overline{K}_1$.

Fie apoi acelaşi U şi proprietăţile $P_1, P_2, \ldots P_n$ astfel că obţinem :

$$U = K_1 + K_2 + \ldots + K_n.$$

Orice sistem de criterii care divide pe U în clase va fi un sistem de „ordinul unu" (Σ_1).

Este important să distingem între „gradul criteriilor într-un sistem" şi „ordinul sistemului de criterii".

Orice clasă obţinută printr-un sistem de criterii aparţine aceluiaşi ordin, dar ea poate fi considerată la rîndul ei drept univers.

Fie $K^1 \subset U$ (strict), atunci K^1 este un nou univers, anume univers de ordinul doi. Acestui univers i se aplică un nou sistem de criterii (Σ_2).

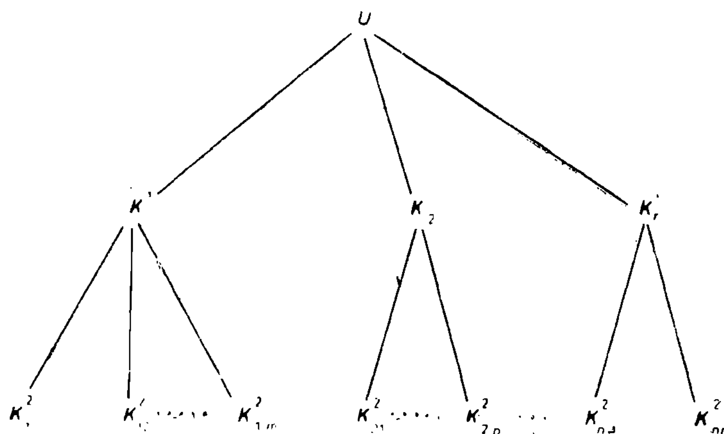
La rîndul său dacă avem o clasă $K^2 \subset K^1$ (strict) aceasta (K^2) poate fi transformată în univers şi ei i se aplică un nou sistem de criterii (Σ_3) etc.

Dacă la fiecare clasă obţinută aplicăm un nou sistem de criterii vom obţine noi clase, iar ierarhia obţinută prin această procedură aplicată succesiv se va numi „arbore de clasificare".

Dacă de fiecare dată (pe fiecare treaptă a clasificării) obţinem acelaşi număr de clase, atunci clasificarea se va

numi în funcție de acest număr dihotomică, trihotomică etc.

Iată schema unui arbore (am folosit-o deja la clasificarea criteriilor în sistem):



Un exemplu interesant de clasificare este cea decadică („zecimală") aplicată în domeniul bibliotecilor. Fiecare clasă de un anumit nivel („ordin") se divide în zece subclase.

Care sînt relațiile dintre aceste „clase de ordin diferit" și respectiv dintre sistemele de criterii $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots \Sigma_k$?

Se observă din existența „arborelui de clasificare" că putem distinge două feluri de clasificări în raport cu nivelul clasificării:

— clasificare orizontală și

— clasificare ierarhică („verticală").

Clasificarea orizontală are un singur nivel și presupune că avînd un univers *U* și un criteriu (simplu sau combinat) noi grupăm toate obiectele din *U* în *n* clase astfel că:

$$U = K_1 + K_2 + \ldots + K_n$$

Clasificarea ierarhică este sau o succesiune de clasificări orizontale operată asupra unor mulțimi aflate în relații ierarhice (natura relației ierarhice nu se reduce la „inclu-

ziune" ca în cazul arborelui) sau o succesiune de clase ierarhizate după o relaţie de ordine. Iată un exemplu de mulţimi (universuri) ierarhice:
Univers de obiecte fizice.
Univers de propoziţii despre obiectele fizice.
Univers de propoziţii despre propoziţiile despre obiectele fizice (Metapropoziţii).
. . . .
Fiecare din aceste universuri se află în relaţii determinate cu celălalt (uneori corespondenţe care merg pînă la izomorfism).
Pe de altă parte, se observă că putem construi o clasificare verticală chiar în „universul mulţimii de propoziţii". Mulţimea de propoziţii se descompune în:

1. Propoziţii de nivelul 1 (despre obiecte).
2. Metapropoziţii (despre 1).
3. Metametapropoziţii (despre 2).

. . . .

O asemenea clasificare nu este „încheiată". Se înţelege că putem formula „reguli specifice" de clasificare pentru clasificările orizontale şi cele ierarhice.
Presupunînd că operăm asupra unei categorii de entităţi (ex. universul organismelor) şi că obţinem un arbore de clasificare ale cărui trepte le numerotăm de sus în jos (*U* avînd numărul *0*) vor avea loc propoziţiile:

a) Dacă $K_i^n \subset K_k^{n-1}$ şi $K_j^n \subset K_l^{n-1}$ atunci $K_i^n \subset K^{n-2}$ şi $K_j^n \subset K^{n-2}$
b) Orice clasă K^n (ordinul n) unde $n \geqslant 1$) este subclasă în sens strict a unei clase de ordinul $n - 1$ (K^{n-1}): $K^n \subset K^{n-1}$.
Să considerăm acum încă o dată sistemele de criterii: $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots \Sigma_n$. Aceste sisteme pot fi aplicate separat generînd „clase omogene" (sub raportul clasificării) sau combinat, generînd în sensul indicat „clase eterogene" (sau „clase de intersecţie"). Aplicînd un criteriu combinat ($\Sigma_1 \times \Sigma_2 \times \ldots \times \Sigma_k$) obţinem clase care satisfac conjuncţii de proprietăţi (de diferite categorii):

$$P_1, \quad P_2, \ldots P_k.$$

Iată, de exemplu, o clasă după criterii combinate (genetic × morfologic × fiziologic) „mamifer-patruped-rumegător", altfel:

$$\text{Mamifer} \cap \text{Patruped} \cap \text{Rumegător}.$$

Clasificarea și teoria tipurilor. Am arătat că clasificarea se efectuează asupra unui „univers de entități", acest univers nu este însă atotcuprinzător, el însuși este limitat într-un anumit sens. B. Russell a formulat teoria tipurilor (despre care am vorbit) și care este un caz de „clasificare ierarhică". Vom reveni asupra ei.
Iată diferite universuri:

1. Universul indivizilor.
2. Universul proprietăților.
3. Universul mulțimilor.
4. Universul relațiilor.
5. Universul propozițiilor.

Aceste universuri se obțin prin aplicarea extensională a diferitelor categorii (individ, proprietate, mulțime, relație ș.a.). Dacă criteriul de clasificare cuprindea proprietățile de o anumită categorie, universul cuprinde entități subordonate unei anumite categorii (entități care pot fi concepute ca independente logic). În cadrul fiecărui univers putem opera clasificări orizontale (așa cum am văzut) sau ierarhice.
În cele de mai sus ne-am ocupat de „universul indivizilor", însă am prevenit că ar fi o greșeală să ne limităm la un astfel de univers. B. Russell a introdus o clasificare ierarhică în fiecare univers numită „ierarhia tipurilor".
Ierarhia tipurilor nu este identică cu „arborele de clasificare" utilizat deja. Iată ierarhia tipurilor (deci un gen special de clasificare ierarhică) pentru diferite universuri (categorii de entități) reformulată de noi.
Universul indivizilor:

1. Indivizii au tipul zero (ei nu sînt clase).
2. Clase de indivizi (tipul 1).
3. Clase de clase de indivizi (tipul 2).

. . . .

Universul proprietăţilor:

1. Indivizii au tipul zero (ei nu sînt proprietăţi).
2. Clasa proprietăţilor de indivizi (tipul 1).
3. Clasa proprietăţilor de proprietăţi de indivizi (tipul 2).

. . . .

Universul relaţiilor:

1. Indivizii au tipul zero (ei nu sînt relaţii).
2. Clasa relaţiilor de indivizi (tipul 1).
3. Clasa relaţiilor de relaţii de indivizi (tipul 2).

. . . .

Ierarhia universului mulţimilor seamănă cu ierarhia din universul indivizilor, deosebirea constînd că se ia ca punct de plecare mulţimi. Ce fel de mulţimi vor fi de tipul zero? Putem deduce că vor fi mulţimi de entităţi care... ele înşile nu sînt mulţimi!

1. Mulţimi de tipul zero (formate din entităţi care nu sînt mulţimi: ex. mulţimi de indivizi, mulţimi de proprietăţi, mulţimi de relaţii etc.).
2. Clase de mulţimi de tipul zero.
3. Clase de clase de tipul unu.

. . . .

Putem lua ca bază universuri mai restrînse (numere, propoziţii, funcţii ş.a.).
Universul propoziţiilor:

1. Propoziţii despre obiecte extralingvistice.
2. Metapropoziţii despre propoziţii de tipul zero.
3. Metametapropoziţii.

. . . .

Notăm că aci tip înseamnă clasă (de entităţi) de un anumit nivel şi nu are legătură cu tipicul. S-ar putea spune încă „nivel", „ordin", „treaptă", „strat". Se înţelege că nu trebuie să confundăm ideea de „rang", „grad", „ordin", „nivel", utilizată mai sus cu ideea de „tip" (care mai poate fi exprimată şi prin cuvintele indicate).
Clasificarea studiată mai înainte are loc în interiorul unui „tip" (în sens russellian). De exemplu, toate clasele din biologie sînt de tipul 1 (şi au loc în universul indivizilor)

indiferent pe ce treaptă a arborelui de clasificare ne-am afla clasele sînt de tipul 1 (deci „clase de indivizi"). Pentru clasificarea unei mulţimi de tipul n (dintr-un univers dat ca bază) este valabilă legea:

$$(K^n \subset K^{n-1} \text{ şi } K^{n-1} \subset K^{n-2}) \rightarrow K^n \subset K^{n-2}.$$

Dimpotrivă, pentru ierarhia tipurilor o astfel de lege nu este valabilă. Fie Kt_1, Kt_2, Kt_3 în universul indivizilor:

Kt_1 = clasă de indivizi,
Kt_2 = clasă de clase de indivizi,
Kt_3 = clasă de clase de clase de indivizi.

Relaţia între o clasă Kt_1 şi o clasă Kt_2 este de apartenenţă

$$Kt_1 \in Kt_2$$

Analog: $$Kt_2 \in Kt_3$$

Or apartenenţa nu este tranzitivă.
Fiecare clasă se transformă în raport cu tipul superior din „clasă ca multiplicitate" în „clasă ca unu".

Alte criterii de clasificare decît proprietăţile (însuşiri). Pînă acum am luat în consideraţie numai „proprietăţile-însuşiri" (care se aplică fiecărui obiect în parte) nu şi „proprietăţile-relaţii" (deci nu şi relaţiile).
Vom extinde în acest sens noţiunea de criteriu. Obiectele pot fi caracterizate şi după relaţiile cu alte obiecte şi, prin urmare, este firesc să luăm în consideraţie şi astfel de „caracteristici". Dealtfel, în teoria generală a mulţimilor am văzut că produsul cartezian este determinat prin astfel de caracteristici.
Putem lua în consideraţie următoarele feluri de relaţii:
a) relaţii între elementele mulţimii,
b) relaţii de la parte la întreg,
c) relaţii între mulţimi ca „întreg".
Fără îndoială că determinarea mulţimii prin proprietăţi-însuşiri rămîne punctul de plecare în mulţimile formate din obiecte elementare (neasociate), dar există cazuri în

care mulţimile pot primi o ,,caracterizare ulterioară" (poate mai importantă decît prima) prin relaţiile dintre elemente (altfel spus, corelaţiile).

Astfel, o ,,colectivitate" de muncă se poate caracteriza prin anumite relaţii între membrii săi : ,,relaţii de prietenie şi colaborare", ,,relaţii conflictuale", ,,relaţii de afaceri" ş.a.

Dacă o relaţie R determină un produs cartezian atunci ea se comportă ca şi proprietăţile simple (însuşirile) :

$$K_R = \{<x, \ y> | R(x, y)\}.$$

Dacă ea este luată ca o ,,caracterizare ulterioară" scopul ei nu este de a defini clase (şi deci apartenenţa la clasă), ci de a caracteriza suplimentar clasa ca sistem.

Se poate ca în raport cu proprietatea definitorie relaţiile să nu se aplice la toţi indivizii clasei (fără excepţie), ci doar la majoritatea lor. În acest caz nu avem doar o mulţime de elemente (neutre unul faţă de altul), ci o mulţime-sistem, o mulţime între elementele căreia se pot stabili unele corelaţii.

,,Specia" din biologie nu este o simplă mulţime de elemente, ci este un sistem de elemente. Sistemul poate caracteriza mulţimea ca ,,întreg" (în sensul că mulţimii de elemente M îi este propriu un sistem de relaţii/de corelaţii/) însă ea nu determină neapărat condiţia de apartenenţă a fiecărui element la mulţimi. Astfel, elementele unei specii se pot grupa după relaţii ,,de familie", dar de aci nu rezultă că dacă x intră în relaţie de familie cu y, el aparţine mulţimii M. Pe de altă parte, deşi teoretic ar fi posibilă o clasă de acest gen ,,clasa animalelor care intră în relaţii de familie", este puţin probabil că o astfel de clasă prezintă interes pentru biolog, avînd în vedere marea ei eterogenitate în alte privinţe. Tendinţa este deci ca pe lîngă proprietatea (sau proprietăţile) care determină apartenenţa să existe încă un număr cît mai mare de proprietăţi comune (chiar dacă acestea nu mai sînt definitorii).

O clasă este cu atît mai natural delimitată cu cît :

a) are mai multe proprietăţi,

b) proprietăţile sînt mai esenţiale.

Un sistem de clasificare (naturală) presupune:

a) delimitarea claselor ca „mulţimi de elemente",
b) abia în al doilea rînd caracterizarea lor ca „sistem de elemente".

Categoria de „sistem" constituie obiectul unei discipline noi numită „teoria generală a sistemelor". Organismul în sensul obişnuit este limita superioară (gradul de integralitate este maxim).

Se înţelege că datorită ideii de „grad de integralitate" se poate introduce ideea de „întreg relativ la gradul de integralitate" astfel că simpla mulţime este un întreg de gradul zero.

Studiul claselor poate fi adîncit prin studierea lor ca „întregi compuşi din părţi". Vom mai avea ocazia să studiem aspecte ale logicii părţii/întregului („logica integralităţii" cum am putea-o numi), deocamdată ne limităm la generalităţi.

O mulţime-sistem este întreg atunci cînd există anumite corelaţii care fac că elementele sau grupurile de elemente să nu poată exista în afara mulţimii. Un întreg este caracterizat nu numai prin faptul că formează un sistem, ci şi prin aceea că sistemul este un ansamblu de relaţii aflate în dependenţă şi între elemente există o anumită ordine, ierarhică, fiecare element avînd în sistem o poziţie de care depinde mai mult sau mai puţin existenţa sistemului şi se înţelege (în mod esenţial) existenţa elementului (sau a grupului de elemente). Deci o „interdependenţă" a elementelor în parte şi în raport cu toată mulţimea, precum şi o interdependenţă a relaţiilor.

Această interdependenţă (complexă) formează unitatea sistemului. Deci nu numai relaţii (corelaţii) ca într-un simplu sistem, ci şi interdependenţe, unitate.

Pentru caracterizarea claselor în sistemul de clasificare (pentru diferenţierea lor) se poate introduce şi acest al treilea aspect, „clasa ca întreg" („clasa ca unu", cum spunea B. Russell).

Iată deci că sistemul de clasificare se poate adînci (preciza) prin:

— introducerea „claselor ca simple multiplicităţi",
— introducerea „claselor ca sistem",
— introducerea „claselor ca întreg".

În societate, de exemplu, clasele nu sînt simple sisteme (ca speciile de pe treptele zoologice inferioare), ele sînt în plus întregi.
O clasă ca întreg (ca şi o clasă ca sistem) are şi proprietăţi *nedistributive* în raport cu elementele ei.
O colectivitate statală nu este o simplă mulţime de indivizi, nici un simplu sistem în care indivizii intră în anumite relaţii, ci este şi un întreg, iată de ce studiul individului uman trebuie făcut sub triplu aspect:

a) individul ca un caz particular al genului uman,
b) individul ca partener pentru alţi indivizi,
c) individul ca „membru" al întregului social.

(Se înţelege că la aceste puncte de vedere se adaugă studiul individului ca individ, ceea ce nu interesează însă clasificarea.)
Odată ce am introdus clasele „ca întreg" noi le putem raporta sub acest aspect la alte clase (din acelaşi gen sau din alte genuri), de exemplu, o specie ca „întreg" trăieşte în simbioză cu alta.
Dacă întregul este bine caracterizat (bine „descris") atunci se poate spune că apartenenţa individului la întreg poate fi luată ca o condiţie definitorie pentru apartenenţa la clasă. (Acest lucru mai trebuie însă precizat.)
În funcţie de cele trei puncte de vedere indicate vom distinge: clasificări unidimensionale de prima condiţie (C_1), clasificări bidimensionale (de condiţiile 1 şi 2) şi clasificări tridimensionale (C_1, C_2, C_3).
Legătura între condiţii poate fi simbolizată astfel:

$$C_3 \rightarrow C_2 \rightarrow C_1$$

(reciprocele nu sînt necesare).
Un alt gen de criterii poate viza operaţiile (şi procesele) care au loc într-o clasă. Avem în vedere nu numai „operaţii abstracte" (ca de exemplu în matematică), ci şi operaţii şi procese reale ca în chimie („combinarea" sau „descompunerea"), în biologie („împreunarea", „reproducerea" ş.a.). Am văzut că o mulţime poate fi „închisă" cu privire la operaţie, dar ea poate fi chiar definită printr-un ansamblu de operaţii care au loc în mulţime.

Și în acest caz mulțimea se comportă ca „sistem" (ca „structură") nu ca simplă multiplicitate.
Biologul consideră că un criteriu de separare a speciilor este „reproducerea" (criteriu filogenetic) or:

— nu fiecare element din specie participă la reproducere,
— reproducerea nu este totdeauna pe baza unui singur element.

Caracterizarea mulțimii se face aci ca sistem și, evident, pe baza unor însușiri statistice esențiale în raport cu existența mulțimii. Pentru biolog, importantă nu este doar clasa ca multiplicitate dată, ci existența ei indiferent de „margini". Deci nu extensiunea ca atare, ci existența unor obiecte care satisfac respectiva caracteristică. Totuși numărul de membri ai speciei poate constitui o caracterizare suplimentară importantă pentru specie.
În cele de mai sus am procedat la o extindere a noțiunii de criteriu incluzînd relațiile și operațiile (procesele). Din aceasta nu rezultă vreo complicare, ci doar faptul că noțiunea de „proprietate" poate fi la rîndul său precizată, într-un sens mai larg, ca fiind *tot prin ceea ce putem caracteriza* elementele unei mulțimi. Particularizarea este însă utilă pentru anumite contexte.

Clasificarea în funcție de natura obiectelor și mulțimilor

Pînă aci am presupus că avem de-a face cu obiecte:

1) discrete și bine delimitate,
2) cu proprietăți comune bine definite.
Ca urmare mulțimile sînt:
3) precise (marginile sînt riguros delimitate), astfel că:

$$\forall x((x \in U)x \in K \vee x \notin K).$$

Cine confruntă astfel de noțiuni cu realitatea își dă repede seama că acesta este cazul ideal, că în realitate doar se tinde într-o anumită măsură spre asemenea cazuri.
Concepția tradițională este antropomorfică — ea pleacă de la obiectele artificiale sau percepute (clar și distinct)

şi încearcă să reducă la idealizările proprii acestora toate obiectele şi fenomenele din natură. Ea este deci:

1) o concepţie a obiectului ,,macroscopic'' (perceptibil clar şi discret, manipulabil în mod obişnuit),
2) o concepţie a obiectului ,,artificial'',
3) o concepţie a obiectului ,,static'' sau cel mult supus unor ,,transformări discrete''.

Obiectele ,,difuze'', ,,evenimentele'', deşi prezente, sînt undeva la marginea concepţiei. Tendinţa ,,reducţionistă'' (la 1) — 3)) este evidentă. Abia fizica relativistă a inclus în concepţie ,,obiectul-eveniment'' — obiectul spaţio-temporal (în care unitatea dintre spaţiu, timp şi mişcare este dată de la început).

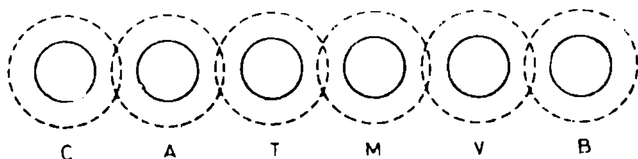
Matematica se străduieşte de asemenea să includă în studiu mulţimile vagi, ea studiază de mult mulţimile probabile. Aceste mulţimi pot fi descompuse în ,,nucleu'' şi ,,margine''. Vom numi nucleu al unei mulţimi imprecise, vagi, submulţimea teoretic sau practic precisă, restul va fi numit ,,margine''. Dacă o mulţime nu are ,,nucleu'' ea va fi total imprecisă.

Ex. mulţimea tinerilor este o mulţime în care deosebim un nucleu să zicem [18—30] şi margine. Mulţimea celor care vor ochi în ţinta x va avea un nucleu practic (cei mai buni ochitori) şi o margine.

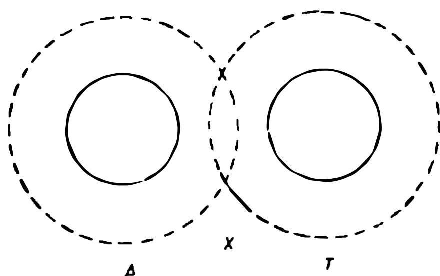
Cum clasificăm astfel de mulţimi? Evident, după criterii imprecise. Clasificăm oamenii după criteriul vîrstei (adică după ,,proprietăţi de vîrstă''), de exemplu, astfel:

— copii, adolescenţi, tineri, maturi, vîrstnici, bătrîni.

Reprezentînd relaţiile dintre aceste mulţimi vom avea imaginea:



Marginile sînt evident în intersecţie. Ce înseamnă aceasta? Să considerăm intersecţia următoare:



Zona X este zona nedecisului, pentru orice $x \in X$ nu putem spune precis $T(x)$ sau $A(x)$. Mai degrabă putem să gradăm elementele după criterii suplimentare: x_1, $x_2, \ldots, x_n$ (de la A spre T).

Vom obţine ,,gradaţii ale apartenenţei'':

,,x_1 este mai mult A decît T'' (sau invers),
(,,x_1 este prea puţin (foarte puţin) T''),
,,x_2 este ceva mai mult decît x_1 T''.
. . . .

În fine, pentru x_n vom spune:

,,x_n este aproape T'' (este foarte puţin A).

Cu cît mergem mai spre mijlocul intervalului de intersecţie cu atît mai puţin precisă este *poziţia* elementului. (Aci poate interveni ceea ce se cheamă logica topologică a lui Hempel.)

La fel stau lucrurile cu clasificarea oamenilor din punctul de vedere al poziţiei economice:

1. proletari (industriali sau agricoli), 2. proprietari producători, 3. exploatatori.

Categoria ,,proletar'' are un nucleu astfel că orice $x \in P$ este a) lipsit de mijloace de producţie proprii, b) trăieşte numai din vînzarea forţei de muncă proprii. Există însă

oameni care sînt muncitori la oraş dar au pămînt la ţară (fără a exploata pe alţii), există apoi muncitori (la oraş) care utilizează pentru pămîntul de la ţară forţa de muncă străină etc.

Avem apoi categoria a 2-a: proprietari care au mijloace de producţie şi care produc ei înşişi (participă la procesul de producţie).

În marginile mulţimii avem: unii care îşi mai vînd din cînd în cînd forţa de muncă, alţii care mai exploatează din cînd în cînd (unii mai mult alţii mai puţin).

În fine categoria a 3-a. Există un nucleu care trăieşte exclusiv din exploatare, dar în margine există oameni care participă şi ei la procesul de producţie (atît cît trebuie pentru reproducerea forţei lor). „Mulţimea raselor" este de asemenea un caz de clasificare imprecisă. La fel „mulţimea culorilor", „mulţimea animalelor", „mulţimea plantelor", „mulţimea oamenilor buni", „mulţimea infractorilor", „mulţimea necinstiţilor" etc.

Să considerăm acum „mulţimile probabilistice".

Vom considera *mulţimea M de trăgători la tir*. Presupunem că participă la 5 probe. Vrem să facem un pronostic şi-i dividem în cinci clase.

Vom avea (în virtutea informaţiilor complete accesibile):

— clasa 1: nucleul — jucătorii cu cea mai mare probabilitate („practic cert") de a ochi,
— marginea — jucătorii cu mai mică probabilitate.
— clasa 2: analog etc.

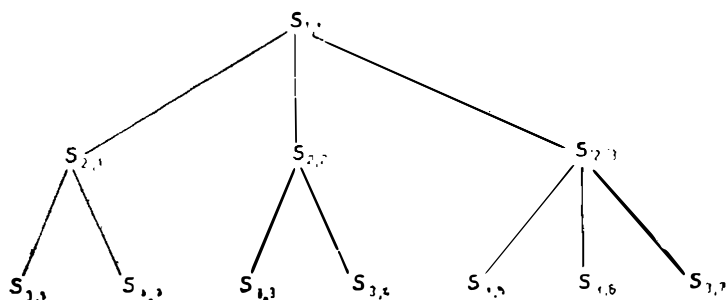
Alt exemplu: mulţimea celor ce vor reuşi la admitere pe specialităţi.
Astfel de clasificări sînt bazate pe elemente de previziune probabilă.

Clasificarea ca funcţie de distanţă

O reformulare originală a teoriei clasificării este dată de Seweryna Łuszczewska-Romahnowa. Autoarea porneşte de la analogia cu dispunerea obiectelor în spaţiu şi clasificarea este concepută ca stabilind „o *distanţă* între com-

ponentele fiecărei perechi de elemente ale domeniului clasificat"[3].

Se pleacă de la următoarea „diagramă" a clasificării:



Mulțimea de la care pornește clasificarea este $S_{1,1}$ („spațiu de clasificare"). Primul număr din indice se referă la „nivelul" clasificării, iar al doilea este numărul clasei.

Se disting trei perechi de elemente ale spațiului $S_{1,1}$:

a) x, y aparțin unei clase de ultim nivel (ex., $x, y \in S_{3,5}$),

b) x, y aparțin la clase diferite de ultimul nivel, dar aceleiași clase de nivelul doi (ex. $x \in S_{3,5}$, $y \in S_{3,6}$, $x, y \in S_{2,3}$),

c) x, y au numai o clasă în comun, anume $S_{1,1}$.

Se vede că de la a) la c) distanța între elemente crește, astfel că putem introduce respectiv numerele 0, 1, 2 pentru cele trei genuri de perechi.

Notînd cu C_1 clasificarea de mai sus, vom desemna distanța între x și y în cadrul acestei clasificări prin $x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y$.

În continuare autoarea introduce definițiile:

1) $x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y = 0 \Leftrightarrow$ există o clasă $S_{3,i}$ astfel că $x \in S_{3,1}$ și $y \in S_{3,i}$,

---

[3] S. ŁUSZCZEWSKA-ROMAHNOWA, *Classification as kind of distance function. Natural classifications*, în *Studia logice*, Tom XII, Warszawa-Poznan, 1961, p. 41.

2) $x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y = 1 \Leftrightarrow x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y \neq 0$ și există o clasă $S_{2,i}$ astfel că $x \in S_{2,i}$ și $y \in S_{2,i}$,

3) $x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y = 2 \Leftrightarrow x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y \neq 0 \;\&\; x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y \neq 1 \;\&\; x \in S_{1,1} \;\&\; y \in \in S_{1,1}$.

Ca urmare „$x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y$ este o funcție care asumă valorile 0, 1 sau 2 pentru diferite perechi de elemente ale spațiului $S_{1,1}$.

Definiția se poate extinde pentru o clasificare cu n nivele și valorile $0, \ldots n - 1$.

Clasificarea va fi concepută ca „procedură de a stabili anumite distanțe între elementele unui domeniu"[4].

(Se poate observa că există o corespondență între conceptul de „distanță" și conceptul de „asemănare" clasic, formalizat de noi anterior.)

Clasificarea naturală este definită astfel:

C_i este o clasificare naturală a domeniului S „dacă pentru elemente arbitrare x, y, z, r ale lui S are loc: dacă $x \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} y < < z \underset{C_1}{\vdash\!\dashv} r$ atunci x și y sînt în realitate mai apropiate decît sînt z și r"[5]. De aci rezultă necesitatea de a „relativiza conceptul de clasificare naturală". Aceasta se face prin precizarea apropierii ca „mărime a diferenței calitative", concept care în contextul autoarei nu este precizat, dar pe care credem că l-am putea preciza în modul în care am precizat „gradul de asemănare" (în măsura în care corespondența are loc).

În continuare autoarea introduce pentru diagrama indicată o matrice corespunzătoare:

$S_{1,1}$,

$S_{2,1}$ $S_{2,2}$ $S_{2,3}$,

$S_{3,1}$ $S_{3,2}$ $S_{3,3}$ $S_{3,4}$ $S_{3,5}$ $S_{3,6}$ $S_{3,7}$.

Rîndurile coincid cu „nivelele".

Generalizînd o astfel de matrice se pot introduce diferite teoreme de nivel.

---

[4] *Ibidem*, p. 42.

[5] *Ibidem*.

Se analizează apoi „distanța în M" (în genere) — adică $x \underset{M}{\vdash\!\dashv} y$, respectiv în raport cu valorile $[0, \ldots n - 1]$

Notăm cu $d(x, y)$ — funcția care clasifică mulțimea dată n n nivele — și o definim astfel (pentru mulțimea K):

(1) clasa tuturor semnificațiilor pentru argumente din K va fi $[0, \ldots n - 1]$,

(2) fiecare din corelațiile: $d(x, y) \leqslant 0, \ldots, d(x, y) \leqslant$ $\leqslant n - 1$ este echivalență,

(3) familia claselor de abstracție ale acestor corelații este finită.

Or aceasta este chiar funcția $x \underset{K_i}{\vdash\!\dashv} y$.

Clasificarea în biologie

In continuare vom încerca să exemplificăm ideile de mai sus și eventual să le completăm într-un domeniu în care clasificarea joacă un rol de prim rang, în biologie. Vom utiliza ca „material experimental" lucrările: P. Bănărescu, *Principiile și metodele zoologiei sistematice*; R.A. Crawson, *Classification and Biology* (London, 1970) și J.R. Gregg, *The Language of Taxonomie* (New York, 1954), extrăgînd ceea ce prezintă un interes pentru teoria clasificării făcînd corelațiile și reflecțiile pe care ni le sugerează. Formalizarea logico-matematică ne-a permis să dezvăluim complexitatea modelului de clasificare în biologie, să formulăm unele sugestii.

Disciplina biologică ce se ocupă de *clasificarea în biologie* este *taxonomia.*

Taxonomia = teoria și practica clasificării organismelor (E. Mayr). Se disting două nivele: cel teoretic (taxonomia propriu-zisă) și cel practic (sistematica). Taxonomia studiază principiile și problemele clasificării iar sistematica se ocupă de clasificarea efectivă.

Clasificarea = aranjarea în ordine a viețuitoarelor pe baza relațiilor și asemănărilor.

Există diferite nivele de abordare a organismelor vii, aşa că criteriile sînt formulate în funcţie de aceste nivele:

a) clasele ca mulţimi de indivizi organici care se aseamănă şi respectiv diferă prin proprietăţi ,,monadice'' (însuşiri),

b) clasele ca mulţimi de indivizi consideraţi ,,atomistic'' (compuşi din ,,particule'' celule sau chiar molecule),

c) clasele ca mulţimi de indivizi aflaţi în anumite relaţii (ex. filogenetice).

Biologia dispune de categorii de clasificare proprii. Iată aceste categorii:

a) categorii fundamentale: specie, gen, familie, ordin, clasă, încrengătură, regn;

b) categorii secundare, care sînt notate cu prefixele sub-, supra-, intra-, sau cu cuvinte *speciale* (ex. pentru subspecii se folosesc ,,varietate'', ,,rasă'', ,,populaţie'' ş.a.).

Proprietăţile în baza cărora organismele sînt grupate în ,,clase'' se numesc în biologie ,,caractere''.

Să insistăm puţin asupra noţiunii de ,,caracter''. Caracterele sînt fie simple proprietăţi individuale (însuşiri), fie relaţii (ex. relaţii de reproducere).

Aceste caractere ca o *categorie de proprietăţi* au la rîndul lor anumite trăsături distinctive.

a) Sînt statistice — cea mai mare parte din caractere au loc pentru majoritatea indivizilor, dar sînt foarte puţine caractere universale,

b) Sînt ,,variabile'' şi anume de ,,variabilitate continuă'' (după clopotul lui Gauss), există şi unele care variază ,,discret'' (ex. culorile). Cu alte cuvinte, fiind dată o mulţime de proprietăţi P şi o mulţime de indivizi (să zicem enumerabili) M vom putea spune:

$$\mu x_i(x_i \in M) \quad P(x_i)$$

(,,majoritatea de x care aparţin lui M au proprietatea P'').

Apoi proprietăţile (subordonate unui criteriu) variază din anumite puncte de vedere (ex. după intensitate, canti-

tativ etc.) continuu sau discontinuu astfel că avem posibilitatea de a le pune pe o scală:

$$P_1, P_2, P_3, \ldots P_n \text{ (discontinuu).}$$

Noțiunea de „clasă" în biologie. Clasa în biologie nu este o simplă pluralitate (de elemente independente), ea este un sistem. Apoi clasa nu este caracterizată simplu printr-o singură proprietate, ci printr-o multitudine de proprietăți. În al treilea rînd clasele sînt caracterizate după mai multe criterii. Clasele din biologie nu au totdeauna „margini precise", ele sînt adesea mulțimi vagi. Clasele din biologie sînt clase reale și empirice, ele sînt formate pe baza unui material „de observație".

Raționamentele cu clase ideale pot oferi biologului cel mult ipoteze pe care el trebuie să le supună verificării prin observație (sau și prin experiment).

Pentru biologie este importantă dispunerea „spațio-temporală" a claselor. O clasă poate să se descompună într-un șir de subclase care în momentul t ocupă areale diferite (adesea fără legătură între ele).

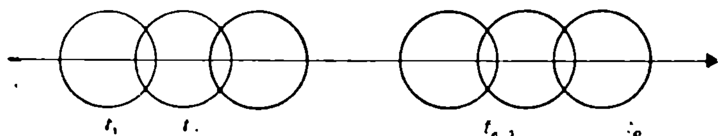
Poziția în spațiu (= arealul) clasei este deci un lucru esențial (adesea) pentru caracterizarea clasei. Introducem formula:

$$\forall x(x \in K \rightarrow (x \in A_1 + x \in A_2 + \ldots + x \in A_n)).$$

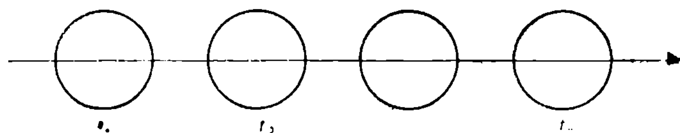
(unde A reprezintă arealele/poziția în spațiu a clasei/, iar „+" disjuncția exclusivă).

În clasificare biologul ține seama de: 1) natura arealului, 2) relațiile între areale (apropiate, îndepărtate, izolate etc.).

Urmînd apoi „scara timpului", o clasă se poate descompune într-un șir de subclase („generații") *imprecise* (vagi), ceea ce vom reprezenta astfel:

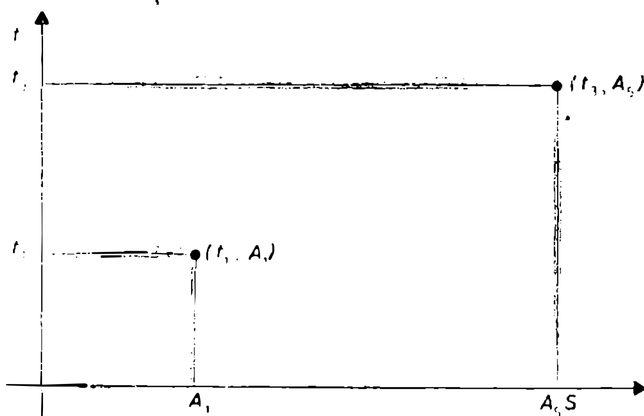


(Dealtfel, noţiunea de „generaţie” este o noţiune vagă.) Studiul filogenetic implică factorul timp. Clasele în succesiune temporală formează un „lanţ de intersecţii”, dar două subclase suficient de depărtate în timp (adică fără elemente comune) pot prezenta un interes mai mare. Fiecărui „lanţ de intersecţii” îi sînt subordonate „lanţuri de clase care se exclud” (disjuncte).



Îmbinînd criteriul spaţial cu cel temporal putem stabili unele corelaţii între „subclasele temporale” şi „poziţia în spaţiu”.

Ex.



Noţiunea de clasificare. Am spus că biologul are de-a face cu clase „ca sistem” prin urmare el va împărţi universul său nu în simple mulţimi, ci în sisteme de indivizi. Clasificarea are loc în cadrul aceluiaşi tip (universul organismelor), dar în taxonomie biologul se ocupă şi de alte tipuri de entităţi (universul proprietăţilor, universul criteriilor).

Clasificarea este naturală și tinde să fie făcută după criterii esențiale.
Clasificarea este provizorie, ea poate fi înlocuită sau perfecționată (în funcție de nivelul cercetării și de scopurile teoretice sau practice). Sistemele de clasificare sînt ierarhice (în funcție de relația de incluziune).
Clasele din biologie sînt clase de intersecție, totuși există „proprietăți-reper". Dacă o clasă a fost caracterizată după un criteriu, ea va fi apoi caracterizată și după celelalte criterii.
Proprietăți și elemente în clasă. Am arătat că un element aparține unei clase nu dacă satisface o singură proprietate, ci dacă satisface marea majoritate dintr-o mulțime de proprietăți date. Pentru a preciza poziția elementului în raport cu clasa, următoarele idei reies din taxonomie:

1) orice proprietate este satisfăcută de majoritatea obiectelor din clasă,
2) orice obiect satisface marea majoritate a „proprietăților clasei",
3) o proprietate este satisfăcută cu o intensitate mai mare sau mai mică,
4) obiectul ideal satisface toate proprietățile indicate,
5) obiectul-tip satisface cele mai multe proprietăți din mulțimea dată,
6) apartenența obiectelor la clasă poate fi „gradată" (după numărul și importanța proprietăților).

Categoriile biologiei. Să studiem acum mai îndeaproape categoriile clasificării în biologie.
Specia. Este categoria taxonomică fundamentală. Problema definirii „speciei" este foarte complicată.

1) Se caută un criteriu general (sau o clasă de criterii) după care să separăm organismele în specii (problemă taxonomică).
2) Se caută apoi criterii speciale pentru definirea fiecărei specii în parte (problemă de sistematică).

Concepția clasică despre specie (vezi K. Linné) o încadra total în „mulțimi precise" (ideale). Speciile erau: (1) fixe, (2) indivizii aparțin speciei în virtutea asemănării (mai ales morfologice).

Fie ≈ relaţia de asemănare (modulo P) determinată în raport cu o mulţime de indivizi.

1) Specia este o clasă de echivalente în raport cu ≈.
2) Relaţia ≈ se conservă de la primul element (primul în timp) la ultimul element (în timp).

Biologia modernă introduce cel puţin următoarele inovaţii:

1) gradarea relaţiei de ≈ (şi distingerea ei netă de ≡),
2) dependenţa speciei şi a caracterelor de factorul timp,
3) înmulţirea sistemelor de criterii,
4) considerarea relaţiilor dintre elemente (şi în primul rînd a celor genetice),
5) considerarea relaţiilor dintre elemente şi alţi factori (spaţiu geografic, elemente din alte specii, relaţia parte-întreg etc.).
(Specia nu mai este o simplă „clasă de echivalenţe" (în raport cu ≈) ea este un „sistem".)
6) Specia este mai degrabă o mulţime fazică (cu un nucleu precis) decît o mulţime precisă.

Concepţii despre specie

1. Concepţia tipologică (morfologică). Există un individ ideal (un fel de „paradigmă") şi fiecare individ real este o „reflectare" a acestuia (realizează „valoarea medie" a caracterelor individului ideal).
2. Concepţia despre specie ca avînd variabilitate „practic nulă" (valabilă pe areale mici).
3. Concepţia multidimensională: „specia ca un ansamblu de populaţii în cadrul căruia indivizii se încrucişează liber între ei atît în cadrul populaţiei cît şi între populaţiile vecine"[6].
(Cu cît sînt mai îndepărtate cu atît încrucişarea apare mai rar.)
Apare aci un criteriu operaţional (procesual):

$$x * y \in S \Leftrightarrow x \in S \;\&\; y \in S$$

(unde $x * y$ reprezintă rezultatul „încrucişării").

[6] P. BĂNĂRESCU, *Principiile şi metodele zoologiei sistematice*, Bucureşti, 1973.

Specia ca sistem formează în acest caz o „structură operațională" (corespunzător cu ceea ce în matematică se cheamă o „structură algebrică" spre deosebire de „structura de relație"). Ea nu este o simplă clasă ci un „taxon".

(I) Specia $S =$ df.

1) o mulțime închisă relativ la operația $*$

2) $S \neq S_i \Leftrightarrow \overline{\exists} x \overline{\exists} y (x \in S, \quad y \in S_i) \,\&\, x * y$ (Vezi def. lui E. Mayr)[7].

Aceste însușiri corespund așadar „încrucișării" și „izolării reproductive". Delimitarea nu este nici universală, nici singura (nu se aplică la „speciile hermafrodite" sau „partenogenetice").

Taxonul „specie" este deci: 1) o mulțime, 2) o mulțime cu anumite corelații între elemente, 3) o mulțime cu anumite corelații externe (ex. cu mediul).

Deducem de aci că specia este un „sistem" în sensul teoriei generale a sistemelor (*T G S*). Ca urmare, studiul ei din punctul de vedere al *T G S* este mai util decît din punctul de vedere al simplei teorii a mulțimilor.

Aplicînd criteriul (I) biologii recunosc că nu e universal. Urmează că ei operează cu mai multe noțiuni de „specie". Fie $U =$ universul indivizilor organici.

Biologul nu dă criteriul pentru U, ci pentru o submulțime S de mulțimi ale lui U. De aci universul se divide, de ex., astfel: $U = S + S'$. La rîndul său mulțimea speciilor (S) va fi: $S = S_1 + S_2 + \ldots + S_n$.

Ce se întîmplă cu S'? Este o parte a lui U care rămîne neclasificată? Un „reziduu" al clasificării? Nu, intervin alte criterii.

Biologul se abate de la ideea criteriului unic și adoptă o concepție mai flexibilă.

a) Aplică criteriul (I) cît rezistă (S),
b) pentru S' aplică alte criterii.

Rezultă cel puțin două noțiuni de „specie" — specii S și specii S'. După părerea noastră logica sugerează aci următoarea soluție. Criteriul (I) (genetic) fiind insuficient

---

[7] *Ibidem.*

se aplică pentru descrierea speciei şi multe alte criterii: (II) (morfologic), III (fiziologic) etc.

Avînd în vedere că „morfologia este condiţionată în majoritatea cazurilor de legături evoluţioniste”[8], evident că se pot îmbina criteriile astfel că dacă unul nu mai rezistă să continue celălalt. Putem să vorbim de un criteriu disjunctiv:

$$C_1 \vee C_2 \vee \ldots \vee C_n$$

„... specia este populaţia cu indivizi asemănători care au aceeaşi structură şi funcţie, se împreună în natură numai între ei şi au aceeaşi origine”[9].

În locul conjuncţiei trebuie introdusă aci disjuncţia (neexclusivă): aceeaşi structură şi funcţie *sau* se împreună numai între ei *sau* au aceeaşi origine.

Se poate introduce un criteriu condiţionat — dacă p atunci C şi putem reformula astfel: aceeaşi structură şi funcţii şi *dacă* se impreună numai între ei şi au acelaşi origine.

În fine se poate proceda şi altfel: se consideră criteriile cu cea mai mare generalitate şi pe un anumit interval se introduce un criteriu suplimentar care nu contrazice criteriile anterioare, ci corespunde logic pe respectivul interval cu ele.

Fie deci U universul şi I un interval (o submulţime în U).

Clasificăm pe U, să zicem, conform cu criteriile C_1, C_2, C_3 şi obţinem clasele:

$$K_1, K_2, K_3, \ldots, K_n.$$

Fie $I = K_{i_1}, K_{i_2}, \ldots, K_{i_k}$.

Vom introduce ideea de „criterii intersubstituibile”.

Două criterii C_i, C_j sînt intersubstituibile $\Leftrightarrow$ ele sînt logic echivalente:

(1) $C_i =_L C_j \Leftrightarrow C_i \rightarrow C_j \,\&\, C_j \rightarrow C_i$

sau

(2) $C_i =_L C_j \Leftrightarrow$ generează aceleaşi clase.

---

[8] C. VILEE, *Biology*, 1957 (folosim trad. rusă, Moscova, 1959, p. 78).
[9] *Ibidem*.

Ca urmare, dacă $C_i =_L C_j$ putem opera C_i/C_j sau le putem conjuga ca fiind idempotente sub raportul clasificării (simbolic : $C_i \top C_j$) :

$$C_i \top C_j = C_i,$$
$$C_i \top C_j = C_j.$$

Fie U mulţimea şi I interval în U, C criteriul cel mai larg în U.
Presupunem că U nu poate fi clasificat fără „reziduuri". (O clasificare este cu reziduuri atunci cînd nu există criteriu universal pentru un univers U şi trebuie să acceptăm „clase marginale" imprecise.)
Dacă există $C_j = C_i$ atunci pe intervalul I noi putem opera C_i/C_j sau putem acţiona cu $C_i \top C_j$.
Am schiţat trei soluţii posibile pe care biologul le poate adopta :

(1) disjuncţie de criterii,
(2) introducerea unui criteriu ipotetic (condiţionat),
(3) introducerea unui criteriu echivalent.

În ce priveşte completitudinea o clasificare poate fi completă sau cu reziduuri, ceea ce nu este o surpriză în natură.

Problema variabilităţii speciei

Există factori care fac ca speciile la rîndul lor să poată fi supuse unei clasificări :

$$S = V_1 + V_2 + \ldots + V_k \text{ (unde } V = \text{varietate).}$$

Un astfel de factor (şi deci criteriu de clasificare) este cel „geografic".
Relaţia $\approx$ în acest caz îşi schimbă gradul în funcţie de factorul geografic. Scriem că $\approx$ are valoarea (gradul) a^k.
Notăm cu *Var* (variabilitatea), adică gradul de diferenţiere în raport cu arealul.
Fie $A_1, A_2, \ldots, A_n$ areale şi apoi $\subset$ incluziunea strictă.
1. Dacă $A_i \subset A_j$ atunci *Var* în $A_j >$ *Var* în A_i.
2. Dacă $U_g = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ atunci *Var* în $U_g >$ $>$ *Var* în A_i.

Fie apoi $a^k(x, y)$ gradul de asemănare şi $V^p(x, y)$ gradul de variabilitate.

3. Într-un areal A (astfel că $x, y, z, u \in A$) vom avea relaţia :

$$a^k(x, y) < a^k(z, u) \rightarrow v^p(x, y) > v^p(z, u).$$

O specie se divide în ,,subspecii''. Subspeciile nu sînt simple categorii extensionale, ci ele sînt în primul rînd calitative. Clasificarea în subspecii nu se face pur şi simplu prin prisma ideii abstracte de a^k sau v^p, este nevoie de ,,factori concreţi''.

În general, relaţiile dintre ,,taxoni'' nu se reduc la relaţiile abstracte dintre mulţimi. Un taxon este o categorie simultan calitativă şi cantitativă în sensurile următoare :

a) are o extensiune,
b) are multiple determinări (definitorii şi nedefinitorii),
c) este un ,,sistem'' nu o simplă mulţime.

Subspeciile după criteriul geografic cuprind : a) areal comun, b) oarecare izolare geografică. Observăm că ideile de ,,închidere'' şi ,,deosebire'' se reproduc şi în acest caz.

(Areal comun = suprafaţă care îngăduie întîlnirea oricăror indivizi din populaţie.)

Variaţia geografică = variaţie calitativă şi/sau cantitativă. Criteriile variaţiei geografice pot fi : a) izolarea în spaţiu, b) izolarea prin bariere (ex. apă), c) izolarea prin schimbarea calitativă bruscă (ex. cîmpie + munte, pămînt + apă ş.a.). Acestea sînt cazurile de ,,discontinuitate'', dar putem avea ,,variaţie continuă''.

Distingerea subspeciilor în cazul ,,variaţiei discontinui'' este mai uşoară, pentru ,,variaţia continuă'' se obţin mulţimi imprecise în cazul cărora trebuie să apelăm adesea la criterii convenţionale.

În afară de ,,subspecii'' biologii utilizează termenul de ,,populaţie''. ,,O populaţie este totalitatea indivizilor unei specii care trăiesc într-o localitate sau un biotop şi care în mod efectiv se încrucişează între ei''[10]. Chiar autorul

[10] P. BĂNĂRESCU, *op. cit.*, p. 28.

observă că avem o „definiţie vagă" deoarece „în foarte multe cazuri nu se poate trasa o limită între populaţiile învecinate"[11]. Din nou trebuie să apelăm la „mulţimile *fuzzy*" (vagi).

Biologii analizează toţi factorii care pot determina „asemănări" şi „deosebiri" şi diviziunile sau „impreciziile" pe care le generează.

Ei analizează de asemenea „excepţiile".

Este important să deosebim aspectele încrucişării:

a) masa de indivizi în care încrucişarea este posibilă (în principiu),

b) masa de indivizi în care ea are loc efectiv,

c) caracterul „probabilistic" al încrucişării a doi indivizi,

d) caracterul statistic al mulţimii efective în raport cu mulţimea de principiu.

Notînd cu M_e masa efectivă şi cu M_p masa posibilă vom introduce formulele:

a) $M_e \subset M_p$,

b) $\forall x(x \in M_p)\ x \in_p M_e$ ($\in p$: „apartenenţa cu probabilitate").

Pentru stabilirea unor taxoni supraspecifici este importantă „speciaţia" (producerea unor specii noi din specii date). Arborele de clasificare din biologie nu este o simplă ierarhie de mulţimi bazată pe relaţia de incluziune, ci el presupune şi relaţiile de asemănare şi filogenetice.

Să considerăm în continuare sistemul taxonilor de bază:

$$T = \{S,\ G,\ F,\ O,\ C,\ I,\ R\}.$$

Sînt presupuse aci relaţiile de incluziune, filogenetice şi de asemănare. Formal relaţia de filogenie nu este de ordine, dar implică o relaţie de ordine.

Fie T_i^n, T_j^n doi taxoni de acelaşi nivel şi T^{n+1} un taxon de nivel superior.

---

[1] *Ibidem*.

Presupunînd $T_i^n \subset T^{n+1}$ şi $T_j^n \subset T^{n+1}$ doi indivizi $x, y \in \in T^{n+1}$ vor fi în gradul de asemănare

$$\approx_{n+1}(x, y)$$

dar se vor deosebi în raport cu T_i^n, T_j^n presupunînd că $x \in \in T_i^n$ şi $y \in T_j^n$. Mersul „în sus" echivalează în acest caz cu „reţinerea asemănărilor", în timp ce mersul „în jos" coincide cu „reţinerea deosebirilor". Paralel cu incluziunea poate avea loc o relaţie filogenetică ($\triangleright$):

$$T^{n+1} \triangleright T_i^n, \quad T^{n+1} \triangleright T_j^n.$$

De aci relaţia de ordine ($\prec$):

$$T^{n+1} \prec T_i^n, \quad T^{n+1} \prec T_j^n.$$

În fine, pentru oricare pereche (x, y) astfel că $x \in T_i^n$, $y \in T_j^n$ şi $x, y \in T^{n+1}$ avem $\not\approx_n(x, y)$ şi $\approx_{n+1}(x, y)$. (Am convenit să notăm gradul de asemănare cu numărul nivelului.)
La arborele de clasificare (din perspectiva mulţimii T a taxonilor) concură deci cel puţin trei relaţii de ordine: $\subset$, $\prec$ (derivată din $\triangleright$) şi $\approx_i$ (gradul de asemănare). Stabilirea „simetriei" (dacă ne putem exprima astfel) dintre cele trei relaţii constituie o particularitate a clasificării în biologie.
Se produce o grupare „de la abstract la concret":

a) gruparea în regnuri (R):

$$U = R_1 + R_2,$$

b) gruparea în încrengături a R:

$$R = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \ldots + \hat{I}_k,$$

c) gruparea în clase (în sens biologic special) a încrengăturii:

$$\hat{I} = C_1 + C_2 + \ldots + C_l,$$

d) gruparea în ordine a claselor:

$$C = O_1 + O_2 + \ldots + O_m,$$

e) gruparea în familii a ordinelor:

$$O = F_1 + F_2 + \ldots + F_n,$$

f) gruparea în genuri a familiilor:

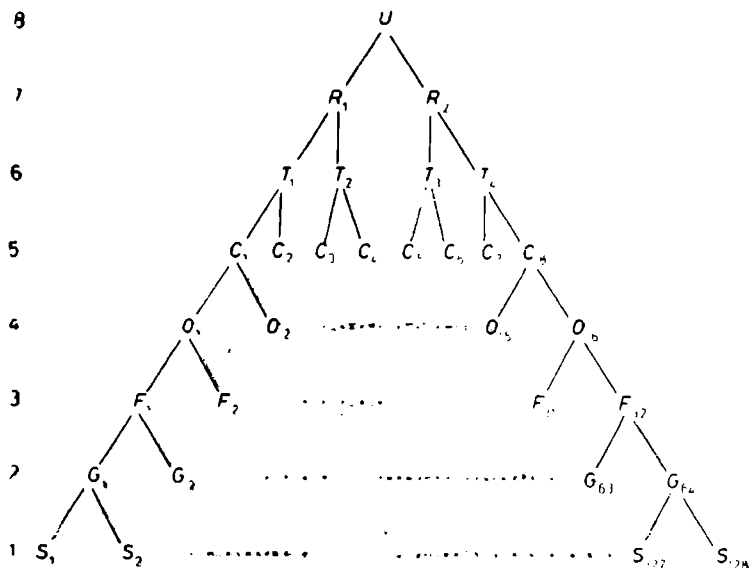
$$F = G_1 + G_2 + \ldots + G_p,$$

g) gruparea în specii a genurilor:

$$G = S_1 + S_2 + \ldots + S_r.$$

Biologii formează în special „arborele genealogic". Așa cum s-a văzut, arborele de clasificare presupune, pe lîngă relația de incluziune, relațiile de asemănare și cele filogenetice (pe baza cărora se și stabilește clasificarea). Vom constitui schemele ideale ale clasificării. Facem unele presupuneri de limitare:

1) U va conține 14 indivizi, deci $U = \{x_1, \ x_2, \ldots, \ x_{14}\}$.
2) Fiecare taxon se va divide doar în doi taxoni, ca urmare vom avea următorul „arbore" (cu vîrful în jos).



Pentru clasificarea dihotomică avem așadar 128 de specii. Dacă enumerăm nivelele în ordine inversă 1, 2, ... 8 putem formula diferite afirmații (care sînt deja cunoscute din teoria generală a clasificării).

1) Taxonii de același nivel (rang) se exclud.

2) Orice taxon de rangul n este cuprins într-un singur taxon de rangul $n+1$ (cu excepţia celor de rang 7). 3) Orice taxon este cuprins în cîte un singur taxon de un rang dat:

$$(T_1^1 \subset T_1^2,\ T_1^2 \subset T_1^3,\ \dots T_1^6 \subset T_1^7).$$

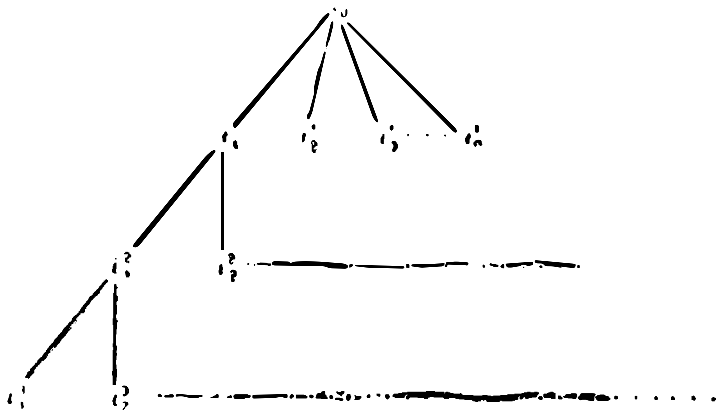
4) Cu cît rangul taxonilor diferiţi la care aparţin doi indivizi (x, y) este mai înalt cu atît diferenţa dintre indivizi este mai mare. Astfel pentru $x \in R_1$ şi $y \in R_2$ avem cea mai mare diferenţă.

Aceste propoziţii au în vedere o clasificare ideală, în realitate clasele reale şi deci şi clasificarea sînt aproximative. Ca urmare, la fiecare afirmaţie trebuie să fim gata să admitem „excepţii". În realitate există „paralelisme", „convergenţe", „cazuri imprecise".

Mai ales în cazul taxonilor intermediari are loc această situaţie[12].

În arborele filogenetic speciile pot fi ordonate aşadar în funcţie de relaţiile filogenetice (origine, grad de înrudire). Pot fi concepute mai multe modele abstracte pe care însă biologii le pot accepta sau respinge în funcţie de fapte. Evident că în această ierarhie vom lua drept criteriu de bază „gradul de diferenţiere".

Iată un model abstract: Fie un individ iniţial i^0 care se multiplică într-un fel anume:



[12] Vezi *op. cit.*, p. 85.

Prin „multiplicare" din i^o apare mulţimea $\{i_1^1, i_2^1, \ldots i_n^1\}$, din $\{i_j^n\}$ apare $\{i_l^{n+1}\}$, în genere vorbind.

În asemenea „multiplicare" diferenţierea atinge gradul în care putem vorbi de specii diferite.

În ce priveşte elementele speciei putem avea cazul în care :

$$i^k, i^{k+n} \in S \text{ sau } i^k \in S_j \text{ şi } i^{k+n} \in S_l.$$

Schema noastră corespunde unei „multiplicări monoparentale" cu un singur i^o. Putem considera însă n indivizi i^0 şi diferite feluri de multiplicări (monoparentale, biparentale etc.). Situaţia se complică şi obţinem modele mai aproape de realitate.

O problemă este aceea a corespondenţei dintre arborele de clasificare şi cel filogenetic. În abstract se pot face diferite ipoteze: 1) trecerea prin evoluţie treptată (continuă), 2) trecerea prin evoluţie „accidentală", 3) trecerile (1) şi (2) combinate. Desigur acestea sînt probleme care interesează pe biologi. Noi ne vom limita la a da un fragment de clasificare ca exemplu.

Pornim de la universul organismelor vii (U):

R : Plante, *Animale*
I : Moluşte, *Vertebrate* . . .
K : Peşti, Reptile, Păsări, *Mamifere*
O : Carnivore, Rozătoare, *Primate*, . . .
F : Pongide, *Hominide*. . . .
G : *Homo*
S : Omul de Neanderthal, *Homo Sapiens*

Filogenetic se presupune că *Homo sapiens* a apărut din alte specii din genul *Homo*, genul *Homo* a apărut din specii de Hominide etc. (a se observa sublinierile).

Fiecare specie din taxonul de rang n *este precedată de o specie din taxonul de rang* n + 1. Se înţelege, filiaţia este mediată. Abstract se pune problema dacă prin „accident" nu s-a produs un salt peste o serie de ranguri, astfel că de la rangul n să se treacă, să zicem, la rangul $(n - k)$ $(k > 1)$. Tot ca simplă ipoteză speculativă se poate pune problema dacă nu se poate trece de pe o ramură a arborelui pe alta (nu importă de ce rang).

Din respectiva lucrare putem reţine încă următoarele aspecte pentru teoria clasificării:

a) considerarea „caracterelor" sub raport sincronic şi diacronic,

b) existenţa unor sisteme de clasificare diferite (ex. morfologică, filogenetică, citologică ş.a.) care pun următoarele probleme:

— există între ele relaţii de preferinţă?

— ce raporturi există între ele?,

c) formalizarea matematică (şi se înţelege logică) a clasificărilor, valoarea ei (vezi, de ex., „taxonomia numerică").

Fie două specii S_i, S_j. Ele pot avea „caractere comune" fie în sens sincronic (coexistă), fie în sens diacronic (se succed pe linie evolutivă).

Să presupunem că acceptăm în continuare două sisteme de clasificare (principalele): „morfologică" şi „filogenetică". În raport cu aceste clasificări speciile noastre se pot afla în următoarele poziţii (combinatoric):

1) S_i, S_j aparţin aceluiaşi taxon T (morfologic) şi S_i, S_j provin din acelaşi taxon T.

2) S_i, S_j aparţin aceluiaşi taxon T, dar provin ambele dintr-un taxon T' ($T' \neq T$).

3) S_i, S_j aparţin aceluiaşi taxon T, dar provin fiecare din alt taxon (ex. S_i din T', S_j din T'' şi $T' \neq T'' \neq T$); aci avem două cazuri:

a) taxonii T' şi T'' sînt de acelaşi rang (pe linie filogenetică),

b) taxonii T', T'' sînt de ranguri diferite (pe linie filogenetică).

4) S_i, S_j provin din acelaşi taxon T, dar fac parte din taxoni deosebiţi (ex. T_i, T_j) şi aci avem cazurile:

a) T_i, T_j sînt de acelaşi rang (pe linie filogenetică),

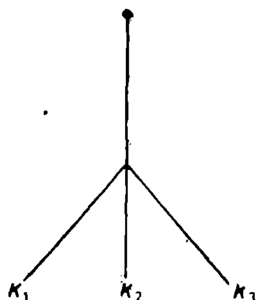
b) T_i, T_j sînt de ranguri diferite (pe linie filogenetică),

c) T_i, T_j sînt de acelaşi rang (grad) în clasificarea morfologică,

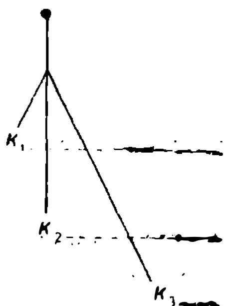
d) T_i, T_j sînt de ranguri diferite în clasificarea morfologică.

5) S_i, S_j provin din taxoni deosebiţi şi fac parte din taxoni deosebiţi (după „gradul de diferenţiere" se pot deosebi anumite cazuri).

Precizarea „ierarhiei" poate fi făcută în funcţie de asemenea factori ca paralelismul în evoluţie, convergenţa în evoluţie, divergenţa în evoluţie, viteza evoluţiei ş.a. Se poate de exemplu ca speciile S_i, S_j să provină din „acelaşi strămoş", dar în timpuri diferite. În aceste condiţii pentru cazul 1) putem avea în caz particular reprezentările :



(a)



(b)

Figura (a) reprezintă poziţia morfofilogenetică, iar (b) poziţia în timp a apariţiei speciilor.
În raport cu evoluţia se distinge între „clasificarea orizontală" şi „clasificarea verticală". Pentru a nu produce confuzie cu alte utilizări ale acestor termeni reţinem definiţiile :
Clasificarea orizontală „grupează specii şi genuri asemănătoare prin faptul că au atins aceeaşi treaptă de evoluţie, aparţinînd unor linii filetice deosebite, deşi sînt paralele şi bazal înrudite"[13].
Clasificarea verticală „grupează alături speciile şi genurile care sînt situate în aceleaşi linii evolutive, dar au atins grade diferite de evoluţie şi deci sînt destul de diferite între ele"[14].

---

[13] *Op. cit.*, p. 112.
[14] *Op. cit.*, p. 133.

Problema preferinței se rezolvă diferit de către biologi în funcție de considerente teoretice sau pragmatice. Există tendința de a stabili o ordine de esențialitate, dar se pare că nu s-a dat o soluție satisfăcătoare. Ceea ce caută biologii în mod deosebit este, ca să spunem așa, o suprapunere („congruență") sau, mai slab, o corespondență între diferitele clasificări în așa fel încît să se poată face trecerea de la un criteriu la altul în mod logic (nu pur empiric). Problema ordinii ar putea fi atunci stabilită în sensul că un sistem explică pe altul.

Dacă se pot stabili corespondențe (reciproce) vom spune că astfel de clasificări sînt „paralele" și putem scrie:

$$C_1 \| C_2 \| C_3 \| \ldots \| C_n.$$

De aci se poate conchide: „clasa K_i^1" este aproximativ identică cu „clasa K_i^2 și cu clasa K_i^3" etc., adică:

$$K_i^1 \approx K_i^2 \approx K_i^3 \approx \ldots \approx K_i^n.$$

Aceasta înseamnă apoi că există în fiecare clasă proprietăți „corespondente" P_i^1, $P_i^2, \ldots$ ceea ce putem scrie:

$$P_i^1 \rightleftarrows P_i^2,\ P_i^2 \rightleftarrows P_i^3,\ \ldots$$

(Se aplică, evident, tranzitivitatea.)

Aceasta este una din premisele aplicării metodei deductive în biologie. Fie o clasă K_i^m cu proprietățile morfologice P^m. Dacă în genere am stabilit o „corespondență" (dacă nu chiar implicație în sens riguros) între P^m și proprietățile genetice P^q atunci putem spune că P^m și P^q sînt extensional echivalente. În continuare conchidem:

Dacă $P^m \sim P^q$ atunci $\forall P (P \in P^m) \exists ! P' \in P^q$ (și reciproc).

Dacă $P(x)$ atunci $P'(x)$ și dacă $P'(x)$ atunci $P(x)$.

În acest caz corespondența între „categorii de proprietăți" (între criterii) ar fi un principiu fundamental în teoria clasificării.

S-ar putea spune atunci că „un criteriu confirmă clasificarea făcută după alt criteriu". De exemplu, „în majoritatea cazurilor, rezultatele studiilor serologice confirmă relațiile taxonomice și filetice stabilite pe bază morfo-

logică ...”[15]. Corespondența trebuie stabilită cu grijă. „Marea problemă a taxonomiei este că nu toate caracterele comune pentru două sau mai multe specii sînt un indiciu de origine comună; multe dintre ele sînt de convergență, de unde necesitatea studiului mai multor caractere biochimice pentru concluziile taxonomice”[16].
Rezultă de aci că stabilirea corespondenței nu este o chestiune ușoară:
1) cu cît numărul de proprietăți corespondente este mai mare cu atît probabilitatea de a aparține aceluiași grup este mai mare,
2) cu cît însușirile sînt mai esențiale cu atît corespondența este mai certă.
Observăm că în cadrul aceluiași criteriu se merge pe *principiul analogiei* („raționamente analogice”) în timp ce între criterii deosebite se merge pe principiul corespondenței („raționamente de implicație”). Astfel „caracterele comune” (în sens analogic) sînt considerate drept dovadă a „originii comune” (principiul de corespondență, corespondență între morfologie și filogenie).

Formalizarea clasificării. O încercare de formalizare a clasificării în biologie *pe linia teoriei mulțimilor* avem în lucrarea lui J.R. Gregg *The language of Taxonomie* (1954), o alta *pe linie aritmetică* este dată de Sokal și Sneath (1962). „Conform concepției acestor autori (Sokal și Sneath) și adepților lor, o clasificare cu adevărat «științifică» (sau în orice caz obiectivă) ar trebui să se bazeze pe cît mai multe caractere, indiferent care, iar cînd apreciază relațiile dintre specii sau alți taxoni, să ia ca punct de plecare în primul rînd numărul caracterelor comune”[17].
Premisele lor, după cum arată P. Bănărescu, sînt:
1. Clasificarea ideală ar fi cea bazată pe o cît mai mare cantitate de informații (= caractere).
2. Caracterele au aceeași valoare (deoarece criteriile de valoare pot fi diferite).
3. Gradul de asemănare = funcție de numărul de caractere comparate.

---

[15] *Op. cit.*, p. 135.
[16] *Ibidem*, p. 137.
[17] *Ibidem*.

4. Corelaţia diferită a caracterelor poate genera grupe diferite.
5. Taxonomia este pur empirică.
6. Afinitatea (asemănarea) este independentă de speculaţii filogenetice. Se reţine deci „gradul de asemănare" nu „gradul de înrudire".

„Sistematica fenetică" este opusă celei „filogenetice".

Sistematica, consideră ei, şi-a propus prea multe scopuri: 1) stabilirea filiaţiei speciilor, 2) clasificarea lor, 3) denumirea lor (nomenclatura). Ei se limitează la scopul 2). Ne punem întrebarea însă dacă nu cumva orice clasificare naturală urmăreşte aceste trei scopuri. După „metoda numerică" doi cercetători independenţi ar trebui să ajungă la aceleaşi rezultate. Caracterele utilizate de ei sînt fenotipice[18] (= proprietăţi observabile la un moment dat) şi „unitare" (elementare, atomare).
Fie P un astfel de caracter. La încercarea de a rezolva $P(x)$ putem da răspunsuri: $P(x)$ = da, $P(x)$ = nu.

Uneori din lipsă de informaţii: $P(x)$ = posibil, $P(x)$ = probabil, $P(x)$ = necunoscut.

O problemă care apare aci este aceea a legitimităţii şi deci a eficienţei acestei clasificări a răspunsurilor *(da, nu, posibil, probabil, necunoscut)*, mai ales ultimii trei termeni nu ni se par rodnici în utilizarea dată.

Se înţelege că nu trebuie să ne scape aci (ca şi în alte cazuri care urmează) legătura cu diviziunea logicii în „bivalentă" şi „n-valentă". Aceasta pune în lumină şi alte posibilităţi în ce priveşte colaborarea dintre cele două ştiinţe.

În cazul de mai sus o funcţie $P(x)$ poate fi calificată în cinci feluri (ceea ce ar corespunde cu o logică pentavalentă) [$\bar{x}$, o, 1/2, 1*, 1].
adică: $\bar{x}$: necunoscut, o: fals (nu), 1/2: posibil, 1*: probabil, 1: adevărat (da).

Sokal şi Sneath elimină unele clase de caractere ca fiind neimportante pentru clasificare.

---

[18] Se are în vedere că fenotipul „reflectă" genotipul (= compoziţia genetică, gene + plasmogene).

1) Caractere fără semnificaţie genetică.
2) Caractere logic echivalente (ex. hemoglobina ⇔ culoarea roşie a sîngelui).
3) Caracterele parţial corelate (pot fi luate în considerare numai dacă reflectă variaţii ereditare deosebite).
4) Caracterele invariabile în cadrul taxonilor analizaţi. Ele nu mai pot produce „diferenţieri".
5) Caractere a căror diferenţă cantitativă este mai mică decît erorile posibile de măsurare (nedetectabilă de măsurători).
Precizarea caracterelor depinde de cantitatea de informaţie[19]. Caracterele pot avea mai multe „stări". Dacă au două stări le notăm cu +, — (sau 1, 0) ori cu /, în lipsă de informaţie. Altele au mai multe, ex. „dimensiunile"; ele pot fi codificate prin cifre care corespund limitelor de variaţie[20]. Reamintim aci că în teoria generală a clasificării am înţeles prin „criteriu", „gen de proprietăţi", din cele de mai sus se deduce că termenul „caracter" este luat în acest sens mai cuprinzător.
Ca exemplu, putem lua caracterul (= criteriul) culorii cu stările (= proprietăţile elementare): *R, O, G, V, A, I, V*. Pe de altă parte, putem lua în consideraţie din punct de vedere logic, ideea de „redundanţă", a criteriilor pornind de la ceea ce autorii numesc caractere „neimportante" (1—5). Fie C_1, C_2 două criterii. Presupunînd că am ales pentru clasificare criteriul C_1 vom spune că C_2 este „redundant" în cazurile:

a) C_1 este logic echivalent cu C_2,
b) C_1 implică logic C_2,
c) C_2 nu este productiv (nu produce clase noi în U),
d) C_2 este empiric indiscernabil de C_1.

Caracterele cu mai multe stări se codifică în aşa fel că fiecare devine un caracter cu două stări. Se indică trei feluri de codificări:
a) *Prin adiţie*. De exemplu, luăm un caracter c cu cinci stări $c = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Fiecare „stare" devine un caracter cu două stări (+, —).

---

[19] *Op. cit.*, p. 141.
[20] *Ibidem.*

Vom avea matricea de reducere.

$C \backslash C_2$	1	2	3	4
0	—	—	—	—
1	+	—	—	—
2	+	+	—	—
3	+	+	+	—
4	+	+	+	+

(C = caracter cu cinci stări C_2 = caracter cu două stări.) Semnele ,,—" și ,,+" vor însemna ,,nedetectabil" și resp. ,,detectabil".

Tabelul dă un exemplu de reducție. Un caracter cu cinci stări este transformat în patru caractere cu două stări fiecare[21].

Pentru înțelegerea tabelului notăm că avînd cinci stări ele nu pot fi distribuite decît astfel (1,4), (2,3), (3,2), (4,1). Aceștia sînt termenii care pot da suma 5. Primul, ,,caracter binar" va avea respectiv într-un caz ,,nedetectabil" și în patru ,,detectabil", ultimul va fi invers: într-un caz ,,detectabil" și în patru cazuri ,,nedetectabil".

b) *Codificarea neaditivă.* Se constituie matricea următoare (în parte am schimbat notațiile).

			C_2		
	C_n	+	y^1	y^2	y^3
x_1	0	—	?	?	?
x_2	1	+	+	—	—
x_3	2	+	?	+	—
x_4	3	+	?	?	+

Explicație: x_1, x_2, x_3, x_4 (organisme), C_n (caracter cu n stări) C_2 (caractere binare), ? (necunoscut, autorul notează cu ,,N C"),

[21] Vezi *op. cit.* p. 141.

{0, 1, 2, 3} — mulţimea stărilor. Nu insistăm asupra aspectului biologic, interesant este introducerea în tabel a valorii „necunoscut". Logic vorbind, în acest caz am putea vorbi de caractere cu 3 stări („valori") : —, +, ?. notînd „stările" (proprietăţile) cu P_0, P_1, P_2, P_3 putem face afirmaţii de forma :

$$P_0(x_1) = ?$$

$$P_1(x_2) = +$$

$$P_1(x_2) = -$$

În acest fel putem corela logica predicatelor cu respectivele matrice. Notaţiile ?, +, —, pot fi considerate ca valori într-o logică trivalentă. Criteriul („caracterul") poate fi considerat ca disjuncţie (exclusivă) de proprietăţi elementare („stări") :

$$C_n = P_0 + P_1 + P_2 + P_3$$

Pentru cazul culorii avem :

$$C = R + O + G + V + A + I + V$$

c) *Codificarea binară.* Aceasta este o transformare a secvenţelor formate cu (—, +) în secvenţe ale sistemului de numeraţie binar formate respectiv cu (0,1). Secvenţele binare sînt traduse în sistemul zecimal şi din compararea numerelor obţinute rezultă o „dendrogramă" (un fel de „arbore" însă normal, nu cu vîrful în jos)[22].

Probleme speciale. Pentru biologie, şi considerăm că în general pentru clasificările naturale, se pun o serie de probleme speciale ca : a) determinarea apartenenţei la clasă („cheia de determinare"), b) alegerea exemplarului „tip", c) delimitarea şi identificarea claselor, d) căile de studiere a clasificării, e) stabilirea nomenclaturii. Reţinem din respectiva lucrare cîteva idei. „O cheie de determinare oferă mijlocul cel mai rapid şi relativ mai simplu de a identifica un exemplar de animal sau plantă pe baza caracterelor sale. Ea se prezintă sub formă dihotomică, punînd în contrast caractere opuse ; se porneşte

---

[22] Vezi *op. cit.*, p. 142.

de la perechile de caractere opuse cele mai categorice, pe baza cărora se pot distinge două grupuri mari de specii, ajungîndu-se din aproape în aproape, pînă la specii asemănătoare"[23].

În ce priveşte noţiunea de „tip" ea este mult relativizată şi poartă denumiri în conformitate cu poziţia pe care o ocupă. Autorul dă şapte denumiri (exemple: holotip, alotip). Holotipul este exemplarul luat ca reper de lucru. Pentru identificarea speciilor (operaţia diferită de delimitare) se folosesc „chei" care sînt date „în ordinea ierarhică a taxonilor" (de la superior la inferior)[24].

Interesant este sub raport filozofic să avem în vedere specificitatea cadrului în care se face cercetarea. Simpla enunţare a cazurilor ni se pare relevantă: a) cadrul natural (neafectat de intervenţia omului), b) cercetare în „grădini" (zoologice, botanice), c) cercetarea în condiţii experimentale şi d) cercetarea în muzee. Clasificarea fiind naturală, există evident anumite limite în cazurile b)—d) de care biologul trebuie să ţină seama.

Clasificarea în chimie

Chimia este în mare măsură o ştiinţă de clasificare ca şi biologia. Totuşi aci dispunînd de criterii mai precise s-ar putea spune că problema (fără a fi simplă) nu este la fel de complicată ca în biologie. Iată, de exemplu, o clasificare a elementelor chimice: metale, nemetale, semimetale, gaze monoatomice.

Chimia apelează adesea pentru caracterizarea claselor sale la definiţii operaţionale.

Astfel, spectrele sînt de flacără, de arc sau de scînteie, după cum încălzirea substanţelor, deci excitarea atomilor, are loc în flacăra unui bec cu gaz, într-un arc electric sau respectiv într-o scînteie electrică[25].

---

23 *Op. cit.* p., 153.
24 *Ibidem.*
25 C. RABEGA, M. RABEGA, *Chimie pentru admitere în facultate*, Bucureşti, 1973, p. 88.

Şi în chimie există tendinţe de a crea clase după *principiul convergenţei cît mai multor proprietăţi.*
Mai multe proprietăţi P_1, P_2 ... P_n determină o clasă, altfel spus avînd o mulţime P de proprietăţi $\{P_1, P_2, \ldots \ldots P_n\}$ clasificarea se face după gruparea majoritară a acestor proprietăţi. Presupunem că proprietăţile se grupează majoritar în cinci grupe G_1, G_2, ... G_5 atunci fiecare clasă este descrisă de faptul că ea satisface un grup de proprietăţi:

$$G_1(x) = x \in K_1.$$

Între proprietăţile din G_i există anumite relaţii, ele formează deci un „sistem de proprietăţi".
Desigur, la început clasificarea se face după un criteriu, dar se poate ca pe parcurs să intervină alte proprietăţi în aşa fel că criteriul iniţial este uitat sau trecut pe planul doi.
Ca şi în biologie, în chimie pot concura diferite sisteme de clasificare, pot exista clasificări, „provizorii", clasificări preferenţiale etc.

Clasificarea în domeniul social

Pentru a aborda clasificarea în domeniul social este important să deosebim două tipuri de clasificare: „teoretică" şi „pragmatică". Orice clasificare socială în care sînt implicaţi oamenii şi interesele lor este o clasificare pragmatică. O clasificare pragmatică nu are ca scop să redea în primul rînd grupe reale, ci „grupe normative", adică grupe luate apoi ca „norme" în tratarea oamenilor.

Presupunem că s-a adoptat o clasificare a oamenilor în clasele K_1, K_2, ... K_n (ordinul I). Important e aci nu atît faptul că în mod real oamenii se împart în aceste clase cît faptul că:

a) adoptarea unei asemenea clasificări este în conformitate cu interesele unui grup social (o clasă, un partid etc.),
b) odată adoptată această clasificare devine „normă" pentru membri săi, „fiecare om trebuie inclus în una sau alta din clase".

Decizia dacă un element *x trebuie* sau nu să facă parte dintr-o clasă *K* este luată nu atît în conformitate cu regulile de definire a clasei cît în conformitate cu interesele cuiva (care aplică, promulgă sau poate controla aplicarea regulii). Dacă există interesul să aplicăm regulile întocmai o vom face, dacă dimpotrivă nu avem interesul (sau avem un interes opus) n-o vom face.

Includerea într-o clasă *K* a unui individ *x* atrage după sine un ,,tratament adecvat'' şi ca urmare decizia de apartenenţă este un act social şi adesea un act politic fundamental.

Factorii pragmatici intervin deci:

a) în alegerea criteriilor şi în determinarea claselor,

b) în decizia de apartenenţă.

Pentru revoluţia proletară în delimitarea ,,claselor sociale'' esenţiale sînt criteriile: ,,locul pe care îl ocupă în sistemul de producţie socială, raportul faţă de mijloacele de producţie, caracterul muncii, locul în organizarea socială a muncii, funcţia socială, modul de obţinere a veniturilor şi mărimea acestora''[26].

Pentru burghezie esenţiale sînt alte criterii cum ar fi cele culturale, profesionale, politice, ideologice etc.

În cursul citat se arată că sociologul francez Jéan Delmarle dă patru criterii pentru definirea clasei sociale: condiţii de viaţă, participare la putere, măsura în care un grup social împărtăşeşte aceeaşi cultură, acelaşi proiect social (sumă de aspiraţii comune)[27].

Sistemul de clasificare rezultat din aceste criterii va fi apreciat, ca orice clasificare în grupuri sociale, din următoarele puncte de vedere:

a) este reală sau nu clasificarea?,

b) este esenţială sau nu pentru explicarea fenomenelor sociale?,

c) cui şi în ce măsură foloseşte (căror interese corespunde)?

,,Cercul vicios'' în care este pus cineva care vrea să dea răspuns la aceste întrebări este următorul: el va răspunde la întrebări mai ales în funcţie de poziţia sa socială în

---

[26] Vezi *Curs de socialism ştiinţific*, Ed. Politică, Bucureşti, 1975, p. 116.
[27] *Ibidem.*

raport cu această clasificare (îi convine sau nu clasificarea, în ce măsură un anumit răspuns îi afectează interesele). Materialismul istoric găseşte ieşirea din această situaţie în teza că *cel ce este mai interesat în răspunsul adevărat acela va răspunde obiectiv la întrebări.*

De aci nu trebuie să se tragă concluzia că mulţimea de criterii alese de unii se exclude neapărat cu mulţimea aleasă de alţii, între ele pot exista intersecţii. Ca urmare, avem observaţii de acest gen: „sîntem de acord cu criteriul cutare, dar nu cu criteriul cutare".

Clasificarea are apoi un caracter istoric — criteriile care s-au impus într-o anumită perioadă cedează locul altora în perioada următoare.

Între „grupurile reale" (modul în care se asociază oamenii) şi „grupurile normate" există adesea diferenţe esenţiale. *Recunoaşterea sau nerecunoaşterea formală (deschisă a) unui grup real este un act politic.*

Burghezia are interesul să recunoască în exclusivitate sau cu prioritate un anumit mod de grupare, ex. după criterii religioase, etnice, nivel de cultură, ş.a. Grupurile sociale sînt mai mult decît mulţimi-sistem, ele tind să devină întreguri (organice), structurate ierarhic şi funcţionale. În perspectiva dezvoltării istorice se poate ca anumite clasificări să aibă prioritate absolută, în mod actual însă trec adesea pe primul plan criterii care pot să nu pară esenţiale din perspectiva istorică.

Care sînt deci criteriile după care oamenii se grupează la un moment dat şi care sînt criteriile care-i grupează în perspectivă istorică?

La un moment dat gruparea după criteriul religios poate să treacă pe prim plan („creştini", „musulmani" ş.a.). *Mobilurile adoptării unei clasificări sau acordării de prioritate unei clasificări pot fi economice, politice, culturale. În orice caz fiecare adoptă acele principii de clasificare pe care le crede a fi în cea mai bună concordanţă cu existenţa sa.* Deosebim două feluri de criterii: criterii care vizează condiţiile obiective ale indivizilor şi criterii care vizează scopurile explicit formulate ale indivizilor. *Cu alte cuvinte avem „apartenenţă prin condiţie"* şi *„prin decizie" (liberă adeziune, constrîngere).*

Cui va aparţine un individ care „prin condiţie" este burghez, dar prin adeziune este revoluţionar socialist?
Obiectiv vorbind conceptul de clasă socială (mai general, grup social) este vag, imprecis (în sensul teoriei mulţimilor).
Există cazuri pentru care formula:

$$x \in K \vee x \notin K$$

se rezolvă uşor, există altele pentru care se rezolvă însă arbitrar. Între „condiţie" şi „adeziune" există o legătură în sensul că cei de aceeaşi condiţie tind să se grupeze şi în mod deliberat. Adeziunea la un grup are ca expresie de fapt *lupta pentru interesele grupului şi contra intereselor altui grup*.
Vom deosebi deci „grupuri prin condiţie", „grupuri prin adeziune" şi „grupuri normate" (constituite prin oarecare constrîngere din afară). Se înţelege, ele nu se exclud neapărat. Un alt aspect al grupurilor sociale este mobilitatea indivizilor (deplasarea lor dintr-un grup în altul). O clasă socială se poate extinde, restrînge, îşi poate schimba componenţa (cedînd sau primind membri). În formularea apartenenţei intervine deci factorul timp: „clasa în momentul t", „individul în momentul t". Vom spune deci:

x aparţine în momentul t lui K (simbolic: $x \in_t K$).
$K \equiv_t \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ (Clasa K este identică în momentul t cu indivizii ...).

De exemplu, x este proletar în momentul t_i, dar x este burghez în momentul t_k.

x aderă la clasa proletară în momentul t_i,
x aderă la clasa burgheză în momentul t_k.

Alegerea unei clasificări la un moment dat poate urmări un scop social-politic — ex. în raport cu pericolul extern criteriile diviziunii în „clase sociale" trec pe planul doi. Este importantă nu numai diviziunea, ci şi accentul care se pune pe ea. Multă vreme clasa feudală a fost ermetică în raport cu alte clase. Uneori diferenţele sînt estompate considerîndu-se că este necesar să se încurajeze unitatea. În alte cazuri accentul cade pe diferenţiere, astfel stau lucrurile în momente de mare tensiune revoluţionară.

Din cele de mai sus rezultă că este greşit să considerăm „clasificările sociale" ca ţintind pur şi simplu să descopere o ordine obiectivă (ca în biologie sau chimie). Se poate ca în parte ordinea să fie descoperită în parte introdusă (sau generalizată), se poate ca ea să fie esenţială pentru explicarea fenomenelor, dar se poate ca pe primul plan să cadă importanţa ei pragmatică. În orice caz la propunerea unei clasificări este indispensabil să ne întrebăm „cui foloseşte", căci orice clasificare în domeniul social (indiferent de valoarea ei cognitivă) este un „instrument de acţiune socială".

Clasificarea în estetică

Şi în estetică există clasificări predominant „teoretice" (cognitive) şi clasificări pragmatice.
Există criterii axiologice care au ca scop încurajarea unui tip de creaţie. Ca urmare ideea este nu atît a reda *ce este* cît ceea *ce se preferă.*
În estetică clasificările exprimă adesea preferinţa:

$$„x \in K"$$

înseamnă: „x aparţine efectiv lui K" sau „eu consider că x aparţine lui K". O propoziţie de apartenenţă este aci ambiguă.
Strădania esteticienilor de a depăşi subiectivitatea în definirea şi clasificarea operelor de artă nu se soldează cu prea mare succes. Unii vorbesc de „criterii estetice pure", alţii de „comandamente sociale" etc. În orice caz şi aci elementul pragmatic joacă un rol esenţial.

Clasificarea în drept şi morală

O problemă interesantă este definirea şi clasificarea infracţiunilor în drept în vederea stabilirii sancţiunilor. În general vorbind clasificarea (oamenilor şi faptelor) în drept se face din punctul de vedere al categoriilor deontice „drepturi", „obligaţii", „interdicţii". Norma se formulează pentru o clasă de indivizi şi de fapte. Se poate spune că

cel mai adesea avem de-a face cu cupluri de tipul ⟨individ, faptă⟩ de ex., ⟨individ, infracţiune⟩. Dacă individul x a realizat faptul a i se aplică norma N. Clasa indivizilor se defineşte printr-o proprietate (sau mai multe proprietăţi) P. Iată, de exemplu, cum se defineşte în codul penal clasa indivizilor pe care codul îi numeşte „participanţi" (iar noi „penalizabili"):

„Art. 23. Participanţii sînt persoanele care contribuie la săvîrşirea unei fapte prevăzute de legea penală în calitate de autori, instigatori sau complici".

Definiţia este dată direct prin clasificare, adică prin „enumerarea completă a speciilor". Schema va fi:

$$P(x) = \text{df. } A(x) \vee I(x) \vee C(x).$$

Se defineşte apoi seria A, I, C de clase. În acest fel avem două etape:

a) se definesc în parte clasele A, I, C,

b) se defineşte clasa P prin enumerarea claselor A, I, C.

Este interesantă definiţia „infracţiunii":

„Art. 17. Infracţiunea este fapta care prezintă pericol social, săvîrşită cu vinovăţie şi prevăzută de legea penală".

Avem de-a face cu o „clasă normativă" şi „vagă" în sensul teoriei mulţimilor.

Se presupune că noţiunile de „pericol social", „vinovăţie" şi „prevăzut de legea penală" sînt definite. În realitate o definiţie exactă şi care să permită în toate cazurile identificarea (faptelor) este un ideal. Chiar „previziunile" legii nu sînt totdeauna clare. Clasa „infracţiunilor" rămîne deci o clasă *fuzzy* (vagă). Ca urmare terţul exclus:

„x este infractor sau x nu este infractor"

nu poate fi decis ca în domeniile exacte.

O clasificare a infracţiunilor este necesară în vederea stabilirii pedepselor, or „clasele de infracţiuni" sînt de asemenea imprecise.

Stabilind „gradele de apartenenţă" în intervalul [0, ..., 1] putem scrie:

a) dacă x este infractor în gradul 1 atunci x este infractor,

b) dacă *x* este infractor în gradul 0 atunci *x* este nevinovat.

Vin apoi cazurile imprecise pe care totuşi trebuie să le decidem tot *precis*, adică nu putem lăsa lucrurile neclarificate sub raportul încadrării:

x pare în mare măsură infractor sau în parte sau nu este fără legătură cu infracţiunea deci ... *x* este infractor. Judecata poate cuprinde imprecizie, dar decizia nu, ea se închee în mod necesar cu „da" sau „nu".

Nici în morală cînd e vorba de oameni şi fapte nu putem pretinde la constituirea de „clase precise" şi deci „clasificări precise". Grupăm oamenii în „cinstiţi" şi „necinstiţi" în „buni" şi „răi" ş.a. dar relativitatea respectivelor determinaţii este atît de mare că nu rareori diferă de la individ la individ. Desigur există şi clasificări ca rezultat al unei „medii de opinie". Nu insistăm, precizăm doar că problematica generală a clasificării trebuie reluată în aceste domenii ţinîndu-se seama de specificul „claselor"[28].

---

[28] VITTORIO CAPECCHI a propus o metodă bazată pe entropie: clasificarea ţine seama de similitudinea de răspunsuri *(da, nu)* la teste; testele sînt echiponderate, clasele formate sînt omogene. „Dacă se defineşte selectivitatea plecînd de la informaţie, este natural să se utilizeze *entropia* ca măsură de selectivitate" (VITTORIO CAPECCHI, *Une méthode de classification basé sur l'entropie*, „Revue francaise de sociologie", V, 1964).

CUM RAŢIONĂM ?

Analiza logică a propoziţiilor

Pentru a răspunde la întrebarea „cum raţionăm" este necesar să studiem în primul rînd elementele raţionării — anume propoziţiile.

Forma completă prin care exprimăm o intenţie este propoziţia.

Există mai multe feluri de propoziţii după intenţie:

a) propoziţii cognitive (cu intenţia de a comunica o informaţie),

b) propoziţii pragmatice (cu intenţia de a determina o acţiune),

c) propoziţii interogative (cu intenţia de a determina un răspuns),

d) propoziţii axiologice sau „de valoare" (cu intenţia de a da o apreciere).

Cu toate că fiecare tip de propoziţie se exprimă în forme adecvate între formele respective nu există graniţe de netrecut, aceasta datorită fie anumitor corelaţii de echivalenţă fie datorită utilizării „sistematic ambigue".

Exemple :

1. $2 + 2 = 4$ (cognitivă),
2. Adună pe 2 cu 2! (pragmatică, în speţă imperativă),
3. Cît fac 2 cu 2? (interogativă),
4. „$2 + 2 = 4$" este o propoziţie utilă (axiologică).

Între propoziţiile 1 şi 4 ca şi între 2 şi 3 par a fi asemănări. Totuşi ele se deosebesc destul de mult. Astfel

propoziţia 1 transmite o informaţie obiectivă, în timp ce 4. transmite aprecierea pe care noi o dăm informaţiei, propoziţia 2 cere să adunăm 2 cu 2, în timp ce propoziţia 3 ne cere un răspuns, una insistă asupra efectuării operaţiei alta asupra răspunsului.

Ulterior vom vedea că există şi alte deosebiri. Orice propoziţie poate fi „admisă" sau „respinsă" în virtutea anumitor criterii.

Astfel propoziţiile cognitive sînt „admise" dacă sînt adevărate şi „respinse" dacă sînt false, propoziţiile pragmatice sînt admise dacă sînt „realizabile" şi respinse dacă sînt „irealizabile", propoziţiile interogative sînt admise dacă sînt „corecte" şi respinse dacă sînt „incorecte", iar propoziţiile axiologice sînt admise dacă ne determină atitudinea indicată (dacă sîntem de acord cu aprecierea) sau respinse dacă nu sîntem de acord cu aprecierea.

În cazul 1 propoziţia este adevărată, în cazul 2, ea este realizabilă (în funcţie de persoană), în cazul 3 avem o întrebare corectă, iar în cazul 4 foarte mulţi pot fi de acord că propoziţia este utilă (judecata este acceptabilă). Dintre cele patru propoziţii numai prima este independentă de persoană în sens strict. Propoziţia de tipul d) poate fi în parte asimilată propoziţiei de tipul a) în sensul că ea este o constatare empirică de utilitate, totuşi în general nu se poate face acest lucru. Categoriile de „admis", „respins" pot fi nuanţate.

Trebuie să mai ţinem seama apoi de faptul că fiecare tip de propoziţie presupune multe clase pe care este necesar să le studiem în parte. Noi ne vom limita la cazurile cele mai interesante.

În ce scop studiază logica propoziţiile?

a) În scopul formării lor precise sau, în genere, corecte.
b) În scopul formulării criteriilor de admitere sau de respingere.
c) În scopul „trecerii logice" de la unele propoziţii la altele.

Cele trei scopuri nu sînt fără legătură între ele. Trecerea logică de la unele propoziţii la altele (= raţionarea) are între altele ca scop fundamentarea acceptării sau respingerii propoziţiilor. La fel formularea precisă pe lîngă scopul

comunicării serveşte la fundamentarea acceptării sau respingerii.

Se pare deci că scopul b) are prioritate în raport cu celelalte, dar şi scopul b) ajută la realizarea scopurilor a) şi c).

Se înţelege că toate sînt subordonate în ultimă instanţă scopului general al activităţii umane (deci şi intelectuale) — rezolvarea de probleme (despre care vom discuta ulterior).
Cînd propoziţiile sînt formulate corect? O propoziţie cognitivă este formulată corect cînd semnificaţia transmisă este clară, univocă. Propoziţia nu este corect formulată cînd semnificaţia este confuză.

Este important să nu introducem printre propoziţiile incorect formulate pe cele „eliptice" sau „sistematic ambiguie". O propoziţie poate fi eliptică dacă nu generează confuzii. La fel ea poate fi sistematic ambiguă dacă prin context devine univocă.

Confuzia ţine de trăsăturile semantice ale propoziţiei. Există însă şi o abatere pur logică — inconsistenţa (contradicţia).

Confuzia are mai multe cauze, de ex.: îmbinarea întîmplătoare de noţiuni, utilizarea de termeni nedefiniţi ş.a. Abuzul de noţiuni abstracte (în sensul logic definit) poate de asemenea crea formulări confuze. La fel abuzul de cuvinte utilizate metaforic.

Problema corectitudinii se poate pune pentru fiecare tip de propoziţie în parte, în mod specific. Cu mult mai dificilă apare problema formulării cînd e vorba de limbajele formalizate (traducerea corectă în limbajele formalizate). Se presupune că orice propoziţie din limbajul natural poate fi redată printr-o formulare echivalentă în limbajul predicatelor sau şi mai comod în limbajul „predicate-clase".

Acest limbaj conţine pe lîngă semnele din logica propoziţiilor

$\{p, q, r, \ldots; \neg, \&, \vee, \rightarrow, \equiv\}$ şi semnele $\{x, y, z, \ldots; F, G, H, \ldots; \in, \forall, \exists\}$.

Noţiunea de propoziţie este riguros definită şi deci erorile de formulare pot fi uşor depistate. Desigur avem în vedere „propoziţia în sens logic". În limbajele ideografice ale ştiinţei propoziţia în sens logic coincide cu propoziţia în sens gramatical, ceea ce nu e cazul în limbile naturale. În limbile naturale nu posedăm criterii riguroase de formulare a propoziţiilor în sens logic. Putem cel mult să dăm unele indicaţii aproximative.

Să luăm un exemplu amuzant întîlnit frecvent în comerţ:

1) „Se găseşte brînză de vacă grasă". Cine este grasă, brînza sau vaca?

În limbajul formalizat intenţia poate fi redată astfel:

2) $\exists x(Br(x) \& Gr(x) \& Vd(x))$.

În limbajul natural (avînd în vedere intenţia) numai formularea 2) „Se găseşte brînză grasă de vacă" este corectă. În limbajul formalizat o formulare de tipul 1) este exclusă. Formularea ar trebui să precizeze sau una sau alta. Dacă ar fi vorba de „vacă grasă" atunci am scrie:

3) $\exists x \exists y \ (Br(x) \& \text{Produs} \ (x, \ y) \& Gr(y) \& V(y))$.

De altfel, datorită contextului formularea 1) ia înţelesul dat în 2) Cu alte cuvinte „ne exprimăm prost, dar înţelegem bine", caz care nu este rar în limbajul natural. O problemă pun formulările eliptice. Se fac afirmaţii de acest gen „omul este şi bun şi rău". Această formulare pare incorectă deoarece ar contrazice principiul necontradicţiei. În realitate ea este forma eliptică (ca să zicem aşa „contrasă") a judecăţii: „Omul are însuşiri bune şi însuşiri rele".

În limbajul formalizat inconsistenţa formulării iniţiale este de la început evidentă:

$$\forall x \ (Om(x) \rightarrow \text{Bun} \ (x) \& \text{Rău} \ (x))$$

Or, Rău $= \neg$ Bun, deci:

$$\forall x \ (Om \ (x) \rightarrow \text{Bun} \ (x) \& \neg \ \text{Bun} \ (x)).$$

A doua formulare este redată astfel:

$$\forall x(Om(x) \rightarrow \exists\ I(I(x)\ \&\ \text{Bun}\ (I))\ \&\ \exists I(I(x)\ \&\ \text{Rău}\ (I)))$$

(unde I = însuşire).

La fel afirmaţia: „Corpurile sînt în mişcare şi repaus" este forma contrasă a judecăţii „Corpurile sînt într-o anumită privinţă în mişcare, iar în altă privinţă în repaus". Desigur mişcarea şi repausul nu se neagă pur şi simplu, însă este suficient că repausul implică într-o anumită privinţă negarea mişcării.

De altfel, contrariile pot fi caracterizate nu prin relaţia

$$C \vee \neg C$$

ci prin relaţia: $< C, C' >$ astfel că:

a) $C \neq C'$,
b) $C \rightarrow \neg C'$, $C' \rightarrow \neg C$,
c) $C \neq \neg C'$, $C' \neq \neg C$.

Cu alte cuvinte C nu este identic cu $\neg C'$, dar implică pe $\neg C'$.

Propoziţii cognitive

Studiul propoziţiilor cognitive este fundamental pentru toate celelalte propoziţii. Vom lua în considerare în primul rînd forma logică şi apoi forma gramaticală.

Forma cea mai obişnuită de propoziţie este aceea pe care o vom numi (prin tradiţie) de *inherenţă*:

„*S* este *P*".

S desemnează lucrul (lucrurile) despre care se vorbeşte, iar *P* arată ce se spune despre *S*. *S* este numit subiect, iar *P* — predicat.

Relaţia „este" dintre membrii propoziţiei nu este singura caracteristică a formei. În general forma este caracterizată prin:

a) relaţia logică,
b) cantitatea obiectelor asupra cărora se aplică,
c) calitatea relaţiei,
d) modalitatea relaţiei.

(Ca pretutindeni în această carte vom aborda lucrurile din punctele de vedere cele mai uzuale fără a insista asupra completitudinii teoretice a studiului.)
Am spus că forma cea mai răspîndită este cea de inherenţă bazată pe relaţia *este*. Sensul lui ,,este'' a fost mult discutat, în general se reţine că ,,este'' poate însemna : a) legătura dintre subiect şi predicat, b) existenţa, c) identitatea prin definiţie ş.a.

,,Omul este animal'' (sensul a)),
,,Omul este'' (sensul b)),
,,Omul este animal raţional'' (sensul c)).

În funcţie de context poate avea şi alte sensuri : d) se află (ex. ,,x este în relaţie R cu y'' este totuna cu ,,x se află în relaţia R cu y''), e) are ,,x este par'' (= ,,x are proprietatea par''), f) identic (,,x este x'').
Din punctul de vedere al calităţii, o propoziţie poate să fie afirmativă sau negativă, cu alte cuvinte ea exprimă faptul că raportul logic între membrii propoziţiei are loc sau nu are loc :

,,S este P'' şi ,,S nu este P'',

Ex. Omul este animal, Omul nu este animal.
Sub raportul cantităţii deosebim trei situaţii principale :

a) propoziţia este singulară dacă se referă la un singur obiect,

b) propoziţia este particulară dacă se referă la cel puţin un obiect,

c) propoziţia este generală dacă se referă la toate obiectele (dintr-o clasă).

De regulă, situaţiile sînt marcate printr-un nume propriu (sau o descripţie de indivizi) în cazul a), prin cuvîntul ,,unii'' în b) şi prin cuvîntul ,,toţi'' în c).

Exemple.

a) Socrate este filozof,
b) Unii oameni sînt filozofi,
c) Toţi oamenii sînt bipezi.

Cuvîntul „unii" trebuie luat strict în sensul următor: „un singur individ sau mai mulţi sau chiar toţi". El ar putea fi înlocuit cu „minimum un" şi este inversul lui „maximum un" (= „cel mult un").

Cînd cineva spune: „să aduceţi minimum 5 lei!" el înţelege prin aceasta:

— 5 lei trebuie să aduceţi,

— nu mai puţin de 5 lei,

— nu există o limită superioară (puteţi aduce oricît, mai mult de 5 lei dacă doriţi).

Cînd cineva spune „să luaţi maximum 5 lei" aceasta înseamnă:

— puteţi aduce 5 lei sau mai puţin,

— nu sînteţi obligaţi să aduceţi vreun leu.

Prin urmare, vom considera că „unii" — „cel puţin un" („minimum") este inversul lui „cel mult" („maximum").

Uneori cuvîntul „unii" este afectat de alte cuvinte astfel că apar combinaţii cu sens diferit ca „numai unii", „unii şi numai unii".

Prima expresie („numai unii") vrea să spună că „unii, dar nu toţi", a doua („unii şi numai unii") are acelaşi sens cu mica deosebire că întăreşte ideea că unii sînt.

Exemple: „Numai unii studenţi sînt harnici" înseamnă: „nu toţi studenţii sînt harnici, dar o parte sînt harnici". „Unii studenţi şi numai unii sînt harnici" înseamnă „unii (o parte din) studenţi sînt (într-adevăr) harnici, dar numai unii (nu toţi). Observăm dar complexitatea ideii exprimată de expresia „numai unii": se afirmă explicit că cel puţin un caz are loc, se neagă implicit că nu toate cazurile au loc.

În limbajul obişnuit se poate întîmpla ca propoziţia să fie dată într-un astfel de context încît „unii" este înţeles ca „numai unii". Ex. „unii într-adevăr aţi învăţat".

Cuvîntul „toţi" redă faptul că propoziţia se referă implicit la orice obiect dintr-o clasă dată: de exemplu, „toţi peştii sînt animale". Şi cuvîntul „toţi" poate fi înlocuit

de altele, de ex. de „orice", „niciun" (cînd propoziţia este negativă), de substantivul articulat ş.a.
Exemple: „Orice om este animal", „Nici un om nu este patruped", „Omul este animal". Unul dintre rosturile logicii este să studieze astfel de cuvinte cu semnificaţia foarte generală şi relaţiile dintre ele (identice sau aproape identice ş.a.).
Reţinem ca o regulă de semnificaţie foarte importantă că contextul poate contribui în mod radical la schimbarea sau precizarea cuvintelor. Prin urmare, pe lîngă semnificaţiile generale date de logică este bine să avem în vedere nuanţe neprevăzute, date de context.
Să redăm acum pe scurt forma propoziţiilor de mai sus:

Forma afirmativă	*Forma negativă*
1) S este P	1) S nu este P
2) S_i este P	2) S nu este P
3) Unii S sînt P	3) Unii S nu sînt P
4) Toţi S sînt P	4) Nici un S nu este P.

Formele 1) sînt fără cantitate („necuantificate") iar restul sînt cu cantitate („cuantificate") — respectiv 2) singulară, 3) particulară şi 4) generală.
Raportul „S este P" este cel mai răspîndit, dar tendinţa de a reduce toate propoziţiile la raportul de inherenţă nu este împărtăşită de ştiinţa şi logica contemporană. Matematica modernă preferă, de exemplu, următoarele două forme de propoziţii:

1) „x are proprietatea P" şi
2) „x aparţine clasei K".

Exemple: „x are proprietatea de a fi număr natural", „x aparţine clasei numerelor pare".
Prima formă va fi numită de intensiune, a doua de extensiune.
Uneori forma 1) este redată mai simplu prin: „x este P", dar aceasta nu trebuie să ne inducă în eroare, „este" nu are aci semnificaţia din propoziţiile de inherenţă.
Forma 2) nu este singura formă de extensiune, există încă forma următoare 3) „K este cuprins în L". Vom spune că 2) este propoziţie de apartenenţă, iar 3) de incluziune.

Exemplu de propoziţie de incluziune: ,,clasa oamenilor este cuprinsă (= inclusă) în clasa mamiferelor".

O distincţie fundamentală care se face în logică este între însuşire şi relaţie — însuşirea se aplică fiecărui obiect în parte în timp ce relaţia presupune cel puţin două obiecte. Ca urmare se introduce o nouă formă de propoziţie — anume propoziţia de relaţie:

,,x se află în relaţie R cu y"

Exemple: ,,$x > y$", ,,$x = y$", ,,x este tatăl lui y" ş.a. Unii logicieni au încercat să reducă propoziţiile de relaţie la cele de inherenţă. Nu este scopul nostru să discutăm aci astfel de probleme, dăm un exemplu din care se vede că ,,reducţia" este artificială. Propoziţia ,,x este mai mare decît y" ar trebui interpretată ca:

x este [mai mare decît y]
unde ,,[mai mare decît y]" ar fi predicatul P (în sensul inherenţei).

Există apoi un raport logic care nu şi-a găsit dezvoltarea corespunzătoare în tratatele de logică, anume raportul parte-întreg:

,,x este parte a lui i". Astfel: ,,omul este parte a societăţii", ,,inima este parte a organismului".

Relaţia *parte/întreg* nu trebuie confundată cu relaţia de apartenenţă. Spre deosebire de o simplă mulţime de obiecte întregul se bucură de proprietatea de *integralitate*, părţile se află în anumite relaţii de *dependenţă* (de ,,unitate").

Un întreg nu se reduce la ,,suma părţilor" sale.

Am trecut în revistă următoarele forme de propoziţii:

1) S este P,
2) x este P,
3) x aparţine lui K,
4) K este cuprins în L,
5) x este în relaţia R cu y,
6) x este parte a lui y.

Între aceste forme există anumite raporturi logice, astfel că se poate trece în mod logic de la una la alta.

Forma 1) poate fi asociată atît cu o formă intensională, cît și cu o formă extensională.
Iată respectivele treceri: de la *S* este *P* se poate trece (în presupunerea că este vorba de toți *S*) la:

a) dacă x este S' atunci x este P'
b) S^* este cuprins în P^*
(unde S', P' sînt proprietăți, iar S^*, P^* — clase).

Astfel „omul este animal":

a) dacă x este Om atunci x este Animal
b) clasa oamenilor este cuprinsă în clasa animalelor.

Deoarece semnificația lui *S* și *P* se schimbă în cele două forme am convenit să le notăm cu S', P' și S^*, P^*.
Folosind cuantificarea vom obține, de exemplu pentru propoziția generală: „Toți *S* sînt *P*" formele corespunzătoare exacte:

a) Pentru orice x (dacă x este S' atunci x este P'),
b) Clasa S^* este inclusă în clasa P^*.

La rîndul său forma extensională (4) poate fi redusă logic la (3) astfel:
„*K* este cuprins în *L*" este logic echivalentă cu:
„Pentru orice x, dacă x aparține lui *K* atunci x aparține lui *L*".
Și propoziția de relație poate fi corelată cu forme intensionale și extensionale: de la xRy putem trece la:

a) x și y au relația *R* (intensională),
b) x și y aparțin clasei *R* (unde *R* este o clasă de perechi, deci un grup).

Pe de altă parte, între forma extensională „x aparține lui *K*" și forma intensională „x are proprietatea *P*" există o strînsă legătură.
Atitudinea adoptată față de diferitele forme de propoziții s-a exprimat în concepții unilaterale ca „substanțialism" contra „relaționism" (vezi forma „*S* este *P*" față de „xRy"), „extensivism" contra „comprehensivism" (vezi forma „x aparține lui *K*" față de „x are proprietatea *P*"). Toate exprimă o formă sau alta de reducționism. S-a considerat,

de exemplu, că propoziţia de forma „Toţi *S* sînt *P*" se reduce pur şi simplu la forma „*S* este inclus în *P*", că „*x* are proprietatea *P*" se reduce la „*x* aparţine clasei *P**". Vechiul conflict dintre extensivism şi comprehensivism (în speţă, dintre nominalism şi realism) a revenit. În cartea sa *Semnificaţie şi necesitate*, R. Carnap consideră că diferenţa între formele de inherenţă, extensionale şi intensionale este doar lingvistică. Între „*x* este om", „*x* aparţine clasei oamenilor" şi „*x* are proprietatea om" ar fi deci deosebire doar de formă de exprimare. În ce constă dificultatea? Este adevărat că între cele trei forme, să le notăm respectiv cu F_1, F_2, F_3 — există raporturi logice de echivalenţă (implicaţie reciprocă):

$$F_1 \rightleftarrows F_2,$$
$$F_2 \rightleftarrows F_3,$$
$$F_1 \rightleftarrows F_3.$$

Echivalenţa logică permite substituirea formelor fără a crea vreo dificultate. Trecerea de la o formă la alta poate fi mai simplă (ex. de la F_2 la F_3 şi invers) sau mai complicată (ex. de la F_1 la F_2 şi F_3) această trecere este generată de anumite principii (legi) şi nu este o simplă „traducere" cum încearcă unii s-o prezinte.

Este adevărat că simetria dintre logica claselor bazată pe relaţia „*x* aparţine lui *K*" şi logica predicatelor bazată pe relaţia „*x* are proprietatea *P*" este perfectă, dar aceasta nu exprimă decît legătura strînsă dintre extensiune şi intensiune (adică dintre clase şi proprietăţi).

Dincolo de echivalenţa formelor logice rămîn ca diferenţe:

a) diferenţa de informaţie,

b) diferenţa de eficienţă în utilizarea formelor,

c) diferenţa de transformări şi treceri logice între forme din cadrul aceleiaşi logici.

Problema a mai fost analizată de noi în *Logică şi adevăr*. Regulile de transformare şi în genere de operare din silogistică (teoria judecăţilor de inherenţă) nu coincid cu cele din logica claselor sau cele din logica predicatelor. Şi ele nu sînt simple „reguli lingvistice". Diferenţa de informaţie

este de asemenea evidentă: una este să privești obiectul sub raportul său cu genul, alta să-l corelezi cu o proprietate și alta să-l încadrezi într-o clasă.
În funcție de domeniu, poți alege un aspect sau altul. Pentru limbajul obișnuit importantă este corelația dintre predicat (în sens de „ceea ce se afirmă") și subiect (în sens de „cel despre care se afirmă") și distincția între „clasă" și „proprietate".
Pentru un chimist, de exemplu, ideea de „proprietate" se impune în primul rînd căci el trebuie să distingă a) proprietăți chimice de proprietăți fizice, b) proprietăți fundamentale de proprietăți derivate, c) proprietăți generale de proprietăți particulare (specifice), d) proprietăți necesare de proprietăți contingente, f) proprietăți esențiale de cele neesențiale ș.a.
Apoi relațiile între proprietăți sînt importante.
Iată, de exemplu proprietăți fizice: transparența, culoarea, mirosul, gustul, volatilitatea, densitatea, luciul metalic, maleabilitatea ș.a. Iată și proprietăți chimice: electropozitivitatea, electronegativitatea, reacție în lanț, combinația cu diferite substanțe etc. Vom spune, de exemplu, că un „corp *x* este transparent" și că în continuare „transparența este o proprietate caracteristică", în timp ce „culoarea roșie nu este caracteristică". În limbajul extensional ar trebui să spunem: „*x* aparține clasei corpurilor transparente", dar deja afirmația următoare este fără sens: „clasa corpurilor transparente este o clasă caracteristică"! Sau „clasa corpurilor roșii nu este cuprinsă în clasa corpurilor caracteristice" ! Dacă avem criterii pentru a determina într-un caz sau altul că o proprietate este caracteristică, nu posedăm nici o definiție exactă a noțiunii de „clasă de corpuri caracteristice".
Aceasta înseamnă că echivalența logică dintre proprietăți și clase nu se traduce automat printr-o echivalență de conținut.
Tot în chimie putem utiliza cu succes uneori și formele de inherență. Afirmația „fierul este metal" este neutră față de „fierul este cuprins în clasa metalelor" și „fierul are proprietatea metal".
Riguros vorbind „metalul" nu este o proprietate în înțelesul obișnuit al cuvîntului, el este mai degrabă un *agregat*

de proprietăți. Or nu este încă lămurit în ce chip un agregat de proprietăți poate fi tratat logic ca o proprietate fără a se ajunge la non-sensuri.

Formula „orice agregat de proprietăți este la rîndul său o proprietate" n-a fost încă nici clarificată nici justificată. Tendința este de a trece ușor de la echivalența de formă logică la echivalența de conținut, or paradoxele ne-au învățat să fim prudenți sub acest aspect.

Termenul „clasa metalelor" nu pare potrivit din cauză că am avea despre metale un fel de imagine „atomizată" ca și cum metalele ar fi o mulțime de discontinuități, ceea ce este oricum forțat — fierul, aurul, argintul nu sînt niște obiecte discontinue (deși pot să se găsească în aceste forme). Cînd spun „fier" sau „aur" nu am în vedere obiecte în genul „scaunelor", „meselor", „copacilor" etc. și nu mă interesează „clasa obiectelor de fier", nici măcar „clasa atomilor de fier"! Ceea ce mă interesează este tocmai agregatul de proprietăți fizico-chimice pe care-l numesc „fier".

Pe de altă parte, în măsura în care acceptăm clasificarea în chimie, trebuie să acceptăm și limbajul extensional. *„Clasa metalelor" în acest caz va fi înțeleasă ca o clasă de elemente chimice*, elementul chimic fiind luat ca „termen primitiv" (ca și cum ar fi un *obiect*). *Ca urmare, conchidem că aplicarea unor forme logice într-un domeniu implică anumite supoziții (idealizări) de ordin filozofic și numai în limitele unor astfel de supoziții ele sînt admise.*

Pentru matematică (și inclusiv pentru aplicarea matematicii) formele extensionale sînt indispensabile, totuși nu se poate face abstracție totală de formele intensionale, o clasă fiind definită printr-o proprietate.

Matematica intuitivă folosește și propoziții de inherență. Astfel propoziția „triunghiul este un poligon" nu ne comunică imediat nici că „triunghiul are proprietatea de a fi poligon", nici că „triunghiul face parte din clasa poligoanelor", accentul cade aci pe legătura dintre ideea (abstracția, noțiunea) de poligon și ideea (abstracția, noțiunea) de triunghi. Agregatul *triunghi* ca și agregatul *poligon* sînt luate numai în raport unul cu altul fără a lua seama la poziția lor în raport cu clasele sau proprietățile. *Tri-*

unghiul este aci un fel de entitate simplă pusă în relaţia este cu altă entitate simplă — *poligonul* (fiecare este luat ca un întreg atomar, indecompozabil).
Dealtfel, spunînd „triunghi", „proprietatea de a fi triunghi" şi „clasa triunghi" diferenţa informaţională dintre ele (oricît ar părea de mică şi neînsemnată sub raport logic) iese totuşi uşor în evidenţă. Consideraţii se impun şi în ce priveşte propoziţiile de inherenţă şi cele de relaţie. *Modelul inherenţei fiind cel mai obişnuit sîntem tentaţi să-l înglobăm pe cel de relaţie în acesta.*
La drept vorbind eu sînt tentat să cred că relaţia de inherenţă subzistă în plan secund în orice altă formă de propoziţie. Să considerăm propoziţia: „x este tatăl lui y".
Formal (conform cu logica relaţiilor) termenii x şi y ar trebui să ocupe poziţie egală, în sensul că relaţia are loc deopotrivă între cei doi şi nu mai mult cu unul, totuşi informal (conţinutiv) pentru oricine este evident că accentul cade pe x, x este entitatea despre care se afirmă restul, x este obiectul caracterizat de restul, iar restul („tatăl lui y") pare a fi o caracteristică a lui x. Acest lucru iese şi mai mult în evidenţă dacă luăm un şir de judecăţi de relaţie cu primul termen identic:

$$xR_1y$$
$$xR_2z$$
$$xR_3u$$

În acest ansamblu x este ceea ce vom numi „nucleul judecăţilor".
Dimpotrivă, nu la fel stau lucrurile scriind invers:

$$yR_1x$$
$$zR_2x$$
$$uR_3x$$

Nucleul (informaţional) al judecăţilor nu este x, ci seria este policentrică, adică fiecare subiect este caracterizat printr-o relaţie cu x. Aci x apare ca „reperul" după care noi caracterizăm o mulţime de subiecţi, altfel spus avem un „termen reper".
În ciuda acestor consideraţii informaţionale logica relaţiilor pleacă de la supoziţia că x şi y ocupă poziţie egală în

raport cu relaţia R, că sensul propoziţiei este acesta: „relaţia R are loc între x şi y", mai precis ea face abstracţie de supoziţia de inherenţă[1].

Trecem acum la forme mai complicate de propoziţii.

Convenim să considerăm formele afirmative indicate şi negaţiile lor drept „forme prime". Pornind de la acestea vom compune cu ajutorul anumitor particule logice alte forme: a) conjunctive, b) disjunctive, c) ipotetice, d) modale.

Iată în ordine aceste forme:

a) „p şi q" (ex. „plouă şi îmi iau umbrela"),
b) „p sau q" (ex. „studiez sau mă plimb"),
c) „dacă p atunci q" (ex. „dacă plouă atunci îmi iau umbrela"),
d_1) „este posibil p" (ex. „este posibil să plouă"),
d_2) „este necesar p" (ex. „este necesar să plouă"),
d_3) „este contingent p" (ex. „este contingent să plouă").

Deoarece respectivele particule logice au în limbajul obişnuit sensuri diferite logica ţine să precizeze sensul în care ea le utilizează. Particula „şi" va exprima faptul că ambele stări de fapt (exprimate în propoziţiile componente) au loc şi că ordinea lor este inversabilă:

„p şi q" este echivalent cu „q şi p".

Pornind de la acest sens intuitiv logica introduce apoi sensuri mai abstracte.

Particula „sau" poate avea două sensuri: un sens slab (neexclusiv) şi un sens tare (exclusiv). În propoziţia: „x este student sau x este muncitor", „sau" are sens neexclusiv, deoarece s-ar putea ca x să fie şi student şi muncitor. Dar în propoziţia:

„$x > y$ sau $x < y$", „sau" are sens exclusiv deoarece nu pot avea loc ambele relaţii deodată. Pentru a marca diferenţa lor se foloseşte pentru forma exclusivă acest mod:

„sau p sau q" (ceea ce denotă o întărire).

Expresia „dacă ... atunci ..." are mai multe sensuri însă în general ea exprimă o condiţionare. Grija celui ce

---

[1] A nu se confunda acest raport cu simetria relaţiei.

utilizează astfel de forme de judecăţi este să deosebească exact ce fel de condiţionare are loc.
Poate fi, de exemplu, o condiţionare cauzală, o condiţionare între proprietăţi, o condiţionare logică (o „inferenţă"). Din acestea se pot introduce apoi sensuri mai abştracte. Dealtfel, un principiu în logică este că pe baza unor sensuri date (de ex. intuitive), trebuie să fim gata să introducem sensuri mai abstracte pe care nu trebuie să le confundăm cu primele.
Să revenim însă la sensurile lui „dacă ... atunci ..."
Propoziţia: „dacă încălzim o bară de fier, ea se dilată" este de cauzalitate (fenomenul încălzirii provoacă fenomenul dilatării).
Propoziţia: „dacă rombul are toate unghiurile egale atunci el este pătrat" este o condiţionare între concepte (proprietăţi) („romb cu toate laturile egale" determină în mod necesar „a fi pătrat").
Propoziţia: „dacă toţi oamenii sînt animale, atunci unele animale sînt oameni", exprimă o „condiţionare logică" (o inferenţă). Există şi un alt tip de propoziţie ipotetică „dacă şi numai dacă *p* atunci *q*" (sau: „*q* dacă şi numai dacă *p*").
Logicienii numesc o astfel de propoziţie „de echivalenţă" sau de „implicaţie reciprocă". Sensul intuitiv este acesta: „dacă *p* atunci *q* şi dacă nu e *p* atunci nu e *q*".
Cuvintele modale „posibil", „contingent", „necesar" sînt şi mai greu de definit. Dealtfel logicienii le definesc într-un mod mai mult sau mai puţin general. Putem distinge în primul rînd „sensuri logice" şi „sensuri factuale". Orice sens factual presupune sensul logic.
„Posibil logic" înseamnă necontradictoriu. Astfel „Este posibil ca mîine să plouă" înseamnă cel puţin că „logic nu este contradictoriu să plouă mîine", dar nu numai atît, înseamnă că avem motive să credem că mîine va ploua. Motivele nu sînt suficiente pentru a afirma cu certitudine că va ploua, dar după experienţa anterioară sîntem înclinaţi să credem că va ploua.
Putem spune de exemplu că „adesea cînd au fost condiţiile *C* a plouat" sau „nu este exclus ca în condiţiile *C* să plouă, după cîte ştim". „Contingent logic" înseamnă că este posibil să fie şi este posibil să nu fie.

Propoziţiile „va fi" şi „nu va fi" însă se exclud logic. Ele nu pot fi incluse în acelaşi sistem de premise. Atunci nu este admisibilă conjuncţia: „este posibil să fie şi este posibil să nu fie"? Logic vorbind aceasta ar însemna: „este necontradictoriu să fie şi este necontradictoriu să nu fie". Această echivalenţă de posibilităţi este în sine o absurditate (o contradicţie), dacă cele două propoziţii nu sînt raportate la diferite sisteme de premise: există condiţii care fac credibilă propoziţia „va fi" şi alte condiţii care fac credibilă propoziţia „nu va fi", însă nu dispunem de premise care să excludă pe una din ele.
Determinarea mai exactă a lui „contingent" este aceea de „întîmplător" şi se opune „necesarului".
Logic vorbind că „este necesar să fie" înseamnă: este contradictorie presupunerea că „nu va fi", dar factual avem mai mult: există toate condiţiile din care decurge că va fi.
Nu am discutat special despre „imposibil" deoarece poate fi definit imediat ca negaţie a posibilului.
Din cele de mai sus rezultă:

a) asertarea posibilului presupune logic că s-a dovedit necontradicţia, iar factual că se face trimiterea la o experienţă (la anumite condiţii) care fac propoziţia credibilă,
b) asertarea necesarului presupune sau că logic s-a dovedit contradicţia propoziţiei opuse sau că factual facem trimitere la un sistem complet de condiţii,
c) asertarea contingentului presupune că în principiu nici una din cele două propoziţii opuse nu este contradictorie, iar factual că faptul indicat nu este necesar (nu dispune de toate condiţiile care fac faptul inevitabil).

Propoziţii pragmatice

Există multe tipuri de propoziţii a căror intenţie imediată este de a determina (stimula) o acţiune. Astfel de propoziţii sînt: a) imperative, b) normative, c) recomandări, d) rugăminţi ş.a. Propunerile sînt un fel de recomandări.
Ex. „Închide uşa!",
„Trebuie să apărăm patria",
„Ar fi bine să mănînci mai puţin!",
„Dă-mi, te rog, lucrul cutare!".

Astfel de propoziţii nu sînt nici adevărate, nici false, ele sînt realizabile, sau nu, cu alte cuvinte acţiunea (stimulată) este realizabilă sau nu. Se poate spune că întrucît toate tind să determine o acţiune ele au o semnificaţie imperativă (de un anumit grad).

Propoziţiile cele mai bine analizate sînt aşa-zisele „deontice" — adică cele formate cu operatorii „obligatoriu", „permis", „interzis".

Problema corectitudinii unei propoziţii pragmatice presupune: a) o anumită „poziţie logică" a faptului, b) o anumită „poziţie logică" a subiectului emiţător, c) o anumită „poziţie logică" a receptorului.

Prima presupunere înseamnă că faptul este realizabil obiectiv în condiţiile spaţio-temporale date, a doua că subiectul emiţător are temei să lanseze „imperativul" şi a treia că receptorul este apt să răspundă (să execute acţiunea). Necesitatea acestor supoziţii reiese din presupunerile opuse. Să revenim asupra exemplelor noastre.

Propoziţia „închide uşa!" are sens (este corectă logic) dacă:

a) faptul de a închide uşa nu este obiectiv imposibil,

b) raportul dintre *x* şi *y* (cei doi indivizi) este de aşa natură că *x* îi poate comanda lui *y*,

c) *y* este apt să închidă uşa.

Se poate întîmpla ca uşa să nu poată fi închisă (este strîmbă, de exemplu), se poate ca *y* să-i fie şef lui *x* (căruia nu i se poate comanda, fără riscul unor efecte negative pentru *x*), se poate ca y să fie mutilat şi deci inapt de a închide uşa.

Propoziţia „Toţi copii trebuie să urmeze şcoala de zece ani" presupune:

a) există o autoritate care poate promulga norma şi poate sancţiona încălcarea ei,

b) faptul de a urma şcoala de zece ani poate fi obiectiv realizat.

c) copii sînt apţi să urmeze şcoala ş.a.

Recomandarea „ar fi bine să mănînci mai puţin!" are sens dacă:

a) faptul de a mînca mai puţin este posibil (există mîncare multă),
b) cel ce formulează recomandarea este un om competent (şi o formulează cu competenţă),
c) cel ce primeşte recomandarea este un om apt (cu voinţă) să o îndeplinească.

În fine, propoziţia „dă-mi, te rog, lucrul cutare" are sens dacă:

a) lucrul poate fi obiectiv dat,
b) x e în asemenea raporturi cu y că-i poate formula rugămintea,
c) y este apt să îndeplinească rugămintea.

O rugăminte nu are sens dacă lucrul nu poate fi obiectiv dat (ex. „dă-mi te rog, luna de pe cer!") sau x nu poate formula lui y o asemenea rugăminte, de exemplu, din cauză că sînt duşmani neîmpăcaţi, sau y nu poate îndeplini rugămintea (de ex. din lipsă de timp). În rezumat, o propoziţie pragmatică va fi numită corectă dacă satisface cele trei presupuneri, în caz contrar incorectă.
Este suficient ca o singură supoziţie să fie imposibilă pentru ca propoziţia să fie incorectă.

Propoziţii interogative

Propoziţia interogativă este un fel special de propoziţie pragmatică destinată să obţină un răspuns (o informaţie). În funcţie de răspuns există două feluri de propoziţii interogative:

a) propoziţii cu răspunsul „da" sau „nu",
b) propoziţii cu răspuns „indicativ".

Exemple:

„Te duci la şcoală?" Răspuns: „da!" („nu!"),
„Unde te duci?" Răspuns: „La şcoală" (răspuns indicativ).

Ca şi propoziţiile pragmatice, propoziţiile interogative nu sînt nici adevărate, nici false, ele pot fi calificate de corecte (au sens) sau incorecte (fără sens).

O propoziţie interogativă este corectă dacă satisface anumite supoziţii :

a) faptul supus interogării nu este absurd,

b) cel interogat poate (măcar) în principiu răspunde.

De exemplu, la întrebarea „unde te duci" noi facem cel puţin două presupuneri în legătură cu faptul:

a) x se poate duce undeva (e apt să se ducă),
b) x se duce undeva (în momentul presupus în întrebare).

Dacă prima supoziţie este absurdă, atunci nu e posibilă nici a doua, dacă prima e posibilă rămîne să fie posibilă a doua. Este suficient ca una din supoziţii să fie imposibilă ca întrebarea să nu fie corectă. De exemplu, se poate presupune că cel întrebat nu înţelege întrebarea.

Să analizăm întrebarea lui x către y: „de ce mi-ai mîncat portocala ?"

Ea presupune:

a) x avea portocală,

b) y poate mînca portocale,

c) portocala este a mea (a lui x),

d) y nu avea voie să mănînce portocala.

Se vede de aci că numărul supoziţiilor poate creşte. Este important să luăm în consideraţie şi dependenţa supoziţiilor (falsitatea uneia poate anula sau nu adevărul altora).

De exemplu, din „y nu se poate duce nicăieri" decurge „y nu se duce (acum) nicăieri" (inversa nu este valabilă).

Întrebările au fost corelate cu probleme. Vom aborda ulterior acest subiect, Există o logică a întrebărilor aşa cum există o logică a normelor. Ne vom ocupa de ea ulterior.

Sub titlul ,,judecăţi de valoare'' tema a fost adesea abordată. Goblot le consacră o lucrare şi un paragraf în tratatul său de logică.

,,Se numesc *judecăţi de valoare* judecăţile ca: *acesta este bun — acesta este rău* şi negativele corespondente. Prin formă, ele nu diferă de alte judecăţi; ele sînt aserţiuni afirmative sau negative; ele sînt adevărate sau false; adevărul şi falsitatea lor relevă regulile logice comune. Dar ele exprimă «aprobarea sau dezaprobarea ...». Ele se încadrează în «raţiunea practică» care «furnizează principii de acţiune».

«Raţiunea speculativă» poate demonstra că ceva este adevărat, dar nu că este bun''[2]. Ea este indiferentă la bine şi la rău.

Această primă parte a concepţiei autorului conţine ideile:

a) judecăţile de valoare exprimă o aprobare sau o dezaprobare,

b) ele nu diferă ca formă de propoziţiile obişnuite (cognitive-spunem noi),

c) ele sînt adevărate sau false,

d) ele ţin de ,,raţiunea practică'' nu de ,,raţiunea speculativă'' care este indiferentă faţă de bine şi rău.

Punctul c) a fost şi este discutabil.
În continuare autorul se ocupă de ceea ce am numi logica respingerii sau acceptării lor.

,,Judecăţile de valoare pot să fie, trebuie să fie, sînt efectiv deliberate, discutate, criticate, probate, respinse''.
Este deci nevoie de încă o logică, aceea care ,,ar furniza regulile gîndirii care caută binele şi apreciază scopurile activităţii umane''.

,,O judecată de forma *acesta e bun* nu poate fi probată decît dacă semnifică: *acesta este bun pentru acela,* adică *aceasta este mijlocul aceluia, care este bun*''[3]. ,,Mijlocul este cauza al cărui scop este efectul. Pentru ca o cauză

---

[2] E. GOBLOT, *Traité de logique,* Paris, 1929, p. 368.
[3] *Ibidem,* pp. 269–370.

să ia caracterul unui mijloc, este deajuns ca noi să dispunem: efectele pot deveni scopuri cînd ele se leagă într-o serie cauzală continuă la o decizie a voinţei noastre, astfel că ele depind de iniţiativa noastră".

„Noi apreciem valoarea lucrurilor după efectele pe care ele le produc, şi anume valoarea actelor umane după rezultatele pe care le antrenează"[4].

Aparent aceasta rezolvă problema: dacă lucrul *x* are efectele cutare el este *bun* (sau dimpotrivă *rău*), numai că dificultatea este deplasată nu rezolvată.

„Judecăţile de valoare sînt deci aplicaţii ale legilor naturale. Dar ele presupun în plus o judecată prealabilă asupra valorii efectelor şi consecinţelor"[5]. Tocmai aci stă lacuna concepţiei, nu rezolvă dificultatea, ci o deplasează!

Iată însă şi o idee fundamentală: valoarea admite grade de comparaţie („mai bun", „mai rău"). De exemplu, „judecata caută măsura dreaptă între severitate şi clemenţă".

„Pentru a putea delibera trebuie să raportăm cele două propoziţii care măsoară valoarea la acelaşi scop, care este de a împiedica violenţa"[6].

Iată deci, Goblot ne propune pentru a măsura valoarea (de ex. a căilor de acţiune: severitate, clemenţă) raportarea la un scop comun, un scop superior celor vizate imediat de modurile de acţiune. Această ierarhie de scopuri urcă pînă la „principii şi scopuri indemonstrabile", „date" cu alte cuvinte, judecăm valoarea în raport cu ceva ce nu mai poate fi judecat[7]. Există valori în sine? După Kant, gustul ar fi un „bun în sine". Goblot se întreabă pe bună dreptate „dar de ce ar trebui să vreau eu *binele* mai curînd decît *binele meu*?" (*s.n. — G.,E.*)[8]. Problema rămîne fără răspuns, deoarece „o morală pur raţională este o morală fără fundament, căci principiul unei asemenea morale nu poate fi nici un dat empiric, nici o consecinţă a raţionamentului". Ea ar fi „morala unei fiinţe abstracte"[9].

---

[4] *Ibidem*, p. 370.
[5] *Ibidem*.
[6] *Ibidem*.
[7] *Ibidem*, pp. 370—371.
[8] *Op. cit.*, p. 371.
[9] *Ibidem*.

S-ar putea spune că mai departe Goblot planează în „irațional":

„Conștiința comună se bazează pe principii obscure și sentimente confuze, ea își înfige rădăcinile sale în profunzimi inexplorate. Puține persoane știu de ce sînt drepte, sincere, miloase, devotate, curajoase"[10].

Am reprodus aceste texte extrem de dense și care cuprind cam întreaga problematică a judecăților de valoare.

Vom reține din a doua parte ideile:

a) rolul lanțului inițiativă (decizie a voinței), scop-mijloc în geneza valorilor,

b) valorile pot fi gradate („măsurate"),

c) există o ierarhie a valorilor, respectiv a principiilor prin care apreciem și care se termină cu valori supreme, „date", cu „principii indemonstrabile",

d) valorile și principiile supreme nu mai pot fi întemeiate rațional.

Putem începe discuția de la ultimul punct d) și o vom face mergînd pe un drum sugerat de intuiția comună, abia după aceea vom trece la o sistematizare.

S-ar putea spune că fiecare își dă seama din propria experiență ce este *bine pentru sine* și cum *în medie* aceleași lucruri sînt bune pentru toți, valorile spre care tindem depășesc sfera unui singur individ.

Experiența ne arată că „de regulă" lucrurile cutare sînt bune pentru mine, ea îmi arată că aceleași sînt bune și pentru alții de unde rezultă o „coincidență empirică" or mai pretențios o „echivalență empirică" între ceea ce fiecare ajunge la concluzia că este bun.

Nu vom intra în istoricul teoriei valorilor care conține multe aspecte ce depășesc interesul logicii. Vom presupune că toate judecățile de valoare elementare pot fi reduse la „forma canonică":

„x are valoarea V".

Clasa valorilor poate fi împărțită în două: pozitivă V^+ și negativă V^-.

---

[10] *Ibidem.*

Vom numi clasa V^+ cu un termen obişnuit „clasa binelui", iar V^- „clasa răului".

O judecată de valoare presupune:

a) un subiect care apreciază (formulează judecată de valoare),
b) un obiect (indiferent de ce natură — concret sau abstract) supus aprecierii,
c) un atribut de valoare (un „calificativ").

Se poate presupune că cel ce formulează judecata posedă un „concept de valoare" şi că „ia o atitudine de valoare". Pentru logician nu *importă* temeiul în virtutea căruia se formulează judecata de valoare: se poate ca ea să fie o simplă reacţie în care „apercepţia" (concepţia, experienţa) să joace un rol foarte mic, se poate ca apercepţia să joace un rol foarte mare, se poate în fine ca să existe o integrare a reacţiei (imediate) în apercepţie şi să rezulte din această sinteză o apreciere.

Apoi „atitudinea" se poate integra într-un concept (resp. o clasă de reacţii) mai general sau mai restrîns.

Este important să distingem propoziţiile de valoare de cele pe care le vom numi „declarativ-subiective".

O propoziţie declarativ-subiectivă face o declaraţie cu privire la subiectivitatea celui ce o formulează („de intenţie", „de emoţie", „de opţiune sau preferinţă", „de atitudine" ş.a.).

O propoziţie de valoare se vrea (cel puţin în formulare neutră în raport cu starea subiectului.

Formulele:

„x are valoarea V" şi

„x aparţine clasei de valori V"

nu se deosebesc de forma propoziţiilor cognitive intensionale şi respectiv extensionale. În acest caz s-ar părea că nu există nici o deosebire şi totuşi există. Deosebirea constă: 1) în natura predicatului (sau a clasei) de valoare, 2) în legătura cu subiectul, 3) în problema „valorii logice" a judecăţilor de valoare.

Să considerăm predicatul (clasa) de valoare V. Vom remarca mai întîi că predicatele contrarii $\{V^+, V^-\}$ sînt relative.

Este important să se reamintească faptul că ele nu sînt pur şi simplu unul negaţia celuilalt (sau dacă lucrurile stau aşa avem un caz special). Deci nu putem defini:

$$V^+ = \neg V^-$$
$$V^- = \neg V^+$$

Dimpotrivă, clasa complementară (sau predicatul complementar) presupune un „diferenţial" (o restricţie) *d* astfel că:

$$V^+ = \neg V d^-$$
$$V^- = \neg V d^+.$$

Am spus că distingem judecăţile care reprezintă reacţii imediate de cele abstracte (conceptuale). Forma poate să nu fie diferită şi numai după context să ne dăm seama despre ce e vorba. Astfel „Luceafărul este o operă frumoasă" poate fi formulată de un om incult după prima lectură sau de un critic versat. Deosebirea stă în motivaţie — pentru primul invocarea simplei stări afective („e frumos deoarece îmi place, aşa simt") pentru al doilea motivaţia este mai complexă (conceptual-afectivă sau pur conceptuală).

Revenim la clasa valorilor care este universul V definit ca o sumă logică:

(1) $$V = V^+ + V^-.$$

Diviziunea universului V este relativă în sensul că: a) nu este aceeaşi pentru toţi indivizii, b) nu există două colectivităţi care să acorde aceeaşi extensiune respectivelor clase. Putem accepta că (cel puţin în anumite contexte) există şi „indiferenţă valorică" — caz în care un univers U se divide astfel:

(2) $$U = V^+ + V^- + I.$$

Din (1) şi (2) rezultă că în:

$$V - V^+ = X,$$
$$V - V^- = Y,$$
$$U - V = Z$$

semnificațiile lui X, Y, Z nu sînt identice pentru toți indivizii. Aceasta înseamnă că nu dispunem de un criteriu obiectiv (independent de subiectivitatea fiecăruia) încît să putem spune despre orice element x din U dacă:

$$x \in V^{+} \text{ sau}$$
$$x \in V^{-} \text{ sau}$$
$$x \in I.$$

Clasele V^{+}, V^{-}, I nu sînt, să zicem, asemenea „clasei numerelor pare'' sau „clasei elementelor transuraniene'', nu dispunem de un criteriu obiectiv (independent de cel ce formulează judecata) încît să determinăm pe această bază apartenența. În cazul acestor clase relația cu subiectul (resp. cu subiecții) este esențială. Semnificația unei propoziții de forma

$$x \in V$$

va fi deci:

$$(x \in V)_s.$$

Adică „$x \in V$ în raport cu S'', unde S este subiectul care formulează propoziția. În funcție de domeniul concret de valori dependența de S poate tinde spre zero (de ex. în ce privește „valorile de adevăr''). Se prea poate ca în momente de timp t diferite, S să-și schimbe aprecierea și atunci va trebui să ținem seama de două variabile:

$$(x \in V)_{st}.$$

În loc de apartenență simplă vom avea deci „aparține în raport cu s și t''. Ca urmare diviziunea lui U și a lui V va depinde de factorii s, t, deci avem atîtea diviziuni cîți indivizi avem:

$$V_1^{+},\ V_2^{+},\ \ldots V_n^{+},$$
$$V_1^{-},\ V_2^{-},\ \ldots V_n^{-},$$
$$I_1,\ I_2,\ \ldots I_n.$$

Clasele respective se află în intersecție căci este imposibil să existe doi indivizi care să adopte clase de valori total deosebite, ca urmare putem scrie:

$$V_1^{+} \cap V_2^{+} \cap \ldots \cap V^{+} \neq \emptyset \text{ etc.}$$

În funcție de colectivități intersecția tinde spre identitate sau se depărtează de ea. Este sarcina filozofilor să analizeze aspectele unei tendințe sau alteia. Cazul $\forall_{ij}(V_i^+ = V_j^+)$ este ideal, el ar exprima faptul că toți membrii colectivității (date) au aceleași aprecieri (valorice). De remarcat este că în cele de mai sus noi n-am folosit alte criterii de împărțire a lucrurilor decît $\{+, -, \text{indiferent}\}$, nu ne-au interesat criteriile de conținut (estetice, morale, științifice ș.a.).

Să trecem acum la problema „valorii logice" a judecăților de valoare. Am văzut că pentru propozițiile cognitive am acceptat adevărul sau falsul, pentru cele pragmatice și interogative corectul sau incorectul, cum vom aprecia propozițiile de valoare?

Sînt ele adevărate sau false? Dacă avem în vedere valorile științifice atunci răspunsul ni se pare clar — *da*, dacă avem în vedere alte valori însă lucrurile se complică. Vom lăsa deoparte (cel puțin deocamdată) judecățile de adevăr, sau de fals.

Putem spune despre judecăți ca:

„Opera *X* este frumoasă",
„*x* este om cinstit",
„*x* este om rău",

că sînt adevărate sau false?

Dacă valorile sînt relativizate strict la individ, atunci aceste judecăți nu pot avea decît una din două semnificații:

— declarativ-subiectivă („așa mă raportez eu față de *X* încît îl apreciez ca frumos").
— opțională („optez pentru încadrarea lui *X* în clasa lucrurilor frumoase").

În acest caz nu ne rămîne decît să luăm act de „poziția axiologică a lui *S*".

Dacă atributele de valoare ar fi independente de indivizi atunci problema s-ar reduce la aceea a propozițiilor cognitive. Cazul acesta este ușor de respins. Cazul prim ar însemna „cîte judecăți de valoare diferite atîtea valori". Or experiența arată că tindem să depășim această situație.

O condiţie a existenţei societăţilor este unificarea valorică. Unificarea valorică are două aspecte: a) conceptual, b) atitudinal.
Membrii societăţii tind să aibă concepte comune şi atitudini (reacţii) comune. Acceptăm aproximativ aceleaşi concepte de valoare şi avem (prin exerciţiu educativ) aproximativ aceleaşi atitudini. În acest caz semnificaţia propoziţiei

„*x* este frumoasă"

va însemna:

„*x* aparţine clasei operelor frumoase aşa cum definim şi simţim majoritatea membrilor colectivităţii frumosul".
S-ar putea obiecta: dar există la început un număr mic care apreciază opera drept „frumoasă" iar majoritatea nu. Ce se întîmplă în acest caz? Apoi se poate ca o colectivitate să renunţe la judecata ei. Care va fi ieşirea din situaţie? Credem că următoarea:

1) orice judecată de valoare care contravine criteriilor comune (majoritare) o vom considera ca o „propunere" (un fel de ipoteză),
2) orice judecată de valoare părăsită va fi considerată ca „depăşită" de criteriile colective.

Există şi un alt aspect: confruntarea se face nu numai cu conceptul dat de valoare, ci şi cu sistemul valorilor adoptat de colectivitate.
În consecinţă vom considera că o judecată de valoare este justă dacă şi numai dacă ea este coerentă cu sistemul de valori al colectivităţii (nu contravine acestuia) şi dacă corespunde conceptului şi atitudinii colective. Este posibil ca un concept de valoare (ca şi atitudinea corespunzătoare) să fie prea îngust şi atunci o judecată nouă să contravină nu sistemului de valori, ci doar acestui concept, în acest caz cu timpul se va impune „revizuirea" conceptului (şi respectiv a atitudinii colective). S-ar putea spune că întrucît şi în cazul propoziţiilor normative şi în cel al propoziţiilor cognitive există o „relaţie de corespondenţă" între propoziţie şi starea de fapt (sau o noncorespondenţă) ambele pot fi calificate de „adevărate" (sau „false").

Fie o normă morală de nivelul P_i: „Trebuie să ne respectăm părinții".

Presupunem că x comite faptul de a nu-și respecta părinții. Vom spune:

„x a comis o faptă rea deoarece nu s-a comportat conform cu norma «trebuie să ne respectăm părinții»".

Presupunem că y își respectă părinții:

„y face o faptă bună deoarece se comportă conform cu norma «trebuie să ne respectăm părinții»".

În primul caz există o corespondență între fapt și normă, în al doilea faptul nu corespunde normei.
Să considerăm apoi propozițiile cognitive:

(1) $2 + 3 = 5$ și (2) $3 + 4 = 10$.

Vom spune: „propoziția (1) este adevărată deoarece corespunde stării de fapt (realității)", și „propoziția (2) este falsă deoarece nu corespunde stării de fapt (realității)". Se poate observa deci că raportul între propozițiile normative și cele cognitive în ce privește „corespondența" este exact invers:

în cazul propozițiilor normative faptul trebuie să corespundă (sau să nu corespundă) normei în timp ce în cazul propozițiilor cognitive propoziția trebuie să corespundă (sau să nu corespundă faptului).

Aceasta este o distincție fundamentală. În primul caz *valoarea se referă la fapt, în al doilea la propoziție.*

La rîndul său norma este apreciată ca „rațională" sau „irațională", „eficientă" sau „neeficientă" după consecințele pe care le are în sfera faptelor.

În ce fel vom aprecia judecățile de valoare? Am văzut că valoarea este determinată prin norme și atitudini.

O judecată de valoare va fi deci o *corelare a faptului cu norma și atitudinile.* Presupunem deci că am delimitat prin norme estetice o clasă de valori „opere frumoase".

În acest caz problema judecății de valoare se reduce la încadrarea unei opere x în această clasă ($x \in V^+$).

Prin urmare:

1) judecata „$x \in V^+$" este adevărată dacă şi numai dacă x satisface conceptul de valoare „V^+" (determinat prin clasa N de norme),

2) judecata „$x \in V^+$" este falsă dacă x nu satisface conceptul V^+.

Să luăm prin analogie exemple din drept şi morală:

1) judecata „x este infractor" este adevărată dacă şi numai dacă actele lui x se încadrează în conceptul normativ de „infracţiune", altfel este falsă,

2) judecata „x este om bun" dacă şi numai dacă actele lui x se încadrează în conceptul normat de „om bun".

Un alt aspect important din punct de vedere logic este „ierarhia sistemului de valori". Există valori postulate (date) şi valori derivate. Valorile postulate sînt simple opţiuni colective (pot fi şi numai individuale, cazul nu interesează în mod deosebit). De exemplu: sănătatea, optimismul, altruismul ş.a. sînt valori postulate. Ele exprimă mai pe larg principiul „conservării optime a indivizilor şi colectivităţii".

Dimpotrivă, frumosul, cinstea, sinceritatea pot fi considerate ca derivate. O valoare este acceptată dacă şi numai dacă ea este în acord cu valorile postulate, cu alte cuvinte consecinţele ei nu contravin valorilor postulate.

Coerenţa unei judecăţi de valoare cu sistemul de valori înseamnă coerenţa în primul rînd cu valorile prime (postulate). Principiul suprem este o opţiune care în ultimă instanţă se reduce la „a fi" sau la „a nu fi". Opţiunea nu este arbitrară. De regulă alegem „a fi" deoarece tot de regulă (statistic) este o lege a naturii că orice fiinţă care apare tinde să existe, să se conserve şi încă în condiţii optime. (Noţiunile pot fi precizate în conformitate cu T.G.S)[11]. Opţiunea pentru „a nu fi" îşi poate găsi de asemenea o explicaţie în „sistemul individual" sau în „sistemul colectiv" (sau în relaţiile dintre acestea), conform cu T.G.S. Pornind de la principiul suprem pe care-l vom nota cu P_0, vom introduce apoi principii derivate

---

[11] T.G.S. = Teoria generală a sistemelor.

de extensiune din ce în ce mai restrînsă $P_1, P_2, \ldots P_n$ (principiul inferior).

În acest caz schema acceptării unei judecăţi de valoare are forma următoare:

$$\begin{array}{l} x \in V^+ \text{ deoarece } P_i \\ P_i \text{ deoarece } P_{i-1} \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \\ P_1 \text{ deoarece } P_0 \\ \hline x \in V^+ \text{ deoarece } P_0 \end{array}$$

Fie exemplul următor: x = participarea la apărarea patriei. $x \in V^+$ deoarece concordă cu norma morală şi juridică „Trebuie să ne apărăm patria"
„Ne apărăm patria" deoarece „ne salvăm colectivitatea". „Ne salvăm colectivitatea" deoarece „ea ne asigură *şi* existenţa individuală". „Ne asigurăm existenţa individuală" deoarece „am optat pentru principiul conservării optime".
Prin urmare: $x \in V^+$ deoarece corespunde lui P_0.

S-ar putea spune că P_0 este „imperativul suprem", iar $P_1, P_2, \ldots P_n$ reprezintă norme cu extensiune din ce în ce mai restrînsă. Oricine înţelege că ierarhia de principii ne scuteşte de a apela totdeauna la principiul suprem (P_0). De regulă, apelăm la principiul („norma") celei mai mici extensiuni în raport cu faptul (lucrul).

Clasele determinate de conceptele de valoare nu sînt precise, ci vagi (imprecise), iar elementele din clasă sînt ordonate.

Ca urmare vom spune:

„x aparţine în gradul g clasei V",

„x aparţine mai mult ca y clasei V".

În încheiere reţinem următoarele:

1) o clasă de valori este determinată normativ (şi respectiv atitudinal),
2) normele care determină clasa de valori (şi respectiv predicatul de valoare) sînt corecte sau incorecte (în sensul definit),

3) între „clasa normată de valori" şi „clasa de fapte empirice admise ca valori" pot exista (şi de regulă există) discordanţe,
4) propoziţia de valoare înseamnă „încadrez faptul în clasa de valori determinată astfel (prin norme sau empiric, prin atitudini)",
5) dacă faptul corespunde clasei astfel definite judecata de valoare este adevărată, altfel falsă,
6) deoarece fie clasa normată nu este bine definită în toate cazurile, fie că ea este delimitată atitudinal (empiric), clasele de valori sînt adesea vagi (imprecise) şi prin urmare aprecierea judecăţii de valoare trebuie nuanţată,
7) judecăţile de valoare sînt metajudecăţi în raport cu normele care determină valoarea. Ca urmare judecata de valoare este adevărată (sau falsă) în acelaşi sens în care *încadrarea de către judecător a unui fapt într-un „cod de norme" este adevărată (sau falsă)*.
Înainte de a decide asupra judecăţii de valoare trebuie deci să ne fie clar „conceptul de valoare" adoptat[12].

Propoziţii declarativ-subiective

Am amintit deja despre aceste propoziţii — ele sînt un fel de „mărturisiri", deci un gen aparte de propoziţii cognitive. Nu vom putea determina întreaga sferă şi de aceea ne vom mulţumi cu enumerarea celor mai obişnuite tipuri.

a) Propoziţiile de intenţie sînt propoziţiile care dezvăluie (sau pretind că dezvăluie) intenţia subiectului în raport cu o acţiune. Ex. „Intenţionez să studiez limba japoneză", „Doresc să învăţ chimia", „Mi-am propus să candidez la facultatea de matematică", „Vom lucra zece ore".
b) Propoziţiile de opinie (credinţă, convingere) dezvăluie o părere, credinţă, opinie pe care cineva o are. Ex. „Cred că există viaţă pe planeta Marte", „Sînt de părere că trebuie să mergi la teatru", „Am convingerea că *X* este băiat bun".
c) Propoziţiile de opţiune sau preferinţă exprimă o alegere. Ex. „Aleg lupta pentru pace", „Optez pentru comunism",

---

[12] Marea varietate a conceptelor de valoare în domeniul artei, moralei ş.a. complică decizia asupra adevărului judecăţii de valoare.

„Prefer să rabd decît să fur". Legătura foarte strînsă cu propoziţiile de valoare este evidentă, mai ales în cazul preferinţei, totuşi preferinţa ca predicat de valoare nu trebuie să fie confundată cu preferinţa ca alegere.

Una este: „Prefer să rabd" şi alta este „Este preferabil (în genere) să rabd".

d) Propoziţiile de atitudine exprimă starea afectivă pe care o am faţă de ceva. Ex. „Iubesc arta", „Iubesc pacea", „Urăsc războiul".

e) Propoziţiile emoţionale exprimă starea afectivă la un moment dat (resp. emoţia).

Ex. „Ce frumos e!", „Ce roşu e!".

Spre deosebire de acestea propoziţiile de atitudine nu implică neapărat un conţinut emoţional imediat.

f) Propoziţiile de aşteptare exprimă o speranţă. Ex. „Sper să vină *X* mîine", „Mă aştept la o vizită azi", „Nu mai sper nimic în legătură cu avansarea".

g) Propoziţii optative. Ex. „Aş dori să dorm", „Aş vrea să merg la şcoală". Acestea exprimă o tendinţă a subiectului spre o acţiune. Fiecare din cele şapte tipuri enunţate prezintă anumite particularităţi logice care merită să fie studiate. S-ar putea adăuga clasa de propoziţii subiective de autodescriere (ex. „sînt un om nervos", „sînt sincer" ş.a.) .

Propoziţiile a), c) conţin şi un fel de autoimperativ (o mărturisire de autoconstrîngere).

Remarcăm că toate au valoarea de adevăr sau de fals, însă verificarea lor este adesea dificilă sau imposibilă.

Totuşi calificarea lor poate fi mai complexă. De exemplu, mărturisirea de intenţie poate fi adevărată, dar intenţia absurdă.

„Intenţionez să ridic 1 000 kg". Individul este sincer cînd spune aşa ceva, dar intenţia este absurdă.

Din absurditatea intenţiei se poate conchide sau că individul este mincinos sau că este ignorant sau că este anormal (iraţional). Analog stăm cu propoziţiile de credinţă, de opţiune, de aşteptare, optative, de atitudine.

În ce priveşte adevărul şi falsul lor, credem că mai potrivite ar fi valorile mai complexe „sincer" şi „mincinos" (sau „nesincer").
Este mai potrivit să spunem „declaraţie sinceră" sau „declaraţie mincinoasă". Noţiunea de „mincinos" a fost analizată pe larg de noi în *Teoria sistemelor logice*. Ea nu este identică cu falsul. Este potrivit să considerăm drept contrar al mincinosului sincerul (deci nu simplul adevăr). Aceste valori constituie o particularitate logică a propoziţiilor declarativ-subiective. Un alt aspect este caracterul modal în care se comportă unele cuvinte în astfel de propoziţii: „intenţionez", „cred", „optez", „sper", „aş--".
O dezvoltare mai însemnată a luat logica preferinţei (o vom expune într-un paragraf următor).
Propoziţiile de opinie au fost analizate mai îndeaproape de Frege şi Carnap. Ei au căutat să precizeze semnificaţia unor astfel de propoziţii. Pentru psihologia socială este foarte importantă analiza logică a propoziţiilor declarativ-subiective.

Forma gramaticală a propoziţiilor (judecăţilor) logice

Din cele de mai sus s-ar părea că fiecărui tip de judecată logică îi corespunde o anumită formă gramaticală. De exemplu, că pentru judecata interogativă forma adecvată este întrebarea, pentru cea imperativă forma este propoziţia imperativă cu semnul exclamării etc.
La rîndul său propoziţia gramaticală ar avea o şi numai o semnificaţie (un singur fel de judecată).
În realitate lucrurile stau mult mai complicat:

a) pe de o parte, forma se dovedeşte destul de independentă de conţinutul logic,
b) pe de altă parte, una şi aceeaşi formă poate avea mai multe semnificaţii.

Iată un exemplu pentru a). În locul întrebării „Cît fac 2×3?" putem alege o formă imperativă „Trebuie să dai răspunsul la înmulţirea lui 2 cu 3" sau „Adună pe 2 cu 3!". Deşi diferă ca formă se poate spune că cele două

propoziţii sînt „echisemnificative". Pentru cazul b) se poate imagina un exemplu foarte interesant.

Presupunem că un copil nu vrea să mănînce mere în ciuda comenzilor date, dar el poate fi determinat pe căi indirecte. Merele foarte roşii pot fi atractive, iar mama are influenţă. Ea evită comanda „Mănîncă mere!" ştiind că-i provoacă aversiune. În locul acestei comenzi caută să-l atragă pe copil printr-o propoziţie de exclamaţie:

„Ce mere roşii!".

La prima vedere această propoziţie are o simplă „semnificaţie emoţională" în realitate ea este mult mai complexă şi iată cum:

a) ea redă semnificaţia cognitivă („merele sînt roşii"),
b) redă o semnificaţie emoţională (ceea ce se vede după formă),
c) redă o apreciere („sînt roşii, frumoase"),
d) redă în mod mascat un îndemn, un imperativ („ar fi bine să le mănînci!").

În acest caz se poate pune problema priorităţii intenţiei celui ce o exprimă. Aparent ordinea este *b*), *a*), *c*), *d*). În realitate, ordinea este aceasta: *d*), *b*), *c*), *a*).

Am putea construi ca urmare o propoziţie mai complexă care să redea explicit cele patru semnificaţii în ordinea indicată:

„Mănîncă-le(!), vezi ce (!) frumos sînt colorate!"
d) b) c) a)

Este un exemplu pregnant de cît de complexă este limba naturală. Din analiza făcută de von Wright este cunoscută „ambiguitatea sistematică" a propoziţiilor deontice.

Presupunem că s-a formulat propoziţia normativă „Toţi cetăţenii sînt obligaţi să-şi apere patria". Această propoziţie are în momentul promulgării un singur sens, cel imperativ, ulterior însă ea este utilizată şi în sens cognitiv avînd sensul acesta „există obligaţia ca toţi cetăţenii să-şi apere patria".

O utilizare cognitivă (în sensul indicat) o avem în contextul „Mă duc să-mi apăr patria deoarece toţi cetăţenii

trebuie să-şi apere patria" (adică, deoarece există această obligaţie de onoare).

Pe lîngă raportul dintre formă şi conţinutul propoziţiilor am văzut că între diferite tipuri de propoziţii există strînse legături. Toate tipurile de propoziţii implică o „carcasă" de supoziţii cognitive, ceea ce arată rolul fundamental al acestora.

Propoziţiile de valoare implică în ultimă instanţă anumite opţiuni (normative), iar propoziţiile normative implică trimiterea la propoziţii de valoare. Propoziţiile interogative sînt ele însele un fel de imperative şi pot fi transformate, aşa cum s-a văzut, explicit în imperative, sau, dacă vrem, putem spune că au supoziţii imperative.

Un loc aparte ocupă propoziţiile pe care le voi numi „de plan", de forma:

„Vom face ..." sau „Se va face ..."

S-ar putea spune că ele sînt simple propoziţii de opţiune, totuşi semnificaţia lor este mai complexă.

Să considerăm propoziţia, „de plan":

1) „În 1982 România va produce 16 milioane tone oţel".

O astfel de propoziţie are semnificaţia ambiguă şi chiar dacă ar putea fi descompusă, interesantă este tocmai legătura foarte strînsă între componentele semnificaţiei. În primul rînd se impune o semnificaţie cognitivă (propoziţie de previziune):

2) Este adevărat că 1).

În al doilea rînd, ea are o semnificaţie opţională:

3) Ne-am propus ca 1).

În al treilea rînd ea are o semnificaţie normativă:

4) Trebuie ca 1).

Este interesantă legătura dintre 3), 4) şi 2). Realizarea semnificaţiei previzionale depinde (în parte) de opţiunea făcută 3) şi de transformarea opţiunii în imperativ (normă aci) 4).

Propoziţia cognitivă (de previziune) are la rîndul ei o supoziţie 5):

Este posibil ca pe baza mijloacelor de care dispunem în 1982 să producem 16 milioane tone oţel. Propoziţia de posibilitate întrucît se referă la datele (actuale) este o simplă propoziţie cognitivă (de actualitate), iar întrucît se referă la efectul (viitor) este cognitiv de previziune. Deosebirea dintre componenta previzională a lui 5) şi propoziţia 2) este că propoziţia 2) e categorică (chiar dacă valoarea ei logică este „probabilul").

În semnificaţia compusă este cuprinsă relaţia complexă între cunoaştere, libertate şi acţiune. Propoziţia 2) este elaborată pe baza analizei posibilităţilor (pe care le oferă realitatea). Din analiza datelor *x*, *y*, *z* decurge că este posibil (probabil) ca 1). Prin urmare, putem opta pentru 1), adică „Ne propunem ca în 1982 România să producă 16 milioane de tone oţel. Dar pentru a realiza opţiunea 1) trebuie să acţionăm (adică să înfăptuim imperativul: „Să producem în 1982 16 mil. tone oţel!"). Aceste propoziţii „de plan", au ca să spunem aşa, un „caracter instrumental", prin semnificaţia lor imperativă ele sînt condiţie a realizării „adevărului" lor.

Este interesant să analizăm şi relaţiile între valoarea semnificaţiilor. Există şi un alt aspect al relaţiilor dintre diferitele tipuri de propoziţii: deşi nu intră în semnificaţia unei propoziţii date sau nu este o supoziţie pe care s-o putem deduce imediat prin analiză, se poate ca într-un cadru logic mai general un anumit tip de propoziţie să fie compatibilă numai cu un alt tip, altfel spus realizarea uneia să depindă de alta. Astfel o propoziţie „de plan" presupune neapărat o propoziţie de speranţă („bulomaică", cum se mai numeşte). Dacă am optat pentru 1) (vezi 3)) atunci acţiunea (în virtutea lui 4)) cere să sperăm în îndeplinirea lui 4). Dacă trebuie să facem 1) atunci sperăm că 4) se va realiza. La rîndul său speranţa presupune credibilitate: credem în posibilitatea realizării lui 4) şi de aceea sperăm că 4) va fi realizată. Prin urmare: o propoziţie „de plan" are 3 componente şi un număr de supoziţii (supoziţia de posibilitate, supoziţia de credinţă şi de speranţă).

Compunerea de propoziţii

Am analizat deja compunerea de propoziţii cognitive, se poate pune însă problema:

— cum compunem propoziţii de alt tip?
— putem compune propoziţii mixte?

Negaţia propoziţiilor. Pentru propoziţiile imperative şi normative (vom presupune deocamdată că avem de negat propoziţii elementare) negaţia nu pune probleme deosebite.

Ex. Du-te!
 Nu te du!
 Trebuie să facem.
 Nu trebuie să facem.

Cum negăm propoziţiile interogative?
Fie propoziţia:

„$2 \times 3 = 6$?"

S-ar părea că negaţia este:

„$2 \times 3 \neq 6$?"

Or nu acesta este cazul. Cele două întrebări nu se exclud, sînt compatibile, or negaţia presupune incompatibilitate. Negaţia unei propoziţii interogative nu poate avea formă interogativă, ci forma ei este imperativă:

1) „$2 \times 3 = 6$?" ≡ „Răspunde la întrebarea dacă $2 \times \times 3 = 6$!"

Negaţia va fi:

2) „Nu răspunde la întrebarea dacă $2 \times 3 = 6$!"

Evident că 1) şi 2) nu sînt compatibile, cineva nu poate să şi răspundă, să se şi abţină de a răspunde la o întrebare.
Ori realizează 1) ori 2) nu ambele deodată. Propoziţiile axiologice şi emoţionale se neagă simplu ca şi cele cognitive, la fel cele declarativ-subiective.
Ce se întîmplă cu negaţia propoziţiilor cu semnificaţia complexă (ex. propoziţiile de plan)?

Fie propoziţia:

1) „Vom sări (la concurs) 5 *m* în înălţime".

Negaţia ei va fi:

2) „Nu vom sări (la concurs) 5 *m* în înălţime".

Negaţia conţine o previziune, care este negaţia previziunii propoziţiei 1), dar negaţia nu presupune ca opţiune:

3) „Nu ne propunem să sărim 5 m în înălţime" şi nici imperativul:
4) „Nu sărim 5 m înălţime!"

Negaţia atrage însă după sine negaţia supoziţiilor de credinţă şi de speranţă:

5) „Nu cred că vom sări 5 m" şi
6) „Nu am speranţă că vom sări 5 m".

Evident supoziţia de posibilitate este negată:

7) „Nu e posibil să sărim 5 m".

Interesant de urmărit este modul în care se comportă astfel de propoziţii în raport cu probabilitatea:
Fie din nou propoziţia de plan 1). Vom spune:

8) Este puţin probabil că vom sări 5 m în înălţime. De aci rezultă
9) Este foarte probabil că nu vom sări 5 m.
10) Nu sîntem tentaţi să ne propunem a sări 5 m în înălţime.
11) Nu e recomandabil să sărim pentru 5 m.
12) Nu prea cred că vom sări 5 m.
13) Nu sperăm în mod deosebit să sărim 5 m.

Conjuncţia propoziţiilor

Vom analiza mai întîi conjuncţia propoziţiilor de acelaşi tip. Toate propoziţiile pot fi conjugate.

Exemple:

„Trebuie să faci *A* şi trebuie să faci *B*".
„Cît fac 2 × 2? şi cît fac 2 × 3?"
„*A* este frumos şi *B* este urît".

Să vedem cum stau lucrurile cu propozițiile de tipuri diferite.
Fie prima propoziție cognitivă, de ex. „$2 \times 3 = 6$". Să încercăm s-o conjugăm cu propoziții de alte tipuri:

1) $2 \times 3 = 6$ și adună pe 2 cu 3!
2) $2 \times 3 = 6$ și cît fac 2 adunat cu 3?
3) $2 \times 3 = 6$ și ce mult face 2^{10}!
4) $2 \times 3 = 6$ și rezultatul înmulțirii e bun.

Din aceste exemple se vede că o conjuncție în acest fel este admisibilă (chiar dacă intuitiv exemplele nu sînt totdeauna fericit alese).
Să luăm apoi propoziții pragmatice și interogative.

5) Adună pe 2 cu 3! și cît fac 3×4? Nu este prea estetică această conjuncție, dar logic nu putem avea obiecții contra ei, altfel spus obiecția poate fi doar pragmatică.
Chiar mai incomodă este forma:
6) Trebuie să aduni pe 2 cu 3 și cît fac 3×4?

Combinații interogativ-axiologice

7) E bun rezultatul la adunarea lui $2 + 5$ și cît fac 3×2?

Interogativ-exclamative

8) $3 \times 5 = 20$! și cît fac 2×10?

Imperativ-axiologice

9) Este frumos poemul și fă și schița!

Imperativ-exclamative

10) Ce frumos ai făcut poemul! și fă schița!
Cazurile 5) — 8) pot fi teoretic admise, însă cazurile 9) și 10) par discutabile sau oricum neobișnuite. Conjuncția „comandă-apreciere" ca și conjuncția „exclamare-comandă" nu par a avea sens.
Disjuncția propozițiilor. Disjuncția în cadrul aceluiași tip este valabilă pentru toate tipurile și nu cred că e cazul s-o cercetăm mai îndeaproape.
Să cercetăm în schimb disjuncția între diferite tipuri de propoziții.

Vom urma aceleaşi combinaţii ca şi în cazul conjuncţiei.

1) $2 \times 3 = 6$ sau verifică pe $2 \times 4 = 8$!
2) $2 \times 3 = 6$ sau cît fac 2×4?
3) $2 \times 3 = 6$ sau ce mult face 2^{10}!
4) $2 \times 3 = 6$ sau rezultatul înmulţirii e bun.
5) Adună pe 2 cu 3! sau cît fac 3×2?
6) Trebuie să aduni pe 2 cu 3 sau cît fac 3×4?
7) E bun rezultatul anterior sau cît fac 2×3!
8) $1000^0 = 1$! sau cît fac 100^{10}?
9) Este frumos poemul sau fă şi schiţa!
10) Ce frumos ai făcut poemul! sau fă şi schiţa!

După părerea noastră cel puţin exemplele date sînt discutabile.
O problemă care se pune atît pentru conjuncţie cît şi pentru disjuncţie este aceea a valorii logice a combinaţiei.
Nu le putem aprecia totdeauna cu adevărat sau fals, trebuie să le apreciem cu corect sau incorect?
Implicaţia propoziţiilor.
Implicaţia imperativelor nu are loc:

1) Dacă deschide uşa! atunci deschide fereastra!
Dar între normative are ea loc?

2) Dacă trebuie să închizi uşa atunci trebuie să închizi fereastra.
Se pare că aci se merge pe ambiguitatea imperativelor şi că cel puţin prima propoziţie este cognitivă (de existenţă a obligaţiei). Ea înseamnă:

2′) Dacă (este adevărat că) trebuie să închizi uşa atunci trebuie să închizi fereastra.

Nici implicaţia interogativelor nu are sens:

3) Dacă „$2 \times 2 = ?$” atunci „$2 \times 3 = ?$”

Şi în fine, trebuie să excludem şi implicaţia propoziţiilor exclamative:

4) Dacă ce frumos e A! atunci ce frumos e B!

Propoziţiile axiologice, dimpotrivă admit implicaţia:

5) Dacă A e frumos, atunci B e frumos.

Să cercetăm şi implicaţia între tipuri diferite de propoziţii (ordinea va fi ca şi mai sus).

1) Dacă $2 \times 3 = 6$ atunci verifică $\frac{6}{3} = 2$!

2) Dacă $2 \times 3 = 6$ atunci cît fac $\frac{6}{3}$?

3) Dacă $2 \times 3 = 6$ atunci ce puţin face $\frac{1}{5}$!

4) Dacă $2 \times 3 = 6$ atunci înmulţirea este bună.
5) Dacă adună pe 2 cu 3! atunci cît fac 3×2?
6) Dacă trebuie să aduni pe 2 cu 3 cît fac 3×4?
7) Dacă e bun rezultatul 2 atunci cum e 4?
8) Dacă ce frumos A! atunci cît fac 2×3?
9) Dacă este frumos poemul atunci fă şi schiţa!
10) Dacă ce frumos e poemul! atunci fă şi schiţa!

Cazurile 5), 6), 8), 10) sînt evident fără sens.
Se pare însă că combinaţia 8) poate fi înlocuită cu „dacă este atît de frumos A, atunci cît fac 2×3?" Însă antecedentul este axiologic exclamativ în (8).
Dar în combinaţiile implicative trebuie să ţinem seama de ordinea antecedentului şi consecventului. Prin urmare, să inversăm formulările. Combinaţiile inverse 1) şi 2) n-au sens, la fel combinaţia 3) deşi aparent are. În realitate, se pune accentul nu pe exclamaţie, ci pe apreciere. Combinaţia 4) este cu sens, dar 5), 6), 7), 8) nu au sens.
La fel nu au sens combinaţiile 9) şi 10).
Din cele de mai sus rezultă cîteva reguli:

a) O propoziţie cognitivă (ca şi o propoziţie axiologică) poate fi ipoteză pentru orice altă propoziţie.
b) Nici o altă propoziţie decît cognitivă (sau axiologică) nu poate fi ipoteză pentru o propoziţie cognitivă (sau axiologică).
c) Implicaţia are sens în clasa reunită cognitiv-axiologică, ea nu are sens în nici o altă clasă omogenă.
Să cercetăm acum valoarea propoziţiilor compuse eterogene.
Propoziţiile implicative vor avea tipul de valoare al consecventului, dar se va preciza, de exemplu: „propoziţia

este corectă sub condiţia *p*", dacă consecventul nu este o propoziţie cognitivă.

Înainte de a trece la problema raporturilor dintre propoziţii vom trece în revistă încă o clasă specială *propoziţiile-proverbe* (sau mai general „maximele").

Proverbele sînt propoziţii pragmatice cu semnificaţie complexă. De regulă mecanismul lor este acesta: se descrie o situaţie concretă şi apoi se generalizează metaforic. Ele sînt corelate cu „zicalele" însă adesea este greu să distingem pe unele de altele. Iată un proverb:

„fă vara sanie şi iarna car!"

Este evident o propoziţie imperativă, o recomandare. Iată şi un proverb greu de deosebit de zicală: „Cine-şi vîră boii în plug cu dracu îi scoate fără coarne". Această propoziţie este cognitiv-pragmatică, pe de o parte, descrie o situaţie dificilă în care cineva se poate vîrî, pe de altă parte, dă o recomandare: „nu te amesteca cu oamenii răi că o păţeşti!" Nu sînt singurele propoziţii în care se îmbină semnificaţia cognitivă cu cea pragmatică. În domeniile ideologice asemenea propoziţii sînt frecvente.

Raporturi între propoziţii

Analizînd raporturile care pot fi stabilite între judecăţile silogistice (de inherenţă) logicianul român Florea Ţuţugan a ajuns la concluzia că există şapte raporturi care pot fi stabilite între judecăţi. Acestea sînt „raporturi ireductibile"[19]. El determină aceste raporturi pornind de la relaţiile dintre termeni: 1) identitate, 2) contradicţie, 3) subordonare, 4) contrarietate, 5) supraordonare, 6) subcontrarietate, 7) încrucişare. Aceste raporturi pot fi reprezentate cu ajutorul cercurilor. Citām din paragraful în care autorul defineşte exact relaţiile corespunzătoare dintre judecăţi: 1) echivalenţă, 2) contradicţie, 3) implicaţie strictă, 4)

---

[19] F. ŢUŢUGAN, *Silogistica judecăţilor de predicaţie*, Bucureşti, 1957, p. 21.

implicaţie strictă (inversă), 5) contrarietate, 6) subcontrarietate, 7) indiferenţă implicativă.

„1) Două judecăţi sînt echivalente atunci cînd ele reprezintă disjuncţia a exact aceloraşi relaţii unice şi bine determinate.

2) Două judecăţi sînt în raport de contradicţie dacă nu cuprind nici o relaţie unică şi bine determinată în comun ...”[14].

Evident, autorul ia drept punct de plecare cele şapte relaţii ireductibile între termeni, aceasta nu ne va împiedica să generalizăm cele şapte relaţii la tot felul de propoziţii cognitive (simple sau compuse), schimbînd în mod adecvat definiţiile.

Fără a intra în amănunte vom presupune că între conţinutul judecăţilor există oarecare legătură şi nu sînt raportate la întîmplare. În limitele acestei supoziţii vom defini apoi relaţiile prin intermediul valorilor logice. Vom avea în vedere, de asemenea, că presupunînd o valoare pentru una va „decurge” o valoare pentru alta (de ex. că din adevărul lui p decurge falsul lui q). Ca urmare, vom defini raporturile în felul următor:

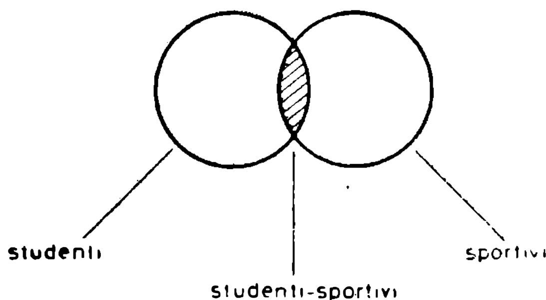
Fie p, q, două propoziţii. Între ele vor fi deci raporturile: 1) p este echivalent cu q sau 2) p contrazice pe q, sau 3) p implică pe q sau 4) q implică pe p sau 5) p este contrar cu q 6) p este subcontrar cu q sau 7) p este indiferent logic cu q.

Df. 1). p este echivalent cu q dacă şi numai dacă din adevărul (falsul) lui p decurge adevărul (falsul) lui q şi reciproc, din adevărul (falsul) lui q decurge adevărul (falsul) lui p. Termenul „decurge” se defineşte exact în contextul logic utilizat, de exemplu, Florea Ţuţugan îl presupune în contextul relaţiilor dintre termeni.

Propoziţiile: „Unii studenţi sînt sportivi” şi „Unii sportivi sînt studenţi” sînt echivalente. Echivalenţa poate decurge din analiza raporturilor între termenii propoziţiilor, aşa cum arată Florea Ţuţugan.

Propoziţiile: „$x + 3 = 7$” şi „$x + 5 = 9$” sînt de asemenea echivalente deoarece orice valoare care face ade-

[14] *Ibidem*, p. 21.



vărată pe prima face adevărată şi pe a doua (şi reciproc) apoi orice valoare care falsifică pe prima o falsifică şi pe a doua (şi reciproc). De exemplu, pentru $x = 4$ şi $x = 5$ vom obţine:

$$4 + 3 = 7 \qquad 5 + 3 = 7$$
$$4 + 5 = 9 \qquad 5 + 5 = 9.$$

De altfel, de la $x + 3 = 7$ la $x + 5 = 9$ se poate ajunge astfel:

$$5 = 3 + 2$$
$$9 = 7 + 2$$

Dacă $x + 3 = 7$ atunci adăugînd cantităţi egale în ambele părţi valoarea propoziţiei nu se schimbă, fie 2 o astfel de cantitate:

$$(x + 3) + 2 = 7 + 2.$$

Or din aceasta se obţine exact propoziţia a doua:

$$x + 3 + 2 = x + 5$$
$$7 + 2 = 9$$
$$x + 5 = 9$$

Invers, presupunînd $x + 5 = 9$ se poate ajunge la $x + 3 = 7$, căci:

$$5 - 3 = 2$$
$$9 - 7 = 2$$
$$(x + 5) - 2 = 9 - 2$$
$$x + 5 - 2 = x + 3$$
$$9 - 2 = 7$$
$$x + 3 = 7$$

Propozițiile „Toți oamenii sînt pașnici" și „Unii oameni sînt pașnici" nu sînt echivalente în sensul dat, căci prima este falsă în timp ce a doua este adevărată. Propozițiile: „Nu este adevărat că (plouă și mă plimb)" și „Sau nu plouă sau nu mă plimb" sînt echivalente. Ele pot fi derivate una din alta cu ajutorul schemelor:

$$\frac{\neg(p \,\&\, q)}{\neg p \vee q} \quad \text{și} \quad \frac{\neg(p \vee q)}{\neg p \,\&\, \neg q}.$$

Notăm că echivalența noastră înseamnă că se poate ajunge logic (prin „derivare") de la una la alta și nu se confundă cu simpla identitate de valoare logică.
Ex. $2 + 3 = 7$ și „Zăpada este albă" sînt *echi-valente*, dar nu decurg una din alta, deci nu sînt echivalente, în sensul indicat.

Df. 2). Propozițiile de forma p și propozițiile de forma q sînt în contradicție dacă și numai dacă forma p și forma q nu pot fi exemplificate astfel încît să fie împreună adevărate sau împreună false. Este important să remarcăm faptul că p și q nu se referă la propoziții concrete (nici în acest caz nici mai jos), ci la clase de propoziții de o anumită formă, de exemplu, perechile de forme:

„Toți *S* sînt *P*" și „Unii *S* nu sînt *P*",
„Nici un *S* nu e *P*" și „Unii *S* sînt *P*".
„Nu este posibil ca *S* să nu fie *P*" și „Este imposibil ca *S* să fie *P*".

Într-adevăr, dacă ne-am referi la propoziții concrete ele au o valoare logică dată și deci contradicția ar fi o relație la întîmplare. De exemplu:

„Toate merele sînt pere" (falsă) „Toate mamiferele sînt animale" (adevărată). Nu este posibil ca aceste propoziții să fie împreună adevărate, nici împreună false, dar asta nu înseamnă că sînt în contradicție.
Din df. 2) rezultă:

a) din adevărul lui p decurge falsul lui q,
b) din falsul lui p decurge adevărul lui q,
c) din adevărul lui q decurge falsul lui p,
d) din falsul lui q decurge adevărul lui p.

Derivarea în ce priveşte formele concrete (exemplele) se face în virtutea raporturilor logice generale: dacă *a* este de forma *p* şi *b* este de forma *q* şi între formele *p* şi *q* există raport de contradicţie atunci *a* şi *b* sînt contradictorii. În continuare dacă ştim valoarea lui *a* putem deduce ceva în legătură cu valoarea lui *b*. Pentru stabilirea raportului de contradicţie între formele de propoziţii există mijloace specifice logicii, de exemplu, analiza relaţiilor de sferă între termenii *S* şi *P*. A doua remarcă pe care o facem este că între informaţia celor două propoziţii trebuie să existe totuşi o legătură. Cu alte cuvinte, dacă se dă o propoziţie de forma *p*, propoziţia de forma *q* este formată în raport cu cea de forma *p*.

Problema este deci: avînd o propoziţie de forma *p* formaţi contradictoria ei *q*!

Ex. „Toate mamiferele sînt vertebrate". Vom forma contradictoria „Unele mamifere nu sînt vertebrate". Cu alte cuvinte, vom avea o regulă de formare a contradictoriei: Dacă *A* este de forma φ atunci contradictoria *B* va avea forma ψ. Aceasta se bazează pe legea care ne arată că formele (φ, ψ) sînt contradictorii.

Deci:

a) Dacă $A \equiv \varphi$ atunci $B \equiv \psi$,
b) Dacă $A \equiv \psi$ atunci $B \equiv \varphi$.

În cazul dat se observă că termenii *S*, *P* trebuie să fie comuni. Dacă lucrurile n-ar sta astfel, am putea pleca de la formă şi valoare fără a ajunge la contradicţie; ca în exemplele „Toate animalele sînt vertebrate" (falsă) şi „Unele pietre nu sînt sfărîmicioase" (adevărată).

Formele acestor propoziţii par contradictorii, valorile lor sînt opuse şi totuşi între ele nu avem un raport de contradicţie deoarece o propoziţie nu este formată în raport cu cealaltă.

Regulile de formare a contradictoriei în raport cu cele două exemple sînt:

a) Dacă „Toţi *S* sînt *P*" atunci contradictoria va avea forma „Unii *S* nu sînt *P*".

b) Dacă „Unii *S* sînt *P*" atunci contradictoria va avea forma „Toţi *S* sînt *P*". Ca urmare: fiind dată „Toate animalele sînt vertebrate" (propoziţie de forma „Toţi

S sînt *P*")[15] vom forma contradictoria: „Unii *S* nu sînt *P*"). Abia după ce ştim să formăm contradictoria vom trece la judecata valorii unei propoziţii în raport cu cealaltă.

Aşadar logica ne arată cum să formăm contradictoria şi cum să judecăm asupra relaţiilor de valoare logică.
Există cazuri în care contradictoria se recunoaşte uşor: avînd o propoziţie de o formă oarecare *p* dacă scriem „nu *p*" (adică un mod prescurtat de a spune „nu este adevărat *p*") atunci cele două propoziţii sînt contradictorii.
În alte cazuri însă recunoaşterea nu este aşa de uşoară şi trebuie să facem operaţii logice de aducere la „formele standard". De exemplu: $a > b$ şi $a \leqslant b$ sînt contradictorii, dar contradicţia iese uşor în evidenţă abia după anumite transformări (bazate pe raporturi de echivalenţă):

$$a > b = \text{df.} \ \urcorner(a \leqslant b)$$

Or $\urcorner(a \leqslant b)$ şi $a \leqslant b$ sînt evident contradictorii.
Df. 3) O propoziţie de forma *p* implică o propoziţie de forma *q* dacă şi numai dacă este imposibil să putem da simultan un exemplu adevărat pentru *p* şi unul fals pentru *q*.
Astfel forma „Toţi *S* sînt *P*" implică forma „Unii *S* sînt *P*". Este important de observat că cele două forme au termeni comuni (*S*, *P*). Forma „Toţi S_1 sînt P_1" nu implică forma „Toţi S_2 sînt P_2" deoarece termenii lor diferă. Ele pot fi exemplificate contrar definiţiei. Din definiţia de mai sus vor rezulta unele reguli pentru judecarea valorii:

a) Dacă *p* este adevărată atunci *q* este adevărată.
b) Dacă *q* este falsă atunci *p* este falsă.
c) Dacă *p* este falsă atunci nu putem spune nimic sigur relativ la *q*.
d) Dacă *q* este adevărată atunci nu putem spune nimic sigur relativ la *p*.

Conform cu df. 3 propoziţia: „Toate mamiferele sînt vertebrate" implică propoziţia „Unele mamifere sînt verte-

---

[15] Deşi propoziţia „Toate animalele sînt vertebrate" este falsă ea are forma indicată. Cititorul nu trebuie să confunde exemplificarea *propoziţiei* cu *afirmaţia* şi *adevărul*.

brate". Judecăm apoi valoarea: deoarece prima propoziţie este adevărată, conform cu regula a) rezultă că şi a doua este adevărată. Nu întotdeauna implicaţia este atît de imediat vizibilă, este nevoie de un proces de gîndire mai complicat pentru a o pune în evidenţă. Ex. „Dacă se face cald în cameră mercurul se urcă în termometru". Se ştie că propoziţia „se face cald în cameră" implică propoziţia „mercurul se urcă în termometru", dar pe ce bază? Observăm mai întîi că propoziţia a doua are o supoziţie: „în cameră există un termometru bun". Din fizică avem propoziţiile: „Orice metal se dilată la căldură". „Mercurul este un metal". Conform cu o schemă logică mai complicată pe care o vom analiza-o mai tîrziu se ajunge la concluzia: „Mercurul se dilată la căldură". Or de aci în continuare se deduce că dacă într-un caz concret avem căldură (ex. într-o cameră) atunci (dacă există mercur acolo) mercurul se dilată. Se vede dar că punerea în evidenţă a raportului de implicaţie nu este o treabă uşoară. Pentru a-l descoperi trebuie să ne bazăm adesea pe alte relaţii logice (inclusiv, poate, alte relaţii de implicaţie) şi, se înţelege, pe o „carcasă de supoziţii" implicite. În ce priveşte implicaţia de la *q* la *p* ea se caracterizează la fel ca şi cea de mai sus numai că ea este inversă faţă de prima. Dacă avem implicaţia de la *p* la *q* şi invers de la *q* la *p* atunci *p* şi *q* sînt echivalente.

Prin urmare, din *p* este echivalent *q* va decurge a) *p* implică *q* şi b) *q* implică *p*. Invers, din *p* implică *q* şi *q* implică *p* va decurge *p* este echivalent cu *q*.

Evident, raportul de contradicţie între *p* şi *q* exclude atît raportul de echivalenţă cît şi pe cel de implicaţie.

Ca urmare, „*p* este echivalent *q*" şi „*p* este contradictoriu cu *q*" sînt la rîndul lor ... contradictorii.

Df. 4) Două propoziţii de formele *p* şi respectiv *q* sînt contrare dacă şi numai dacă este imposibil să dăm simultan exemple adevărate pentru ambele forme.

De exemplu, orice propoziţie de forma „Toţi *S* sînt *P*" este contrară cu o propoziţie de forma „Nici un *S* nu este *P*" (se are în vedere că *S* şi *P* sînt termeni comuni). Aceste forme nu pot fi exemplificate simultan în mod adevărat. Din raportul de contrarietate decurge:

a) Dacă p este adevărată atunci q este falsă.
b) Dacă q este adevărată atunci p este falsă.
c) Dacă p este falsă nu se poate spune ceva precis cu privire la valoarea lui q.
d) Dacă q este falsă nu se poate spune ceva precis cu privire la valoarea lui p.

Odată ce ne-am convins că propoziţiile sînt contrare (prin forma lor) putem aplica regulile de evaluare corespunzătoare.

Nici raportul de contrarietate nu are totdeauna forma standard şi trebuie făcute transformări bazate pe alte raporturi pentru a-l pune în evidenţă.

Cazul „Toţi S sînt P" şi „Nici un S nu e P" este un caz standard.

Propoziţiile :

„Toţi studenţii anului IV au obţinut media 10".
„Toţi studenţii anului IV au obţinut media 5".

sînt contrarii şi totuşi nu au forma standard.

Aducerea la forma standard se poate face pe calea unor transformări logice :

„Nota 5 este diferită de nota 10".
„Dacă x ia nota 5 nu ia nota 10".
„Dacă x ia nota 10 nu ia nota 5".

„Dacă toţi studenţii anului IV au obţinut nota 10 atunci ei n-au obţinut nota 5".

„Dacă toţi studenţii anului IV au obţinut nota 5 atunci ei n-au obţinut nota 10", prin urmare : „Dacă toţi studenţii anului IV au obţinut nota 10 nici un student al anului IV n-a obţinut nota 5".

„Dacă toţi studenţii anului IV au obţinut nota 5, nici un student din anul IV n-a obţinut nota 10".

Propoziţiile : „Toţi studenţii anului IV au obţinut nota 10" şi „Nici un student al anului IV n-a obţinut nota 10" sînt contrare în forma standard.

Df. 5) Două propoziţii de formele p şi respectiv q sînt sub-contrarii dacă şi numai dacă este imposibil să fie date exemple de aceste forme care să fie simultan false.

Astfel formele „Unii S sînt P" și „Unii S nu sînt P" nu pot fi exemplificate simultan fals. De aci decurge:

a) Dacă p este fals, q este adevărat.
b) Dacă q este fals, p este adevărat.
c) Dacă p este adevărat nu se poate spune ceva sigur despre q.
d) Dacă q este adevărat nu se poate spune ceva sigur despre p.

Se înțelege că acest raport are de asemenea forme standard (ca de exemplu, cea dată mai sus) și forme nestandard, care prin transformări pot fi aduse la primele.

Df. 6) Două propoziții de formele p și respectiv q sînt indiferente implicativ dacă și numai dacă din constatarea asupra valorii uneia nu putem spune nimic despre valoarea celeilalte.

Astfel, propozițiile: „$2 + 3 = 7$" și „Toate metalele sînt nobile" sînt indiferente implicativ. Știm că prima este falsă, dar nu putem spune nimic despre cea de a doua din cunoașterea valorii primei.

Propozițiile indiferente implicativ se pot afla în orice raport de valoare logică.

În încheierea analizei raporturilor dintre propoziții vom reține încă următoarele:

1) Pentru fiecare clasă omogenă de propoziții (clase obținute după criterii formale) există o formulare „standard" a raporturilor; în cele de mai sus au fost prezentate aceste forme pentru clasa „S este P" (analog pot fi prezentate pentru propozițiile compuse, pentru propozițiile modale etc.).

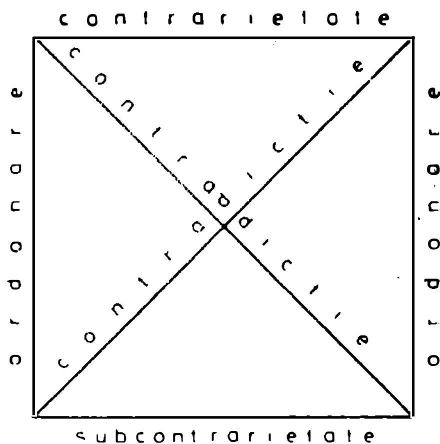
2) Dacă două propoziții p și q se află într-un raport logic R_L (simbolic: $p\ R_L q$) atunci orice propoziție (indiferent de formă) echivalentă (în sensul strict definit mai sus) cu p va fi în același raport R_L cu orice propoziție (indiferent de formă) echivalentă (în sensul strict definit) cu q (generalizare pentru universul propozițiilor).

Raporturile de contrarietate, contradicție, subcontrarietate și implicație (subalternare) au fost studiate în limitele

silogisticii aristotelice şi reprezentate sub forma aşa-zisului „pătrat logic". Se introduc notaţiile:

A : Toţi *S* sînt *P*
E : Nici un *S* nu e *P*
I : Unii *S* sînt *P*
O : Unii *S* nu sînt *P*

Figura numită „pătrat logic" (sau „pătratul lui Boethius") va fi:



Logica însă găseşte în cadrul fiecărei teorii logice raporturi de acest gen şi anume toate cele şapte raporturi.
Din punctul de vedere al valorii, raporturile pot fi caracterizate prin nişte tabele (a nu se confunda cu matricele funcţiilor logice).

Echiv. (p, q)	p	q
	v	v
	f	f

Contrar. (p, q)	p	q
	v	f
	f	v

Contrad. (p, q)	p	q
	v	f
	f	v

Subc. (p, q)	p	q
	v	v
	v	f
	f	v

Impl. (p, q)	p	q
	v	v
	f	v
	f	f

Impl. (q, p)	q	p
	v	v
	f	v
	f	f

Indif. (p, q)	p	q
	v	v
	v	f
	f	v
	f	f

În tabele sînt date „situaţiile posibile". Aceste situaţii pot fi clasificate în *treceri* „necesare" şi „contingente":
Echiv. (p, q): trecerea în ambele sensuri e necesară.

Contrar (p, q): (v, f), necesară; (f, v) (f, f.) — contingente.
Contrad. (p, q): trecerea în ambele sensuri e necesară.
Subc. (p, q) : (f, v) — necesară; (v, v), (v, f) — contingente.
Impl. (p, q) : (v, v) — necesară; (f, v), (f, f) — contingente.
Impl. (q, p) : (v, v) — necesară; (f, v), (f, f) — contingente.
Indif. (p, q) : toate sînt contingente.

Rămîn în afara tabelului „situaţiile imposibile". De ex. pentru Echiv. (p, q) avem două treceri imposibile (v, f) şi (f, v).
Am văzut că Echiv. (p, q) şi Contrad. (p, q) se exclud, cititorul poate analiza, ţinînd seama de tabele, celelalte relaţii între raporturi.

Principii logice

Am analizat mai sus relaţiile fundamentale între propoziţii (relaţii care, dealtfel, se regăsesc şi între termeni), în acest paragraf vom pune în evidenţă unele legi fundamentale.

Există o corespondență între raporturile fundamentale (cu excepția ultimului care este „contingent") și principiile logice:

a) echivalenței îi corespunde așa-numitul „principiu al identității",
b) contrarietății îi corespunde așa-numitul „principiu al necontradicției",
c) contradicției îi corespunde „principiul terțului exclus",
d) subcontrarietății deși nu-i corespunde un principiu special în tratatele existente, i s-ar putea formula unul prin analogie cu „necontradicția", pe care-l vom numi „principiul alternativei",
e) implicației îi corespunde „principiul rațiunii suficiente".

Desigur nimic nu ne-ar împiedica să formulăm și un principiu al „contingenței". Vorbind despre principiile de mai sus dorim să reamintim ceea ce am stabilit în *Filozofie și logică* anume faptul că nu există o singură formulare cu numele dat, ci o „clasă de formulări".
Considerăm chiar că anumite dispute în legătură cu valabilitatea unor principii nu și-au găsit soluția tocmai datorită confuziei între o formulare (privilegiată) și formulări în genere.
Pentru a preveni anumite imprecizii logice introducem două condiții fundamentale pentru a garanta valabilitatea legilor indicate: ele sînt exprimate prin:

„în același timp" și
„sub același raport".

Am numit aceste două condiții „coordonatele logicii formale". Uneori ele au fost înțelese greșit. De aceea ținem să facem unele precizări.
Asertarea sau negarea a ceva nu înseamnă că noi nu putem considera obiectul în devenire (în succesiunea momentelor sale) sau că nu-l putem considera sub diferite aspecte („raporturi") deci multilateral, ci că în raport cu fiecare moment considerat și fiecare aspect (unghi de vedere) în parte există alte legi decît în raport cu devenirea și multilateralitatea. O propoziție bine formulată presupune îndeplinite cele două condiții, dimpotrivă există propoziții care nu sînt exact formulate și care pot da im-

presia că principiile indicate nu sînt valabile. Astfel, propoziţia „2 + 3 = 5" este exact formulată şi nu cred că oferă posibilitatea de a o raporta temporal sau calitativ la altceva decît la ceea ce ştim cu toţii că se referă. Dimpotrivă, propoziţia „Ion este student bun" nu este la fel de precis formulată, căci :

a) Ion poate fi considerat în diferite momente ale vieţii lui şi
b) Ion poate fi considerat sub diferite laturi („raporturi") ale vieţii sale.

Pentru orice eventualitate, cele două condiţii reprezintă supoziţii fundamentale (tacite la propoziţiile suficient de precise, explicite la care ambiguitatea este evidentă). Forma particulară pe care o iau aceste supoziţii depinde de propoziţie. Un filozof prea scrupulos (vezi de ex. Piaget) ar putea găsi o posibilitate de ambiguitate chiar la o propoziţie ca „2 + 3 = 5". De exemplu, relaţia egal (=) ar putea fi ambiguu interpretată astfel (ca de altfel şi operaţia „+") :
„2 picături de apă adunate cu 3 picături de apă dau ... o picătură".
Adunarea a fost înţeleasă ca o „contopire" şi de aci egalitatea ca „rezultat al contopirii". În asemenea situaţii trebuie să fim gata să precizăm „raportul" (= referinţa) : considerăm că ne raportăm numai la mulţimi discrete abstracţie făcînd de orice procese în legătură cu elementele mulţimii. Cu alte cuvinte, propoziţia noastră este valabilă în limitele unei anumite idealizări :
Se presupune că :
a) orice mulţime este formată din obiecte discrete,
b) nu luăm în consideraţie modificările obiectelor sau relaţiile dintre ele.
În acest caz „2 + 3 = 5" nu poate fi falsă, adică nu poate fi înlocuită cu „2 + 3 = 1" (în cazul indicat).
Trecem acum la formularea (la unele formulări ale) principiilor.
I. *Principiul identităţii* (formulare ontologică)
1) Orice lucru este identic cu sine (formula $A \equiv A$).
Această propoziţie este în sine o idealizare sau chiar exprimarea concentrată a unui şir de idealizări. Fără ea însă

gîndirea noastră ar fi imposibilă. De fapt ea vrea să spună că pe tot parcursul unui discurs logic „lucrul asupra căruia se poartă discursul este acelaşi (nu se schimbă)".
Altfel spus în raport cu un context logic (coerent) obiectele despre care are loc contextul rămîn identice cu sine.
Fie, de exemplu, un obiect O_i aflat în momentul t_i şi luat sub raportul r_j: pe scurt Ot_ir_j.
Principiul identităţii apare astfel:

$$\forall_{ij}(Ot_ir_j \equiv Ot_ir_j).$$

Cu alte cuvinte, eliminînd cuantorul şi precizînd indicii obţinem:

$$Ot_1r_1 \equiv Ot_1r_1,$$

$$Ot_2r_2 \equiv Ot_2r_2,$$

$$\cdots\cdots$$

$$Ot_nr_n \equiv Ot_nr_n.$$

Se înţelege că nu este obligatoriu ca indicii pentru t şi r să fie identici aşa că putem scrie astfel:

$$Ot_ir_j \equiv Ot_ir_j$$

Schimbînd obiectul, de exemplu, Ot_ir_j cu $Ot_{i+1}\,r_{j+1}$ deplasăm principiul identităţii asupra noului obiect.
Dacă avem un context care cuprinde două „variante" ale obiectului: Ot_ir_j, $Ot_{i+1}r_{j+1}$) vom presupune că în context principiul se aplică fiecărui obiect („variantă") în parte, nu între variante. Noţiunile de t şi r sînt ele înşile idealizări, căci sînt considerate „atomar" (indecompozabile), ceea ce, evident, în realitate nu e cazul. Spunem: Mihai Eminescu ≡ Mihai Eminescu, dar M.E. în 1855 ≠ M.E. în 1880.
Or în context nu avem indicată o asemenea deosebire. Facem abstracţie de ea (o neglijăm). Se impune încă o precizare: indiferent care ar fi t şi r alese noi vom raţiona în raport cu acestea prin principiul identităţii:

$$Ot_ir_j \equiv Ot_ir_j.$$

După formularea ontologică vom considera diferite formulări logice:

2) Orice concept este identic cu sine.
3) Orice termen este identic cu sine (altfel: orice termen este sinonim cu sine).
4) Orice propoziţie este echivalentă cu sine ($p \equiv p$).
Pe principiul identităţii se bazează regula substituirii termenilor variabili. Ex. Fie formula $F(x) \rightarrow H(x, y)$. Deoarece $x \equiv x$, noi trebuie să substituim pe x cu aceeaşi valoare în formula dată: de exemplu, pentru $x = 2$ obţinem:

$$F(2) \rightarrow H(2, y).$$

În acest fel principiul identităţii poate fi particularizat astfel:

x este identic în toate intrările dintr-o formulă dată.

Principiul identităţii asigură univocitatea gîndirii. El ne fereşte de o serie de confuzii.
O gîndire confuză schimbă semnificaţia termenilor pe parcursul unui discurs logic şi anume în mod arbitrar (neavertizat).
Logica permite schimbările, dar orice schimbare trebuie avertizată pentru a putea deplasa în mod corespunzător principiile logicii. Identitatea nu exclude diferenţa, dar diferenţa este necesar să fie neglijată în anumite limite, altfel nu putem gîndi. Există aci un fel de „complementaritate" (în sensul lui Bohr) nu putem gîndi în acelaşi timp şi identitatea şi diferenţa, deşi ştim că lucrurile luate în devenire şi multiplicitate sînt şi identice cu sine (în acelaşi timp şi sub acelaşi raport) şi diferite (în devenire şi multiplicitate). Putem scrie:

$$a_1 \equiv a_1$$
$$a_2 \equiv a_2$$
$$. \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$
$$a_n \equiv a_n$$

dar şi

$$a_1 \equiv a_n \quad (n \neq 1)$$

cu condiţia că neglijăm orice diferenţă între a_1 şi a_n. Se înţelege, neglijarea se face din temeiuri teoretice şi mai ales practice, de aceea noi spunem că „principiul neglijabi-

lităţii practice" stă la baza identificării obiectelor în sensul de mai sus.

II. *Principiul necontradicţiei*

1) În acelaşi timp şi sub acelaşi raport este imposibil ca un lucru să fie şi să nu fie (formulare ontologică).

Ştim că în realitate lucrurile nu sînt totalităţi imobile de determinaţii şi ca urmare în anumite privinţe sînt, în alte privinţe încetează să fie. Însă în „coordonatele t, r" indicate noi gîndim lucrurile ca şi cum ar fi astfel de „totalităţi imuabile de determinaţii" (ca atomi indivizibili şi imuabili).

Trebuie să acceptăm că în limitele (t, r) lucrul pur şi simplu există ($a \equiv a$) în alte limite (t', r') el nu există ($\urcorner a \equiv \urcorner a$).

Existenţa şi neexistenţa sînt gîndite în acest fel în mod complementar deşi în realitate formează o unitate, şi sînt relative.

Formulările logice vor face principiul aplicabil la termeni şi propoziţii:

2) În acelaşi timp şi sub acelaşi raport este imposibil ca o propoziţie să fie adevărată împreună cu negaţia ei.

Formula:

3) O propoziţie nu poate să fie adevărată şi să nu fie adevărată.

Observăm că identitatea vorbea de „echi-valenţă" (= aceeaşi valoare) fără a preciza despre ce valoare e vorba. Se poate formula principiul chiar numai la nivelul semnificaţiei: orice propoziţie este echisemnificativă cu sine.

Principiul necontradicţiei cere ideea de valoare, dar nu neapărat o valoare anume, căci putem da următoarea formulare:

4) O propoziţie nu poate să aibă şi să nu aibă o valoare v.

Rezultă de aci că 3) este un caz particular al lui 4). Putem apoi formula pentru orice valoare o propoziţie care va fi caz particular al lui 4):

5) O propoziţie nu poate să fie şi să nu fie falsă.

6) O propoziţie nu poate să fie şi să nu fie probabilă etc.

Se observă în acelaşi timp că toate aceste formulări sînt particularizări ale formulării ontologice.

Formularea 2) se bazează pe ideea că ştim să formăm negaţia unei propoziţii.
Legătura principiului cu „contrarietatea" este evidentă: contrariile nu pot fi adevărate împreună (vezi şi categoriile existenţa-neexistenţa, afirmaţia-negaţia, adevărul-neadevărul ş.a.).

III. *Principiul terţului exclus*

1) În acelaşi timp şi sub acelaşi raport un lucru sau este sau nu este a treia posibilitate este exclusă.
Identitatea neglija diferenţa, necontradicţia introduce diferenţa absolută între existenţă şi neexistenţă, iar terţul exclus absolutizează dedublarea (în opoziţie cu multiplicarea) ca unică diferenţiere. În realitate există „stări intermediare" între *a fi* şi *a nu fi* între existenţă şi neexistenţă, însă noi avem nevoie de absolutizare (= idealizarea) dedublării, nu putem nici teoretic, nici practic să rămînem la stări imprecise sau indecise (chiar dacă ar fi să facem alegerea pur convenţional).
2) O propoziţie sau este adevărată sau nu este adevărată a treia posibilitate este exclusă. Se poate da însă o formulare mai generală.
3) O propoziţie sau are o valoare *v* sau n-o are a treia posibilitate este exclusă.
4) Este adevărată sau propoziţia sau negaţia ei a treia posibilitate este exclusă. Simbolic: $p \vee \neg p$.
S-a pus problema dacă logicile polivalente nu duc la infirmarea terţului exclus. Răspundem categoric: nu. Ceea ce elimină logicile polivalente sînt anumite formulări şi interpretări. De exemplu, formularea:
5) Orice propoziţie este sau adevărată sau falsă a treia posibilitate este exclusă, este eliminată. Ea identifică terţul exclus cu „principiul bivalenţei" adică existenţa numai a valorilor „adevăr" şi „fals" aşa cum sînt definite în mod tradiţional.
Se observă însă imediat că formularea 3) nu este limitată la bivalenţă (în sensul indicat) deşi ea absolutizează dedublarea în raport cu fiecare valoare.
Fără aceasta însă orice concept de valoare şi-ar pierde caracterul univoc, ar deveni confuz. Terţul exclus, pe de

altă parte, „alungat" din anumite calcule logice reapare la „nivelul metalogic" (de ex. în formularea 3) şi toate cele ce derivă din ea).
Formularea principiilor nu este dependentă de valorile concrete (deci nu depinde de ideea de polivalenţă sau bivalenţă).
Formulările care depind de alegerea de valori concrete sînt valabile în limitele în care aceste valori sînt definite şi acceptate. Legătura principiului terţului exclus cu raportul de contradicţie este evidentă: între propoziţie şi negaţia ei se acceptă sau propoziţia sau negaţia ei nu ambele. Din terţul exclus se deduce legea dublei negaţii.

a) Dubla negaţie este echivalentă cu afirmaţia (Simbolic: $\neg\neg A \equiv A$)
Această lege poate de asemenea avea formulări particulare ca, de exemplu:
b) Falsitatea falsităţii unei propoziţii este echivalentă cu adevărul propoziţiei.

Această formulare depinde de definiţia dată „falsului". Dealtfel, este momentul să facem unele reflecţii în legătură cu relaţiile dintre propoziţii şi metapropoziţiile de valoare. Se pare că Tarski a luat mai îndeaproape în consideraţie următoarele două echivalenţe:

c) $V(„p") = p$

d) $F(„p") = \neg p$

(unde $V(„p")$: „p" este propoziţie adevărată, iar $F(„p")$: „p" este propoziţie falsă).
Propoziţia (b) de mai sus poate fi formulată astfel:

e) $F(F(„p") = V(„p")$.

Din c) şi e) deducem:

f) $F(„F(„p")") = p$.

Formularea 3) poate fi schematizată astfel:

g) $W(„p") \vee \neg(W(„p")$ adică „p are valoarea W sau p nu are valoarea W").

Aci „W este o variabilă definită pe mulţimea valorilor logice. Dacă W este adevărul atunci avem:

$$\text{h)}\ V(„p") \vee \neg(V(„p").$$

Prin definiţie, dacă ne aflăm în logica bivalentă avem:

$$\text{i)}\ \neg V(„p") = F(„p"),\ \text{deci:}$$

$$\text{j)}\ V(„p") \vee F(„p").$$

Există şi alte metaformule interesante:

$$\text{k)}\ V(V(„p")) = V(„p"),$$

$$\text{l)}\ V(F(„p")) = F(„p"),$$

$$\text{m)}\ F(V(„p")) = F(„p").$$

Cu problema terţului exclus ne-am întîlnit frecvent pe parcurs, de exemplu, în cazul clasificării. Am arătat că se impun anumite limitări ale aplicării la clase ale acestei legi în forma dată pentru clase:

$$(6)\ \forall x(x \in K \vee x \notin K).$$

Vom reveni într-un paragraf asupra acestei probleme. Pe lîngă forma (6) este util să reţinem şi forme pentru predicate:

$$(7)\ \forall x(F(x) \vee \neg F(x)).$$

Pentru propoziţiile modale avem formularea:

$$(8)\ Mp \vee \neg\ Mp$$

(unde M reprezintă una din modalităţile: „posibil", „imposibil", „necesar", „contingent").
În caz particular, de exemplu, pentru necesar şi posibil vom avea respectiv:

$$(9)\ \Box p \vee \neg \Box p$$

$$(10)\ \Diamond p \vee \neg \Diamond p.$$

Iată exemple pentru (7) — (10):

(6′) $\forall x(x \in \text{Par} \vee x \notin \text{Par})$,

(7′) $\forall x(\text{Prim}\ (x) \vee \neg\ \text{Prim}\ (x))$.

Pentru (8) avem cazurile:

(9′) Este necesar ca $4 > 2$ sau nu este necesar ca $4 > 2$.

(10′) Este posibil ca în 1990 să ajungem pe Marte sau nu este posibil ca în 1990 să ajungem pe Marte.

Uneori terţul exclus este dat în forma excluderii contradicţiei:

(11) În acelaşi timp şi sub acelaşi raport $p \vee \neg p$, contradicţia $(p \,\&\, \neg p)$ este exclusă.

În acest caz „a treia posibilitate" este identificată cu contradicţia.

IV. *Principiul alternativei*

(1) Este imposibil ca un lucru să nu fie nici existent, nici neexistent.

(2) Este imposibil să fie falsă şi propoziţia şi negaţia ei.

(3) Simbolic:

$$\neg(F(„p") \text{ şi } F(„\neg p")) \text{ sau } \neg(\neg p \,\&\, \neg\neg p).$$

Se vede simetria între acest principiu şi principiul necontradicţiei.

El vrea să spună că neexistenţa este alternativa existenţei şi existenţa alternativa neexistenţei.

V. *Principiul raţiunii suficiente*

Corespunzător implicaţiei există un principiu special numit al „raţiunii suficiente".

(1) Orice lucru există în virtutea unui temei. Formulările logice nu sînt tot atît de clare, adesea apar doar ca o normă (o recomandare de urmat).

(2) O propoziţie *trebuie* admisă numai pe baza unei argumentări. După părerea noastră se poate da următoarea formulare cognitivă:

(3) Pentru orice propoziţie adevărată există cel puţin o propoziţie adevărată diferită de ea care o implică. Această

propoziţie (sau propoziţii) este „raţiunea suficientă" a primei.
Altfel: dacă q este propoziţie adevărată atunci există cel puţin o propoziţie adevărată p astfel că:

$$p \text{ implică } q$$

(Orice propoziţie adevărată are o raţiune suficientă).

VI. *Principiul „contingenţei"*

(1) Pentru orice lucru există un alt lucru cu care poate să coexiste sau nu.
(2) Pentru orice propoziţie p există o propoziţie q astfel că nu putem conchide nimic de la p la q şi nici de la q la p.
Vom spune că p şi q sînt reciproc contingente.
Din principiul contingenţei rezultă că nu putem corela la întîmplare propoziţiile, că trebuie să le dividem în două clase „propoziţii contingente", „propoziţii logic raportate".

Mulţimile vagi şi principiile logicii

Abordînd problema clasificării am amintit deja de mulţimile vagi şi principiul terţului exclus. Principiul terţului exclus pentru mulţimi are forma:

$$\forall x(x \in K \vee x \notin K).$$

Se presupune că există o funcţie caracteristică pentru K, anume φ_k astfel că:

$$\varphi_k(x) = \begin{cases} x \in K \text{ dacă } \varphi_k(x) = 1 \\ x \notin K \text{ dacă } \varphi_k(x) = 0. \end{cases}$$

În cazul mulţimilor vagi nu putem spune în genere cu precizie dacă:

$$\varphi_k(x) = 1 \quad \text{sau} \quad \varphi_k(x) = 0$$

şi deci disjuncţia:

$$x \in K \vee x \notin K$$

nu poate fi tranşată riguros. Între 1 şi 0 (adevăr, fals) putem admite grade de apreciere şi deci relaţia de apartenenţă va fi ea însăşi gradată: $x \in_g K$ (x aparţine în gradul g lui K).
Mai exact, nu dispunem de o astfel de funcţie caracteristică încît să putem decide:

$$\varphi_k(x) = 1 \quad \text{sau} \quad \varphi_k(x) = 0.$$

De exemplu, nu dispunem de o definiţie riguroasă a noţiunii „tînăr" astfel ca să putem decide:

$$\varphi_t(x) = 1 \quad \text{sau} \quad \varphi_t(x) = 0.$$

S-ar părea că avem un caz în care idealizarea terţului exclus nu mai e valabilă. Într-adevăr, se impune o „deplasare" a terţului exclus la alt nivel. Există cel puţin două soluţii: a) adoptăm aprecierea „nedecis" şi creăm o clasă pentru cazurile nedecise sau b) luăm o decizie pragmatică. Terţul exclus poate fi formulat pentru clasa nedecis T_n astfel:

$$\forall x(x \in T_n \vee x \notin T_n)$$

Se presupune deci că cel puţin relaţia *între decis şi nedecis* (resp. precis şi imprecis) este precisă, pentru cel ce aplică terţul exclus.
S-ar putea deci relativiza terţul exclus la cel ce-l aplică. În continuare s-ar putea relativiza la individul considerat la un moment dat. A doua soluţie vizează pur şi simplu o alegere în funcţie de criterii pragmatice: din motivele cutare aleg $x \in T_n$ sau $x \notin T_n$.
În concluzie, nu este posibilă o renunţare la terţul exclus ci o „reformulare", o „restrîngere", o „deplasare" a aplicabilităţii sale în raport cu anumite cazuri.
Aceasta înseamnă că idealizările nu sînt utilizate necondiţionat, că este nevoie de o analiză concretă, ori de cîte ori aplicarea devine discutabilă. După cum arată Neil Cooper cei ce resping terţul exclus fac uz de el ... în respingere. Ei se referă mai ales la calculul propoziţiilor. În interpreta-

rea calculului propoziţiilor „noi trebuie să adoptăm cel puţin două reguli:

(1) Orice propoziţie are o şi numai o valoare,
(2) orice propoziţie are sau valoarea adevăr sau valoarea fals"[16].

Acesta este punctul de vedere obişnuit.
În conformitate cu cele spuse de noi anterior putem reţine că „regula"
(1) rămîne în orice caz valabilă, dar ea implică imediat formularea generală a terţului exclus (sugerată de Şestakov):
(3) orice propoziţie are sau nu are valoarea dată.

N. Cooper indică drept trăsătură majoră a terţului exclus „diviziunea valorilor logice"[17] idee cu care sîntem de acord.
Russell a adus un exemplu (în *On Denoting*) care merită o anumită atenţie:
„Actualul rege al Franţei este chel" sau
„Actualul rege al Franţei nu este chel".

Or „actualul rege" nu se află nici printre cei cu chelie, nici printre cei ce nu au chelie. În exemplul lui Russell terţul exclus este aplicat asupra unui „lucru vid" (cum îl vom numi). El presupune introducerea disjuncţiei: „Sau regele Franţei este chel sau el nu există" ca negaţie a propoziţiei „Regele Franţei este chel".
În ce ne priveşte, nu vedem nici o dificultate dacă vom declara propoziţia „Actualul rege al Franţei nu este chel" drept logic adevărată — căci ea este o aplicare a schemei tautologice; „ceea ce nu există nu este identic cu ceea ce există" sau „o proprietate nu poate reveni unui lucru care nu există".
Din propoziţia logic adevărată „dacă x nu există atunci nu există o proprietate P care să-i revină lui x" deducem că „deoarece actualul rege al Franţei nu există el nu poate fi chel". Putem da următoarea formulare legii:

$$\neg \exists x\ P(x) \rightarrow \forall x\ \neg(P(x) \& Q(x)).$$

---

[16] NEIL COOPER, *The Law of Excluded Middle*, Mind, vol. LXXXVII. Br. 346, 1978, p. 161.
[17] *Ibidem*.

În caz concret:

$$\neg \exists x \text{ Rege } (x) \rightarrow \forall x \neg(\text{Rege } (x) \,\&\, \text{Chel } (x)).$$

N. Cooper se referă de asemenea la „conceptele imprecise" *(fuzzy concepts)* Putem apela la limitare sau la supoziţii pentru a ieşi din situaţie.

Ca urmare, el propune „terţul exclus condiţionat".

Problema constă după părerea sa în aplicarea legilor. Lucrurile stau astfel numai pentru formulările sintactice deschise interpretării, pentru formulările intuitive, aşa cum am mai spus, problema se pune de a trece de la una la alta (la a renunţa la una în favoarea alteia), la a „deplasa" sub alt unghi de vedere legea.

Autorul remarcă pe bună dreptate că nu orice substituţie într-o lege logică dă o propoziţie logic adevărată (din nou problema aplicabilităţii).

În încheiere vom spune că orice principiu logic este o supoziţie ideală valabilă ea însăşi într-o carcasă de supoziţii adesea tacite.

Raţionamente logice

Am studiat pînă acum tipurile de judecăţi, raporturile fundamentale între ele, supoziţiile (principiile) logice şi urmează să analizăm „raporturile de inferenţă" adică de fapt legile implicaţiei între propoziţii. Vom nota o relaţie de inferenţă cu $\vdash$ şi vom scrie:

$$P \vdash Q$$

unde P este o mulţime de premise, iar Q o concluzie. Relaţia logic adevărată între P şi Q va fi o lege de implicaţie (de inferenţă, de raţionare), iar trecerea de la P la Q va fi un raţionament. Raţionamentul va fi reprezentat ca schemă pe verticală astfel:

$$\frac{P}{Q}$$

(Citeşte „P deci Q").

Deşi relaţia $\vdash$ poate fi mai complicată decît o simplă implicaţie, se acceptă trecerea următoare:

$$\frac{P \vdash Q}{P \rightarrow Q}$$

Există două clase principale de raţionamente: „inductive" şi „deductive". Raţionamentele inductive merg de la cazuri individuale către general (reprezintă deci un „proces de generalizare") iar cele deductive sau merg de la general la particular sau au loc la acelaşi nivel de generalitate. Nu intenţionăm nici pe departe să expunem complet teoria raţionamentului, ci doar să discutăm aspectele cele mai interesante metodologic.

Raţionamentele inductive

Trebuie să distingem între două mulţimi de obiecte: „mulţimi finite practic inspectabile" şi „mulţimi infinite sau, în genere, neinspectabile".

Fie o mulţime de primul tip M:

$$M = \{x_1, \quad x_2, \ \dots \ x_n\}.$$

Presupunem că M este caracterizat de o funcţie $P(x)$. Fie apoi o proprietate Q despre care constatăm că are loc pentru un x din M, de exemplu, pentru x_k:

$$Q(x_k).$$

Vrem să ştim dacă orice $x \in M$ are proprietatea Q. Cum mulţimea M este inspectabilă luăm pe rînd elementele şi verificăm direct dacă are loc sau nu proprietatea Q pentru ele. Putem ajunge la mai multe rezultate:

a) are loc numai $Q(x_k)$,
b) există m elemente $m < n$ pentru care are loc Q,
c) Q are loc pentru toate cele n elemente.

Primul rezultat ne permite să tragem următoarea concluzie abstractă (abstractă în sensul că nu sînt indicaţi indivizii concreţi):

$$\frac{Q(x_k)}{\exists x Q(x)}.$$

Al doilea rezultat ne permite pe lîngă concluzia $\exists x Q(x)$ şi concluzii de altă natură: de exemplu: „majoritatea x-ilor sînt Q" sau „foarte puţini x sînt Q" etc. Putem de asemenea da forme statistice concluziei, ex.: „50% din elementele lui M sînt Q".

Al treilea rezultat şi cel mai interesant ne permite formularea unei judecăţi generale:

$$\forall x \ Q(x).$$

Schema obţinerii acestei concluzii va fi:

$$\frac{Q(x_1),\ Q(x_2),\ldots,\ Q(x_n)}{\forall x Q(x)}.$$

Legea de inferenţă va fi:

$$Q(x_1) \mathbin{\&} Q(x_2) \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} Q(x_n) \vdash \forall x \ Q(x).$$

Altfel:

(1) $\quad (Q(x_1) \mathbin{\&} Q(x_2) \mathbin{\&} Q(x_3) \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} Q(x_n)) \rightarrow \forall x Q(x)$

(ulterior vom vedea că este valabilă şi reciproca).

Corelînd acum funcţia $Q(x)$ cu $P(x)$ vom scrie:

$$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)).$$

În limbajul silogistic vom scrie: Orice P este Q.

Se mai poate scrie:

$$\forall x(x \in M \rightarrow Q(x)).$$

Concluzia poate căpăta deci diferite forme logice.

Ajdukiewicz dă o altă formulare schemelor[18].

O schemă este aceasta:

$$\frac{\begin{array}{c} f(a^1),\ g(a^1) \\ f(a^2),\ g(a^2) \\ \cdots\cdots\cdots \\ f(a^k),\ g(a^k) \\ \forall x(f(x) \rightarrow x = a^1 \vee x = a^2 \vee \ldots \vee x = a^k \end{array}}{\forall x(f(x) \rightarrow g(x))}.$$

[18] K. AJDUKIEWICZ, *Pragmatic logic*, 1974.

Este evident că formula penultimă nu este decît un mod de a da funcţia caracteristică pentru mulţimea elementelor.

O altă formulare este aceasta:

$$\frac{\begin{array}{l} a^1 \text{ este } S, \; a^1 \text{ este } P \\ a^2 \text{ este } S \; a^2 \text{ este } P \\ \dots\dots\dots\dots \\ a^k \text{ este } S, \; a^k \text{ este } P \end{array}}{\text{Orice } S \text{ este } P}$$

El împarte în acest caz premisele în două: „premise de clasificare" (cele din stînga) şi „premise de calificare" (cele din dreapta). Aceasta vrea să spună că între elementele clasei S şi proprietatea P se stabileşte legătura în concluzie.

Schema este bazată pe o anumită interpretare a formelor de inherenţă („S este P").

Simbolizînd mulţimea primelor premise prin L^k, pe a doua prin Q^k şi concluzia prin H el introduce o a treia schemă:

$$\frac{L^k \cap Q^k}{H}.$$

De aci prin trecere la cel de al doilea caz de inducţie se poate corela inducţia cu probabilitatea.

Exemplele pentru astfel de raţionamente pot fi extrem de banale.

Fie o submulţime de numere impare din intervalul [3—23]:

$$I = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}.$$

Fie apoi proprietatea *Prim*. Prin inspecţie directă constatăm că:

$$Prim\ (3),\ Prim\ (5) \dots Prim\ (23)$$

Putem deci conchide: $\forall x (x \in I \rightarrow Prim\ (x))$.

În aceste raţionamente se trece de la propoziţii singulare la propoziţii generale.

Inducţia astfel efectuată se numeşte „inducţie completă".
Fie acum mulţimile infinite sau în genere neinspectabile.

$$M = \{x_1, \quad x_2, \ldots x_n, \ldots\}.$$

Considerăm din nou o proprietate $P(x)$ caracteristică (ex. „*Impar* (x)", dacă M este mulţime de numere naturale) şi o proprietate Q.

Cazul $Q(x_k)$ nu mai este interesant, interesante sînt în schimb constatările:

a) $\neg Q(x_i)$ şi

b) oricît de multe cazuri am inspectat toate au proprietatea Q.

Din cazul $\neg Q(x_i)$ conchidem imediat:

$$\exists x \quad \neg Q(x) \text{ şi}$$
$$\neg \forall x \quad Q(x).$$

Din cazul b) putem conchide:

$$\forall x(x \in I \rightarrow Q(x))$$

adică: „pentru orice x dacă x aparţine mulţimii de cazuri inspectate I atunci are loc $Q(x)$".

Concluzia:

$$\forall x(x \in M \rightarrow Q(x))$$

n-o putem trage, cu alte cuvinte nu putem spune că orice element din M are proprietatea Q şi deci nici

$$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$$

nu are loc.

Cu toate acestea legea implicativă de mai sus are loc în formă generalizată. Scriem conjuncţia infinită de $Q(x_i)$ astfel:

$$\prod_{i=1}^{\infty} Q(x_i)$$

adică:

$$\prod_{i=1}^{\infty} Q(x_i) \equiv Q(x_1) \,\&\, Q(x_2) \,\&\, \ldots \,\&\, Q(x_n) \,\&\, \ldots$$

Legea inducției va fi:

(2) $$\prod_{i=1}^{\infty} Q(x_i) \rightarrow \forall x\ Q(x).$$

Legea inducției nu depinde deci de posibilitatea noastră de a inspecta mulțimea așa cum se prezintă uneori lucrurile în manualele tradiționale.

Antecedentul acestei legi nu poate fi realizat (dacă este adevărat) decît în parte, ca urmare raționamentul inductiv va fi „incomplet". Schema inducției incomplete înseamnă trecerea de la un număr limitat de cazuri la toate cazurile:

$$\frac{Q(x_1),\ Q(x_2),\ \ldots,\ Q(x_n)}{\forall x Q(x)}.$$

Datorită saltului de la n cazuri la toate cazurile inducția se mai numește și „amplificatoare". O astfel de concluzie se numește „ipoteză" sau „ipotetică". Se înțelege că formula:

(3) $$(Q(x_1)\ \&\ Q(x_2)\ \&\ \ldots\ \&\ Q(x_n)) \rightarrow \forall x\ \ Q(x)$$

nu va mai fi o lege.

Și totuși noi nu avem altă posibilitate de a generaliza în aceste cazuri decît prin „salturi", prin urmare deși (3) nu este o lege logică este *o regulă (metodologică)*. Unii autori încadrează astfel de raționamente în clasa celor „subiectiv incerte" (Ajdukiewicz). Este evident că concluzia în acest caz nu poate fi certă, totuși ea poate fi acceptată cu mai mare sau mai mică probabilitate. De ce depinde această probabilitate? Iată o problemă de care logicienii s-au ocupat, destul de intens în ultima vreme[19]. Cum lucrarea noastră are un caracter logico-metodologic considerăm interesant să tratăm mai îndeaproape această chestiune.

Iată cîțiva factori de care depinde gradul de probabilitate: a) numărul cazurilor inspectate,

---

[19] Dacă ar fi să amintim doar masiva carte a lui Carnap, *Fundamentele logice ale probabilității* și tot ar însemna mult.

b) modul de alegere a cazurilor,

c) relaţia dintre funcţia caracteristică şi funcţia supusă inducţiei,

d) numărul de funcţii caracteristice şi relaţiile lor cu funcţia supusă inducţiei,

e) utilizarea deductivă a concluziei.

Ultimul punct ne arată că metodologic este necesară îmbinarea inducţiei cu deducţia.

Să analizăm pe fiecare factor în parte.

a) *Numărul cazurilor inspectate.* Regula de probabilitate poate fi formulată astfel: cu cît mai multe cazuri satisfac proprietatea Q (în presupunerea că nu s-a întîlnit nici un caz care s-o contrazică) cu atît mai probabilă este ipoteza.

În genere se presupune că avem un număr „suficient de mare" de cazuri pentru a ne permite să lansăm ipoteza.

b) *Modul de alegere a cazurilor.* Există diferite moduri de alegere a cazurilor:

— alegere după o regulă,

— alegerea la întîmplare.

De asemenea se presupune că nu există o singură regulă de alegere.

b_1) Una din reguli ar fi aceasta: presupunînd că am operat o clasificare asupra mulţimii de obiecte supusă inducţiei vom căuta ca în mulţimea obiectelor alese să fie reprezentată fiecare clasă.

b_2) Altă regulă este aceasta: clasele pot fi dispuse într-o ordine, astfel că se admit clase „la extremă" în acest caz vom alege cu precădere elemente din clase aflate una la extrema celeilalte. Dacă elemente aflate în clase dispuse pe extreme satisfac aceeaşi proprietate atunci este probabil că orice element din mulţime satisface proprietatea respectivă.

b_3) Putem introduce apoi o regulă pe care o voi numi a cazului neaşteptat sau cel mai puţin aşteptat a: dacă şi cazul a satisface proprietatea Q atunci e de aşteptat că orice element din mulţime satisface proprietatea Q. Toate aceste reguli sînt deosebit de utile în analiza feno-

menelor complexe cum ar fi cele biologice sau sociale. Putem să le exemplificăm uşor.

b_1) Dacă avem o mulţime de alegere M care se intersectează cu toate păturile populaţiei:

$$M = K_1 \cap K_2 \cap \ldots \cap K_n$$

şi toţi indivizii din M satisfac proprietatea de a fi de acord cu politica guvernului atunci este foarte probabil că toţi cetăţenii sînt de acord cu politica guvernului.

b_2) Dacă şi oamenii inculţi şi cei foarte culţi apreciază filmul cutare atunci este foarte probabil că toţi oamenii apreciază acest film.

b_3) Dacă chiar şi cel mai leneş student din ţară s-a pregătit pentru examen este foarte probabil că toţi studenţii din ţară s-au pregătit pentru examen.

Alegerea la întîmplare („aleatoare”) este de asemenea un factor de probabilitate: dacă toate exemplarele sînt alese la întîmplare şi satisfac proprietatea respectivă atunci este foarte probabil că toate elementele mulţimii satisfac această proprietate.

Putem introduce anumite simbolizări. Fie U universul supus inducţiei şi M mulţimea inspectată („aleasă”)

$$M \subset U$$

Dacă M tinde spre un număr k suficient de mare de elemente atunci $\forall x Q(x)$ este mai probabilă decît pentru orice număr $1 < k$.

Fie $U = K_1 + K_2 + \ldots + K_n$,
$M = K_1 \cap K_2 \cap \ldots \cap K_n$.

Dacă pentru orice $x \in M$ avem $Q(x)$ atunci probabil $\forall x Q(x)$. Fie apoi K_1 şi K_n clase de extremă şi $M = K_1 \cup K_n$. Dacă $\forall x (x \in M)\ Q(x)$ atunci probabil $\forall x (x \in U)\ Q(x)$.

c) *Relaţia între funcţia caracteristică şi funcţia supusă inducţiei.* Putem formula aci mai multe reguli:

c_1) Dacă dincolo de universul U, $\neg P(x) \rightarrow \neg Q(x)$ atunci probabil $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ $(x \in U)$.

c_2) Dacă P şi Q sînt variabile cantitativ şi ori de cîte ori variază P variază Q atunci probabil $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$.

c_3) Dacă dispariţia lui Q în cazurile cercetate atrage dispariţia lui P atunci foarte probabil $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$.

d) *Numărul de funcţii caracteristice şi relaţiile cu funcţia supusă inducţiei.*

Dacă există n funcţii caracteristice şi toate se află în relaţiile c_1 — c_3 cu funcţia de indus atunci este foarte probabil că $\forall x Q(x)$.

Dacă există n proprietăţi ale elementelor din U şi între acestea şi $Q(x)$ există relaţiile de tipul c_1 — c_3 atunci foarte probabil $\forall x\, Q(x)$.

În genere, dacă se constată că Q este *esenţială* pentru o mulţime suficient de mare de obiecte atunci foarte probabil că $\forall x\, Q(x)$.

e) *Utilizarea deductivă a concluziei.* Dacă din ipoteza $\forall x\, Q(x)$ putem deduce proprietăţi valabile pentru elemente din U atunci probabil $\forall x Q(x)$ are loc.

Inducţia asupra relaţiei cauzale. O atenţie deosebită s-a acordat în logică studiului inducţiei asupra relaţiei cauzale. Sînt cunoscute metodele schiţate de F. Bacon şi date în forma actuală de J. S. Mill. Vom distinge în continuare între „inducţia formală" şi „metodele inductive" care înseamnă (în cazurile amplificării) o aplicare „incompletă" a principiilor formale. După cum am arătat în lucrarea *Filozofie şi logică*, „regulile lui Mill sînt date analitic în conceptul de cauzalitate"[20]. Evident acest concept de cauzalitate este o idealizare şi deci principiile formale ale inducţiei sînt şi ele idealizări. Presupunem că avem un fenomen a căruia încercăm să-i determinăm cauza.

Acest fenomen apare în grup cu alte fenomene pe care grup îl vom numi „complex cauzal". Orice fenomen a apare într-un număr oricît de mare de complexe cauzale $C_1, C_2, \ldots C_n \ldots$

Considerînd C ca agregat de fenomene vom stabili următoarele relaţii:

$a \in C$ (fenomenul de explicat aparţine complexului),
$c \in C$ (fenomenul cauză aparţine complexului).

---

[20] GH. ENESCU, *Filozofie şi logică*, Ed. ştiinţifică, Bucureşti, 1973, p. 146.

1) Pentru orice complex C_i este adevărat că cel puţin $a, c \in C$, altfel că:

$$C_1 \cap C_2 \cap \ldots \cap C_n = \{a, c\}$$

sau pentru infinite complexe:

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} C_i = \{a, c\}.$$

2) Complexele nu sînt mulţimi de fenomene exact determinate, ele sînt caracterizate prin prezenţa unui fenomen „efect" cunoscut şi a unei cauze încă necunoscute în momentul cercetării.

Fie $a, b, c, \ldots$ fenomene din complex ($a, b, c \in C$) şi $c \Rightarrow a$: c e cauza lui a.

3) *Principiul concordanţei.* Dacă pentru orice complex cauzal c există un singur fenomen invariant c care însoţeşte pe a (şi c precede într-un anumit sens pe a) atunci $c \Rightarrow a$.

4) *Principiul diferenţelor.* Dacă pentru orice complex cauzal C există un singur fenomen c care apare şi dispare odată cu a, atunci $c \Rightarrow a$.

5) *Principiul variaţiilor cantitative.* Dacă pentru orice complex cauzal C, a variază cantitativ ori de cîte ori variază un fenomen c, atunci $c \Rightarrow a$.

6) *Metoda rămăşiţelor.* Dacă pentru orice complex cauzal C cu n fenomene cu aparenţa de cauză şi n fenomene cu aparenţă de efect s-a stabilit că $c_1 \Rightarrow a_1$, $c_2 \Rightarrow a_2$, $c_{n-1} \Rightarrow a_{n-1}$, atunci rămîne că $c_n \Rightarrow a_n$.

Este necesar să reţinem următoarele în legătură cu aceste principii. Ele sînt formulate în toată generalitatea şi decurg „analitic" din conceptul de cauzalitate, prin urmare ele nu trebuie confundate cu „regulile de inducţie" care nu presupun „orice complex cauzal", ci doar un număr de complexe inspectate.

Regulile aplicate presupun deci inducţia amplificatoare, în acest caz de la „mulţimea inspectată" se trece la „orice mulţime".

Cel puţin o parte din regulile care măresc probabilitatea inducţiei amplificatoare vor fi valabile (cu reformularea necesară) şi în acest caz. Probabilitatea creşte de asemenea dacă regulile (pe măsura posibilului) se aplică în mod combinat.

Una dintre confuziile care se face în aplicarea (se înţelege incompletă) a acestor principii este cea dintre „complexul cauzal" şi „cauză". De aci concluzia : cîte complexe cauzale, atîtea cauze.
Utilizarea „cauzei" în acest sens este intrată în uzul curent şi nu văd cum am putea-o evita. Iată un exemplu simplu. Luăm fenomenul de dilatare a mercurului în termometru. După împrejurări se dau diferite explicaţii, ex. a) e cald afară, b) e cald în casă, c) a pus cineva un obiect cald lîngă el, d) l-a frecat cineva.
Fizica a izbutit să detaşeze aci „cauza pură" de complexele cauzale, anume *fenomenul de încălzire* (comun tuturor celor patru complexe) : încălzirea este cauza dilatării, dar nu întotdeauna putem avea un asemenea succes. (Pentru o analiză mai largă a problemelor cauzalităţii recomandăm cartea noastră *Filozofie şi logică.*) Problema determinării cauzei este în unele cazuri extrem de complexă ; astfel stau lucrurile adesea în drept şi în medicină.

Iată un exemplu de aplicare a metodei concordanţei şi diferenţei (Creighton).
Într-o regiune din Anglia s-a constatat creşterea criminalităţii în raport cu numărul de locuitori.
Cauzele posibile au fost :

c_1 : numărul mic de poliţişti,
c_2 : educaţia ineficientă în şcoală,
c_3 : pedepsele prea uşoare,
c_4 : educaţia greşită din familie,
c_5 : influenţa anturajelor dăunătoare (ex. saloanele licenţioase)

Au fost cercetate patru oraşe din această regiune (A, B, C, D) şi patru dintr-o regiune în care nu s-a constatat creşterea criminalităţii (E, F, G, H). Notăm cu c' absenţa cauzei ipotetice.

Rezultatele au fost următoarele :

$A : \{c_1, c_2', c_3', c_4, c_5\}$,
$B : \{c_1, c_2, c_3, c_4', c_5\}$,
$C : \{c_1', c_2, c_3', c_4', c_5\}$,
$D : \{c_1', c_2, c_3, c_4, c_5\}$,

$E : \{c_1', c_2', c_3', c_4', c_5'\}$,
$F : \{c_1', c_2, c_3, c_4', c_5'\}$,
$G : \{c_1, c_2', c_3, c_4, c_5'\}$,
$H : \{c_1, c_2, c_3', c_4', c_5'\}$.

Concluzia inductivă: cauza este influenţa anturajelor dăunătoare.

Un exemplu pregnant de aplicare a metodei variaţiilor concomitente a fost descoperirea corelaţiilor dintre aurora boreală, furtunile magnetice şi petele solare.

Exemple de aplicare a metodei rămăşiţelor avem în cazurile descoperirii ozonului şi a planetei Neptun.

Iată şi un exemplu din gastroenterologie[21].

Fenomenul care trebuie explicat este „durerea abdominală", am putea vorbi chiar la plural de „dureri abdominale". Autorul, Al. Oproiu, arată că se cunosc cel puţin patru posibilităţi etiologice:

1) durerea provine de la afecţiunile organelor extraabdominale (ex. toracice),

2) durerea provine de la bolile metabolice (ex. uremia ş.a.),

3) durerile sînt de origine neurologică (ex. tabes), şi în fine,

4) durerile de cauză abdominală propriu-zisă (tulburări funcţionale sau obstrucţia viscerelor goale, afecţiuni inflamatorii ale organelor digestive şi urogenitale, ischemia, perforaţii ş.a.).

Pentru a putea explica durerea trebuie să-i dăm o caracterizare cît mai precisă. Presupunem că am izbutit să facem o clasificare destul de precisă a fenomenelor de durere. Fiecare fenomen bine determinat va avea cauza sa. Dar aceasta este deja o dificultate enormă — individualizarea (delimitarea) durerii. Noţiunea de „durere abdominală" nu este o noţiune precisă, extensiunea şi trăsăturile durerilor nu sînt exact delimitate.

Or, principiile indicate mai sus au în vedere fenomene ideale, foarte clar delimitate. În cazul nostru lucrurile

---

[21] AL. OPROIU, *Erori de diagnostic în gastroenterologie*, Ed. Medicală, Bucureşti, 1971, p. 11.

nu stau astfel. Există criterii de clasificare ca ritmicitatea şi periodicitatea, însă determinarea claselor este vagă. Putem proceda pentru descoperirea cauzei unei dureri astfel:

— cercetăm starea organelor (1), facem analize ale metabolismului (2), facem analiza neurologică (3). Dacă nici (1), nici (2) nici (3) nu conţin cauza atunci ne oprim la (4). Vedem că principiul după care acţionăm este următorul: se presupune că c_1 sau c_2 sau c_3 sau ... sau c_k este cauza, dar nici c_1 nici c_2 ... nici c_{k-1} nu e cauza, atunci este c_k. Este o metodă „prin eliminare" care satisface schema[22]:

$$\frac{\begin{array}{c}(c_1 \vee c_2 \vee \ldots \vee c_k) \Rightarrow a \\ \neg c_1, \neg c_2, \ldots, \neg c_{k-1}\end{array}}{c_k \Rightarrow a}.$$

Disjuncţia presupune „trecerea în revistă a cazurilor". Este o îmbinare între „inducţia completă" şi „raţionamentul ipotetic" („dilema").

Aşa cum am stabilit în lucrarea noastră *Introducere în logica matematică* toate schemele inductive presupun în aplicaţie raţionamentul ipotetic.

Exemplificăm pentru principiul 3) (restrîns metodologic): Dacă pentru orice complex cauzal C cercetat, există un singur fenomen invariant c, atunci probabil $c \Rightarrow a$.

Or, are loc faptul că toate complexele cauzale C au ca invariant (comun) unic pe c.

Deci $c \Rightarrow a$.

În ce priveşte metoda (6) este uşor de observat legătura ei cu „metoda eliminării".

Inducţia completă este foarte frecventă la nivele abstracte în aşa-zisa „enumerare a cazurilor".

Analogia. Un raţionament înrudit cu cel inductiv este prin analogie.

Schema lui este următoarea:

$$\frac{\begin{array}{c}P(x) \,\&\, P(y) \\ Q(x)\end{array}}{Q(y)}.$$

[22] Prin „$\neg C$" se înţelege: nu e cauza C.

Aci P este de preferat să fie înțeles ca o „mulțime de proprietăți" (altfel spus o „conjuncție de proprietăți").
Acest raționament are o supoziție tacită: între P și Q există anumite relații strînse. Dacă se demonstrează că $P(x) \to Q(x)$ atunci el devine un simplu raționament deductiv (cu x/y):

$$\frac{\begin{array}{c} P(x) \to Q(x) \\ P(y) \end{array}}{Q(y)}.$$

Dacă nu s-a demonstrat $P(x) \to Q(x)$ atunci concluzia $Q(y)$ este la fel de probabilă ca și relația dintre $P(x)$ și $Q(x)$, de exemplu, dacă $P(x)$ implică cu o mare probabilitate pe $Q(x)$ atunci $P(y)$ implică cu o mare probabilitate pe $Q(y)$.
Putem da formularea și astfel:

$$((P(x) \to Q(x)) \,\&\, P(y)) \to Q(y).$$

În cuvinte:
„dacă din faptul că x are proprietățile P decurge că are proprietatea Q, și y are proprietățile P atunci y are proprietatea Q".
Analogia, spre deosebire de inducție, este un proces „de extindere" de „generalizare din aproape în aproape" nu de „amplificare de la unii la toți". Fie, de exemplu, o mulțime de obiecte M:

$$M = \{x_1, \; x_2, \; \ldots, x_n\}$$

Mersul prin analogie decurge astfel:

— luăm obiectele două cîte două,
— conchidem prin „inducție complectă" că „toate au proprietățile P",
— stabilim apoi că $\forall x(P(x) \,\&\, Q(x))$ (cu excepția lui x_k), conchidem că $Q(x)$.

Observăm că mulțimea obiectelor x care satisfac conjuncția $(P(x) \,\&\, Q(x))$ poate să parcurgă orice interval de la x_1 la x_{n-1}. Cu cît numărul de obiecte care satisfac conjuncția este mai mare cu atît crește probabilitatea ca $P(x) \to Q(x)$ și deci să aibă loc și $P(y) \,\&\, Q(y)$.

În viața de toate zilele analogia ia forma următoare: „toți indivizii pe care i-am observat au proprietățile P și au proprietățile Q, individul acesta are proprietățile P, se poate deci să aibă și proprietatea Q".

Anologia este deci o trecere de la n cazuri la cazul $n + 1$.

Putem s-o schematizăm și astfel:

$$\begin{array}{l} P(x_1) \quad \& \, Q(x_1) \\ P(x_2) \quad \& \, Q(x_2) \\ \dots\dots\dots \\ P(x_{n-1}) \, \& \, Q(x_{n-1}) \\ P(x_n) \\ \hline \qquad\quad Q(x_n). \end{array}$$

O confuzie care se poate face este între inducție și așa-zisa „inducție matematică".

Structura acestei „inducții" este următoarea: Dacă o proprietate P are loc pentru o mulțime de cazuri inițiale $i_1, \dots i_n$ (unde $n \geqslant 1$) și dacă din faptul că are loc pentru un caz oarecare j decurge că are loc pentru cazul $j + 1$ (care derivă din j) atunci putem spune că pentru orice caz din mulțimea dată are loc P.

Simbolic:

$$(P(i_1) \,\&\, \dots \,\&\, P(i_n)) \,\&\, (P(j) \rightarrow P(j + 1)) \rightarrow \forall_j P_{(j)}.$$

Formula poate fi apoi particularizată la orice mulțime ale cărei entități pot fi construite „inductiv" (am discutat la capitolul definițiilor despre construcția inductivă a entităților). Trecerea de la j la $j + 1$ poate însemna simplu „succesor" sau „se formează imediat din" sau „decurge imediat din" (în sensul că e „consecință imediată din") ș.a.

Ca urmare, „trecerea de la $P(j)$ la $P(j + 1)$" se bazează pe un alt proces („inductiv") de construcție a lui $j + 1$ din j.

În ce privește $i_1, \dots i_n$ putem avea numere naturale inițiale (ex., 0), putem avea „formule elementare", „axiome" etc.

O formulă a principiului este deci un postulat foarte general. Raţionamentul în continuare decurge deductiv astfel:
Se precizează „mulţimea definită inductiv" M astfel că $i_1, \ldots i_n, j, j+1 \in M$. Se demonstrează antecedentul principiului care constă din două părţi:

$$\vdash P(i_1) \& \ldots \& P(i_n)$$
$$\vdash P(j) \rightarrow P(j+1)$$

Ca urmare prin principiu se deduce:

$$\forall_j P(j).$$

Aceasta este schema deductivă numită modus ponens:

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Raţionamente deductive

Cea mai mare parte a logicii se ocupă cu studiul raţionamentelor deductive. Teoriile logice se construiesc pe baza „claselor de propoziţii" (clasa propoziţiilor de inerenţă, clasa propoziţiilor compuse, clasa propoziţiilor modale etc.). Deoarece scopul lucrării noastre este metodologic nu vom aborda integral fiecare teorie, ci vom scoate în evidenţă cîteva principii utile gîndirii aplicate.
Două principii sînt utilizate aproape permanent în gîndire (inclusiv în diferite teorii logice). Primul va fi „principiul substituţiei" al doilea „principiul modus ponens".
(1) Dacă două expresii E_i, E_j au aceeaşi semnificaţie (simbolic: $E_i \doteq E_j$) atunci ele pot fi înlocuite una cu alta în orice context. Altfel scris fie „$C(E_i)$" un context în care apare E_i:
dacă $E_i \doteq E_j$ atunci $C(E_i) \doteq C(E_j)$ (Prin „semnificaţie" avem în vedere aci referentul termenului, dacă e propoziţie — informaţia conţinută, dacă e formulă—valoarea).
(2) Dacă este adevărat A şi este adevărat $A \rightarrow B$ atunci este adevărat şi B.

Exemple:

(1′) „Omul este constructor de unelte".
„Om $\stackrel{\cdot}{=}$ animal rațional".
„Animalul rațional este constructor de unelte".
(2′) Dacă „temperatura se ridică" este adevărată și „dacă temperatura se ridică atunci fierul se dilată" este adevărată, atunci „fierul se dilată" este adevărată.

Observăm că principiile sînt date în formă ipotetică, dar raționamentul bazat pe ele are o structură categorică, adică se stabilește adevărul antecedentului și pe baza principiului se conchide la adevărul consecventului. Schemele de raționare se scriu pe verticală:

$$1)\quad \frac{E_i \stackrel{\cdot}{=} E_j}{C(E_i) \stackrel{\cdot}{=} C(E_j)} \qquad\qquad 2)\quad \begin{array}{l} A \to B \\ \underline{A\quad\quad} \\ \quad\quad B \end{array}$$

(Adică se va citi „este demonstrat (adevărat) $E_i \stackrel{\cdot}{=} E_j$" deci „este demonstrat (adevărat) $C(E_i) \stackrel{\cdot}{=} C(E_j)$ etc.")

a) *Silogistica.* Este cel mai vechi capitol al logicii. La baza raționamentelor ei stau judecățile de inherență („*S* este *P*") dar ulterior termenul silogistică s-a extins și asupra altor feluri de judecăți. Următoarele principii sînt fundamentale în silogistică:

1) Dacă orice *A* este *B* și orice *B* este *C* atunci orice *A* este *C*.
2) Dacă orice *A* este *B* și nici un *B* nu este *C* atunci nici un *A* nu este *C*.

La acestea se pot adăuga: avînd în vedere că „unii *X*" pot fi notați cu *Y*, din cele două principii putem forma multe combinații care sînt legi de gîndire. De exemplu, din 1) putem deriva combinația:

(3) Unii *D* sînt *B* și orice *B* este *C* deci unii *D* sînt *C*. (în presupunerea că „*A* = unii *D*".)

În același mod se obține din (2):

(4) Unii *D* sînt *B*, nici un *B* nu este *C*, deci unii *D* nu sînt *C*.
(în presupunerea „*A* = unii *D*".)

Sînt utile și următoarele principii:

(5) Dacă orice *A* este *B* şi *C* atunci unii *B* sînt *C* şi unii *C* sînt *B*.

(6) Dacă orice *A* este *C* şi nici un *B* nu este *C* atunci nici un *A* nu este *B*.

(7) Dacă orice *A* este *B* atunci unii *B* sînt *A*. Forma pe care o iau în silogistică aceste propoziţii nu este la fel de intuitivă ca aci. În gîndirea obişnuită raţionamentele se prescurtează cel puţin una din judecăţi fiind presupusă (astfel de raţionamente prescurtate se numesc „etimene"). De exemplu formularea 1) poate fi prescurtată astfel:
(8) Dacă orice *B* este *C* atunci orice *A* este *C* (se presupune în context că se ştie că „orice *A* este *B*").
De notat este că principiul 1) exprimă tranzitivitatea relaţiei „*este*". Conform principiilor de mai sus se introduc respectivele scheme de raţionare, de exemplu, pentru 1) vom avea:

Orice *A* este *B*.
Orice *B* este *C*.
Orice *A* este *C*.

Este interesant de observat că toate aceste principii pot fi subordonate principiului modus ponens şi substituţiei în felul următor:
Fie tranzitivitatea lui „*este*" (1):
Dacă orice *A* este *B* şi orice *B* este *C* atunci orice *A* este *C*.
Or orice *A* este *B* şi orice *B* este *C*.
Orice *A* este *C*.
În caz particular se consideră că *A*, *B*, *C* sînt echisemnificative cu anumite expresii.

Ex. *A* = peşti
B = vertebrate
C = animale

Înlocuind în schema de mai sus obţinem raţionamentul concret:

Orice peşte este vertebrat
Orice vertebrat este animal
Orice peşte este animal.

Dacă o subordonăm principiului modus ponens vom obţine.
a) Dacă orice peşte este vertebrat şi orice vertebrat este animal, atunci orice peşte este animal.
b) Or orice peşte este vertebrat şi orice vertebrat este animal.
c) Orice peşte este animal.
Propoziţia a) decurge logic din principiul logic 1) deci este „logic adevărată" independent de valoarea propoziţiilor componente. Propoziţiile b) sînt dovedite pe alte căi ca adevărate, ele sînt „factual adevărate", iar adevărul lui c) decurge din adevărul lui a) şi b) conform cu modus ponens. Orice raţionament presupune subiacent această caracteristică :
dacă premisele sînt adevărate atunci concluzia este adevărată.
Pentru cazul că premisele sînt false sau nu se ştie ceva sigur despre ele nu se poate spune nimic cert despre concluzie. Am văzut că ordinea premiselor este în principiu indiferentă ; putem scrie raţionamentul de mai sus şi astfel :

Orice vertebrat este animal
Orice peşte este vertebrat
Orice peşte este animal.

Se pune întrebarea de ce totuşi în tratatele clasice ordinea premiselor este *dată* şi anume (pentru silogismul acesta aşa cum e aci) :

Toţi *B* sînt *C*
Toţi *A* sînt *B*
Toţi *A* sînt *C*

După părerea noastră raţiunea este aceasta : propoziţiile sînt aşezate în ordine „explicativă" : „Toţi *A* sînt *C* deoarece toţi *A* sînt *B*, or se ştie că toţi *B* sînt *C*".
Sau considerînd exemplul :
„Orice peşte este animal deoarece orice peşte este vertebrat, or se ştie că orice vertebrat este animal".
Se ştie că există patru figuri ale silogismului. E. Goblot a explicat astfel fiecare figură :
„Silogismul primei figuri constă fie în afirmarea unei calităţi *P* despre un subiect *S* pentru că este afirmată

universal despre un gen *M*, fie în negarea unei calităţi *P* despre un subiect *S* pentru că este negată universal despre un gen *M* care-l conţine pe *S*"[23].

Cu alte cuvinte afirmăm despre o specie pentru că am afirmat despre genul ei şi negăm despre specie ceea ce este negat despre genul ei.

„Figura a doua constă în a exclude un subiect *S* dintr-un gen *P*, fie pentru că el nu are caracterul *M* al acestui gen, fie că are un caracter *M* pe care genul acesta îl exclude"[24]. Iată un exemplu (modul *Camestres*):

„Orice peşte respiră prin bronhii
Nici o balenă nu respiră prin bronhii
Nici o balenă nu este peşte".

În formă explicativă:
„Nici o balenă nu este peşte, deoarece nici o balenă nu respiră prin bronhii, or se ştie că orice peşte respiră prin bronhii". În figura a treia un subiect este pus în raport cu două predicate, iar în concluzie un predicat devine subiect în raport cu celălalt.
De exemplu:

Toţi *A* sînt *B*
Toţi *A* sînt *C*
Unii *C* sînt *B*

În formă explicativă:

„Unii *C* sînt *B* deoarece *A* este deopotrivă *B* şi *C*".

Dacă figura a II-a corelează două subiecte cu un predicat, cea de a treia corelează un subiect cu două predicate. În fiecare figură doi termeni sînt corelaţi (afirmativ sau negativ) prin intermediul relaţiei lor cu un al treilea („termenul mediu").

Figura a IV-a (zisă „galenică") este negată de unii ca avînd independenţă.
Ea nu pare a avea valoare metodologică deosebită.

---

[23] GOBLOT, *op. cit.*, p. 221.
[24] *Ibidem*, p. 224.

b) *Raționamente cu judecăți ipotetice.* Am trecut deja în revistă cel mai important principiu al logicii *(modus ponens)*.
La acesta adăugăm:
(9) Dacă $A \to B$ și $\neg B$ atunci $\neg A$ (modus tollens)
(10) Dacă $A \to B$ și $B \to C$ atunci $A \to C$
Sau sub formă de schemă:

$$9')\quad \frac{\begin{array}{c} A \to B \\ \neg B \end{array}}{\neg A} \qquad\qquad 10')\quad \frac{\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \end{array}}{A \to C}$$

Exemple:

Dacă $1 > 2$ atunci $(1 + 1) > 2$
Or nu are loc $(1 + 1) > 2$

Nu are loc $1 > 2$.

$(2 > 1) \to (2 + 1) > 1$
$(2 + 1) > 1) \to (2 + + 1) + 1) > 1$
$(2 > 1) \to ((2 + 1) + + 1) > 1$

c) *Raționamente cu propoziții disjunctive*

$$(11)\quad \frac{\begin{array}{l} A_1 \lor A_2 \lor \ldots \lor A_n \\ \neg A_1, \neg A_2, \ldots \neg A_{n-1} \end{array}}{A_n}$$ („metoda eliminării")

Aci avem disjuncția neexclusivă.

$$(12)\quad \frac{\begin{array}{l} A_1 + A_2 + \ldots + A_n \\ A_1 \end{array}}{\neg A_2, \ldots, \neg A_n}$$ (disjuncția exclusivă)

Exemple:

11') x_1 a luat obiectul a sau x_2 a luat obiectul a sau ... sau x_{n-1} a luat obiectul a
x_1 nu a luat obiectul a, x_2 nu a luat obiectul a, x_{n-1} nu a luat obiectul a

x_n a luat obiectul a.

$$12')\quad \frac{\begin{array}{l} a = b \lor a > b \lor a < b \\ a = b. \end{array}}{\neg(a > b), \neg(a < b)}$$

Doar pentru exemplificare dăm şi două principii de raţionare în logica modală.

(13) Dacă este necesar $(A \& B)$ atunci este necesar A şi este necesar B

(14) Dacă este posibil $(A \vee B)$ atunci este posibil A sau este posibil B.

d) Următoarele două formule sînt folosite ca „axiome" în *logica predicatelor*:

(15) $\forall x F(x) \rightarrow F(y)$ („dacă o proprietate are loc pentru orice x dintr-un univers U atunci ea are loc pentru un y oarecare din acel univers").

(16) $F(y) \rightarrow \exists x F(x)$ („dacă o proprietate are loc pentru un y oarecare atunci există cel puţin un x pentru care ea are loc").

Schemele de raţionare vor fi respectiv:

$$\frac{\forall x F(x)}{F(y)} \quad \frac{F(y)}{\exists x F(x)} .$$

e) Din *logica claselor* vom reţine:

(17) Dacă $K \subset L$ şi $L \subset M$ atunci $K \subset M$

Sau ca schemă:

$$\frac{\begin{array}{c} K \subset L \\ L \subset M \end{array}}{K \subset M}$$

f) *Raţionamentul prin absurd.* Este un raţionament foarte frecvent utilizat în demonstraţiile matematice. El poate avea forma:

(18) $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$

Exemple:

18') „Toate propoziţiile sînt false".
Dar aceasta este o propoziţie.
Prin urmare:
Este fals că „toate propoziţiile sînt false".
Şi deci
Unele propoziţii nu sînt false.

O formă a legii raţionamentului prin absurd este aceasta:

(19) $(\neg A \rightarrow \neg\neg A) \rightarrow A$

O altă este aceasta

(20) $((A + B) \& B) \to \neg A$.

g) *Metaraționamente.* Numim „metaraționamente" legile logice care corelează forme din diferite teorii logice. Următoarele legi corelează forme din silogistică cu forme din logica predicatelor:

(21) Toți S sînt $P \equiv \forall x(S(x) \to P(x))$.

(22) Nici un S nu este $P \equiv \forall x(S(x) \to \neg P(x))$.

(23) Unii S sînt $P \equiv \exists x(S(x) \& P(x))$

(24) Unii S nu sînt $P \equiv \exists x(S(x) \& \neg P(x))$

Formele silogistice pot fi corelate și cu forme din logica claselor.

(25) Toți S sînt $P \equiv S \subset P$

(26) Nici un S nu e $P \equiv S \subset \neg P$.

Apoi, forme extensionale (= din logica claselor) sînt corelate cu forme intensionale (= din logica predicatelor).

(27) $x \in K \equiv F_k(x)$ (că $x \in K$ este echivalent logic cu x are proprietatea F definitorie pentru clasa K).

În fine, următoarele două legi sînt de asemenea utile:

(28) $\forall x F(x) \equiv F(x_1) \& F(x_2) \& \ldots \& F(x_n) \& \ldots$

(29) $\exists x F(x) \equiv F(x_1) \vee F(x_2) \vee \ldots \vee F(x_n) \vee$

(ele nu sînt exprimate complet datorită infinității cazurilor).

Legile (21)—(27) sînt deosebit de importante pentru analiza logică a textelor. Notăm că *aci* echivalența înseamnă implicație logică reciprocă.

Demonstrația. Demonstrația este un proces logic complex destinat să stabilească adevărul unei propoziții pe baza faptului că este dată valoarea (adevăr sau fals) altor propoziții. Deci în demonstrație se dă concluzia și urmează să găsim premisele. Apoi printr-un lanț de raționamente stabilim valoarea concluziei în funcție de valoarea premiselor.

În demonstrație pot să intervină a) definiții, b) propoziții cu valoare determinată, c) principiile logicii, d) principii de raționare (și respectiv scheme de raționare).

Dacă definițiile sînt reale ele trebuie să fie adevărate. În ce privește valoarea propozițiilor ea nu este neapărat adevărul, căci pe baza raporturilor logice se poate stabili adevărul unei propoziții în funcție de falsul alteia. De

exemplu, dacă se ştie că p este fals se va deduce pe baza contradicţiei că $\neg p$ este adevărat. Vom nota faptul că o propoziţie este adevărată cu $\vdash$ (ex. $\vdash p$).

Structura unei demonstraţii este aceasta: a) propoziţia de demonstrat („concluzia"), b) argumentele demonstraţiei („premisele"), c) raţionamentele utilizate în demonstraţie („procesul de demonstraţie").

Demonstraţia poate fi directă sau indirectă. În demonstraţia directă se porneşte de la o mulţime de propoziţii adevărate şi pe baza legilor de raţionare se conchide la adevărul unei alte propoziţii care devine în acest fel teză („teoremă"). În demonstraţia indirectă se procedează astfel: fiind de demonstrat p se infirmă $\neg p$ şi se conchide prin dublă negaţie adevărul lui p.

Forma principală a demonstraţiei indirecte este demonstraţia prin absurd:

Avem de demonstrat p.
Presupunem $\neg p$.
Dar $\neg p$ contrazice (vine în contradicţie cu) o propoziţie demonstrată.
Deci $\neg\neg p$, deci p.

Procesul de demonstraţie poate să cuprindă un număr mic de propoziţii deci să aibă „caracter local" sau poate să cuprindă un întreg domeniu al ştiinţei. În ultimul caz avem „sistemul axiomatic".

În sistemul axiomatic se dă un număr mic de propoziţii prime („axiome") din care apoi pe baza regulilor de deducţie pot fi demonstrate toate celelalte propoziţii ale teoriei.

În sistemul axiomatic adevărul unei mulţimi infinite de propoziţii este pus în dependenţă de adevărul unui număr mic de propoziţii (axiomele). O garanţie a adevărului axiomelor este şi proprietatea formală de necontradicţie (= consistenţă). Un sistem este necontradictoriu dacă în el nu se poate demonstra o propoziţie împreună cu negaţia ei.

Axiomele sînt „argumentele prime", însă pe măsură ce demonstrăm propoziţii („teoreme") acestea trec în rîndul argumentelor posibile. Sistemul este complet dacă pentru orice propoziţie (care nu conţine variabile) din teoria

dată se poate demonstra sau afirmația sau negația ei; el este incomplet dacă nu se poate demonstra nici afirmația și nici negația.
O proprietate care se cere uneori grupului de axiome este independența: axiomele sînt independente dacă nu se deduc una din celelalte.
Definim încă proprietățile „ireductibil" și „minim".
Un sistem de axiome este *ireductibil* dacă el este complet și nici o parte strictă a sa nu mai este completă.
Un sistem de axiome este *minim* dacă este cel mai mic sistem de axiome complet. (Se înțelege că în toate aceste cazuri am presupus prezenta și necontradicția, altfel noțiunile respective nu sînt interesante.) Uneori sistemul poate consta dintr-o singură axiomă.

Erori în procesul de raționare

Fiecare din operațiile logice din care constă „procesul de raționare" (luat într-o accepție largă), adică definirea, clasificarea, inducția, deducția și demonstrația pot să fie efectuate corect sau eronat.
Logicienii au depistat cele mai importante erori și le-au clasificat. Cum rostul lucrării noastre nu este de a face o expunere completă a logicii, ci de a pune accentul pe unele lucruri mai puțin cunoscute sau de o importanță deosebită ne vom limita la a indica unele din aceste erori.
a) *Erori în definiție*. Am sesizat deja unele erori în definiție revenim cu unele sublinieri.
Una dintre cele mai frecvente erori constă chiar în faptul de a se presupune că termenii sînt definiți, de a se discuta ca și cum ei ar fi înțeleși la fel de toată lumea (care participă la discuție). Presupunînd că termenii sînt definiți se trece imediat de la nivelul *nominal*, la cel *real* (conceptual). Iată contexte în care se face o astfel de presupunere:
„Este *cultura* mai veche decît *civilizația*?"
„Ce deosebire este între *paradoxul* din artă și cel din știință?"
Se înțelege că acele cuvinte care sînt subliniate trebuiesc definite înainte de a se trece la încercarea de a răspunde la întrebări.

O eroare foarte răspîndită (am putea spune vulgară) este trecerea de la „omonimie" la „sinonimie": de la identitatea de formă a cuvintelor la identitatea de conținut. Ex. cuvîntul „lege" poate fi definit cel puțin în trei feluri" a) lege a naturii, b) propoziție teoretică ce reflectă o lege a naturii și c) convenție socială (normă). Iată un context:

„— Ce reflectă legile juridice?

— Legile juridice nu reflectă nimic.

— Cum? Doar și ele sînt legi?"

(Aci legea juridică este confundată cu legea teoretică.) Această eroare se face frecvent în disciplinele de istorie a științei, a cunoașterii în genere. Se uită că formele vechi de exprimare și-au schimbat conținutul în foarte multe cazuri. „Atom" spunea și Democrit, „atom" se spunea și în secolul al XIX-lea și în secolul al XX-lea, dar conținutul nu mai este același.

De asemenea ea se face în disputele politico-ideologice cînd se crede că adversarul dă cuvintelor același înțeles ca și noi.

În fine, semnalăm și eroarea de „regres la infinit în definiție", adică încercarea de a defini totul. Este necesar să se reducă discuția la un număr de termeni asupra cărora interlocutorii cad de acord că în principal le acordă același înțeles.

Este cunoscută eroarea „cercului vicios" și nu insistăm asupra ei.

b) *Erori în clasificare.* Una dintre erorile cele mai frecvente în clasificare este de a opera cu criterii de nivel deosebit în același timp, ca rezultat se obțin clase de rang deosebit. Astfel, vom spune: vertebratele se împart în mamifere, pești, rumegătoare ș.a. O subclasă (rumegătoare) este pusă alături de clasa din care face parte (mamifere).

O cerință a clasificării este completitudinea: universul supus clasificării = suma claselor. Cum nu întotdeauna putem da clasificări complete („exhaustive") este de preferat pentru a nu lua o clasificare incompletă — drept completă (și a face apoi generalizări pripite) să adoptăm un principiu de prudență: vom limita observațiile numai la clasele date deoarece nu sîntem siguri că avem o clasificare completă.

c) *Erori în inducţie.* O eroare vulgară în inducţie este „generalizarea pripită" — de la un număr mic de cazuri (uneori chiar de la un singur caz) se trece la generalizare. Această eroare se face mai ales în ce priveşte caracterizarea oamenilor (dar, se înţelege, că ea nu este puţin frecventă în orice alt domeniu).

Ex. „Este un om neatent, n-ai văzut, data trecută că a răsturnat călimara?"

„Este un om lipsit de tact, ai observat la şedinţa din data *X*, cum l-a criticat pe *A*?"

Aceeaşi eroare se face şi în ce priveşte „inducţia cauzală".

Constatînd că în două rînduri (să zicem) vîntul a rupt crengile unor copaci din grădină şi văzînd a treia oară un copac cu crengile rupte spunem: „vîntul a rupt iar crengile". O altă eroare (de asemenea vulgară) este aşa-zisa „*post hoc ergo propter hoc*" (= după aceasta înseamnă din cauza aceasta). Această eroare apare mai ales în superstiţii.

„M-am întors de două ori din drum şi după aceea mi-a mers rău, prin urmare,
dacă mă întorc din drum îmi merge rău".

Şi în raţionamentele prin analogie există „concluzii pripite": dintr-o asemănare sau două se trece repede la afirmarea altor asemănări: „Tace ca şi *X*, prin urmare şi acesta ascunde ceva".

d) *Erori în demonstraţie.* Foarte multe erori se fac în demonstraţie, dar şi aci vom considera pe cele mai populare.

1) *Argumentum ad hominem.* Această eroare constă în a infirma propoziţia cuiva sau a o considera demonstrată, prin raportarea la calităţile persoanei. Cînd se consideră demonstrată, argumentul ia adesea forma specială numită „argumentul autorităţii". Exemple „*X* nu spune adevărul, deoarece este un ignorant (sau un prost)", „*X* spune adevărul deoarece este o autoritate" sau „Este adevărat fiindcă a spus-o *X*".

2) *Argumentul majorităţii.* Demagogii şi dogmaticii utilizează adesea argumente de forma aceasta „este adevărat deoarece cei mai mulţi o susţin", „cum poate Copernic să aibă dreptate cînd toată lumea susţine contrariul?".

Se scontează în acest caz pe susținerea propoziției prin forța majorității. Răspunsul logic la acest mod fals de argumentare este că „adevărul nu poate fi pus la vot".

Logica pragmatică

În încheiere vom spune cîteva cuvinte despre logica pragmatică. Logica pragmatică studiază formele logice și operațiile de raționare în raport cu utilitatea.

În acest sens avem utilizarea formelor corecte și utilizarea formelor incorecte.

Vom insista puțin asupra celui de al doilea caz.

Mai ales în dispute se utilizează pentru a obține convingerea interlocutorilor anumite forme incorecte. Scopul nu este neapărat adevărul, ci convingerea. Oricît ar părea de ciudat, aceste forme de raționare pot fi studiate și clasificate din puncte de vedere generale, căci nu toate formele incorecte teoretic sînt neeficiente pragmatic.

Iată exemple de scheme pragmatice.

Presupunem că se află în dispută *X* cu *Y*.

Schema I.

X afirmă „*A*"

Y ripostează: „$\neg A$ (adică „nu *A*"), deoarece *B*, *C*, *D* (argumente pentru „$\neg A$")

X: „din *B*, *C*, *D* nu decurge *A*, deci din moment ce n-ai dovedit $\neg A$ este adevărat *A*". Chiar dacă *Y* ripostează că obiecția lui *X* nu este logică (și ea nu este în totalitate) eșecul lui *Y* în dovedirea lui „$\neg A$" este luat (din motive psihologice) ca un temei pentru acceptarea lui „*A*".

Schema II (raționament mai bun pentru *Y*)

X afirmă „*A*".

Y: „cum dovedești că *A*?"

Acum *X* este pus în situație dezavantajoasă:

X: „*A* deoarece *B*, *C*, *D*".

Y: „Din *B*, *C*, *D* nu decurge *A*, deci ai făcut o afirmație gratuită".

De observat este că în schema *I*, *Y* nu-l poate învinui pe *X* de „afirmaţie gratuită" deoarece şi el se află în aceeaşi situaţie (neargumentînd pe *A*), dimpotrivă *X* îl poate învinui de afirmaţie gratuită ca urmare a eşecului de a dovedi.

În *schema II*, însă *Y* îl poate învinui pe *X* de afirmaţie gratuită ca urmare a eşecului de a dovedi.

Sofismul implicat în aceste scheme este acesta „dacă nu poţi demonstra, înseamnă că nu-i adevărat ce spui, ci este adevărată propoziţia opusă". Alte scheme sînt cele pe care le voi numi „invocarea cazului extrem":

Schema III. Deoarece n-a făcut totul înseamnă că n-a făcut nimic deosebit.

Schema IV. A făcut minimum, deci a făcut ceva deosebit.
Popular discuţia decurge astfel:
X: „*Y* a făcut o lucrare slabă".
Y ripostează: „Ei lasă că nici *X* n-a făcut gaură în cer" (III)
X: „*Y* a făcut o lucrare slabă"
Z ripostează: „Totuşi a făcut şi el cutare şi cutare, alţii n-au făcut nici atîta" (se înşiră motive minore) (IV).
Acestea sînt sofisme de „ignorare a subiectului în discuţie".

Discuţia se duce în legătură cu faptul dacă „lucrarea este sau nu slabă", iar argumentarea se face în legătură cu altceva („n-a făcut maximum" sau „a făcut minimum"). Schema III este destinată să-l susţină pe *Y* prin negarea faptului că *X* n-a realizat ceva mai înalt, iar schema IV e destinată să-l susţină prin faptul că există ceva şi mai rău.

Problemă şi rezolvare

Termenul de „problemă" fiind dificil de definit vom încerca să-i dăm o explicaţie pe ocolite. Vom spune că avem o *problemă* dacă:

1) dispunem de o mulţime (finită) de informaţii numite „date",

2) *se cere* să aflăm pe baza datelor alte informaţii numite „soluţia problemei".
Schematic:

$$P : D \to S.$$

Vom distinge încă „procesul de rezolvare" care înseamnă ajungerea de la date la soluţie, şi „metoda de rezolvare" care este ansamblul de reguli care ne arată cum să desfăşurăm procesul (cum să „prelucrăm datele") pentru a ajunge la rezultat.
Vom avea de confruntat deci problema cu metoda şi rezolvarea, schematic:

$$P - M - R.$$

Exemplu de problemă.
Se dau informaţiile:

$$x + y = 10$$
$$x - y = 2$$

Să se afle valorile pentru x şi y astfel că cele două ecuaţii *să se transforme simultan în propoziţii adevărate.*
(Observăm că termenii „date" şi „soluţie" vor fi luate într-un sens cît mai general şi nu în sensul limitat cunoscut din matematica elementară.)
Pentru a găsi rezultatul dispunem de mai multe metode, de exemplu, metoda substituţiei şi metoda comparaţiei.
Prima metodă constă din regulile:
R.1. Se determină valoarea implicită a unei necunoscute într-o ecuaţie.
R.2. Se substituie această valoare în a doua ecuaţie.
R.3. Se calculează după regulile cunoscute valoarea necunoscutei din ecuaţia cu o necunoscută.
Aplicăm această metodă la ecuaţiile noastre. Alegem prima ecuaţie şi-i aplicăm regula R.1:

$$(1) \quad x = 10 - y$$

Aplicăm apoi regula
R.2. $(x/10 - y)$

$$(2) \quad 10 - y - y = 2$$

Aplicăm regula
R.3.:

$$(3)\quad 10 - 2y = 2$$
$$-2y = 2 - 10$$
$$2y = 10 - 2$$
$$2y = 8$$
$$y = \frac{8}{2}$$
$$y = 4$$

O dată ce am aflat valoarea lui y determinăm prin substituţie, valoarea lui x; de exemplu, substituim în prima ecuaţie:

$$(1)\quad x + 4 = 10$$
$$(2)\quad x = 10 - 4$$
$$(3)\quad x = 6$$

Pentru mai multă siguranţă verificăm soluţia prin alt proces: substituim valorile corespunzătoare în cele două ecuaţii şi cercetăm dacă obţinem propoziţii adevărate:

$$6 + 4 = 10$$
$$6 - 4 = 2$$

Aceste două propoziţii pot fi la rîndul lor demonstrate. Deja această problemă extrem de simplă ne sugerează multe idei pentru teoria generală a problemelor.
Mai întîi vom distinge între „valori implicite" (care conţin la rîndul lor o necunoscută) şi „valori explicite" (care nu conţin necunoscute):

$$x = 10 - y$$

(valoarea lui x este implicită, adică „$10 - y$"), dimpotrivă $y = \frac{8}{2}$ sau $y = 4$ sînt valori explicite.
Se observă în al doilea rînd că putem alege două căi: începem cu prima ecuaţie sau începem cu a doua ecuaţie. Procesele de *rezolvare vor fi diferite* deşi în principiu utilizăm aceeaşi metodă.

Observăm apoi *că problema rezolvării sistemului cu două necunoscute se reduce la rezolvarea de ecuații cu o necunoscută* :
(1) $10 - y - y = 2, \ 10 - 2y = 2$
Apoi :
(2) $x + 4 = 10$
Prin „transformări echivalente" ajungem încetul cu încetul „să eliminăm necunoscutele", altfel spus, „să dăm explicit" valorile lui x și y.
Verificarea rezultatului echivalează cu *verificarea propozițiilor* obținute prin substituirea lui x, y cu valorile respective.
Dacă ele pot fi demonstrate ca adevărate atunci rezultatul este bun, în caz contrar este greșit.
În consecință, în termeni logici problema noastră se reduce la a găsi valori variabilelor x și y care fac cele două funcții propoziționale („ecuații") *simultan* propoziții adevărate.
În ce privește „metoda substituției" se observă că ea a fost formulată la un nivel foarte general și că în realitate sînt presupuse mult mai multe reguli.
Fiecare regulă vizează o mulțime de procese elementare („operații") : „a determina valoarea unei necunoscute" (vezi R.1) nu înseamnă o operație elementară, ci o mulțime de operații (adunări, scăderi, treceri de semne dintr-o parte în alta).
Analog pentru R.2, R.3. Fiecare operație elementară presupune o regulă.
Metoda de calcul (= algoritmul) este formulată deci la diferite nivele de abstracție avînd în vedere că avem diferite nivele de operații.
Să analizăm ca urmare „procesul de rezolvare" pentru a putea spune apoi cîte ceva despre metodă și despre problemă.
El poate fi considerat *pur formalistic* sau la *nivelul conținutului* (semantic).
La nivel pur formalistic operațiile elementare se reduc la scrierea de semne după anumite reguli, (regulile de formare și transformare a secvențelor de semne). Raportînd o secvență la alta putem avea : a) repetarea de semne, b) scrierea de noi semne, c) omiterea de semne, d) schimbarea parțială sau totală a ordinii semnelor în secvență.

Analiza procesului sub acest aspect interesează metamatematica („matematica formală").

Din punctul de vedere al conținutului avem operații elementare ca adunarea, scăderea ș.a.

În funcție de numerele sau variabilele la care se aplică avem „acte elementare"; ex. $+(x, y)$, $+(2, 3)$, $+(5, 7)$, $+(x, 5)$ etc. Operația este elementară dacă nu se mai descompune în alte operații. Pe de altă parte, ea se realizează într-o mulțime infinită de „acte individuale".

Trebuie să luăm în considerare și sistemul de *numerație* pe care ne bazăm, ex. S_{10}.

Se descompun operațiile în două: a) operații cu numere notate simplu (0, 1, ... 9) și b) operații cu numere notate compus (10, 11, ...)

Operațiile cu „expresii compuse" vor fi reduse la operații cu „expresii simple".

Ex. $28 + 27 = ?$ se reduce la adunările $7 + 8$ (adunare de unități), $2 + 2 + 1$ (adunare de zeci);

Între operații există una care face legătura între simplu și complex: *se scriu unitățile de ordinul n și se rețin cele de ordinul n + 1 care se adaugă la cele de ordinul n + 1.*

De fapt se observă că adunarea de mai sus poate fi descompusă astfel:

$$\begin{array}{r} 8+ \\ 7 \\ \hline 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2+ \\ 2 \\ \hline 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15+ \\ 4 \\ \hline 55 \end{array}$$

(unități) (zeci) (zeci)

Situația se complică atunci cînd în operații intervin necunoscute (adică, sintactic vorbind, *literele*):

Ex.
$$x + x = 2x$$
$$x - x = 0$$
$$x + y = y + x$$

Recapitulăm: în funcție de termenii operațiilor avem:

a) operații cu numere simple (în număr finit),
b) operații cu numere compuse (infinit de multe),
c) operații cu numere determinate sau cu necunoscute.

În al doilea rînd dispunem totdeauna de un număr finit de operaţii determinate (ex. +, ×, —).
Şi pentru operaţii se poate face distincţia între *elementar* şi *compus*: putem lua adunarea şi scăderea ca operaţii elementare şi introduce prin definiţie pe celelalte.
În acest fel procesul de rezolvare poate consta din:

a) operaţii de diferite tipuri,
b) operaţii de acelaşi tip simple sau compuse.

Vom distinge deci:

a) operaţii individuale simple (ex. $2 + 3$),
b) operaţii individuale compuse (ex. $27 + 28$),
c) operaţii compuse din alte operaţii,
d) clase de operaţii individuale (de acelaşi tip sau de tipuri diferite).

Un proces de rezolvare constă dintr-o clasă de operaţii („acte individuale") de acelaşi tip sau de diferite tipuri, operaţii independente sau care compun o altă operaţie. În această clasă *(finită)* unele operaţii individuale se pot repeta altele nu.
Ca urmare, putem avea de ex. repetarea $+(2, 2)$ sau $+(2, 5)$ etc.
Se mai poate întîmpla să distingem între operaţii explicite şi operaţii implicite. Astfel, se poate da o regulă formală de schimbare a semnelor care în spate ascunde operaţii de adunare sau scădere.
Ex.

$$(1)\quad 10 - x = 7$$
$$(2)\quad -x = 7 - 10$$
$$(3)\quad x = 10 - 7$$

Această regulă simplă de schimbare a semnelor în raport cu poziţia termenilor faţă de egalitate ascunde în realitate scăderea lui 10 în ambele părţi:
(4) $10 - x - 10 = 7 - 10$ (vezi (2))
scăderea apoi (în 4) a lui 10 din 10.
(5) $- x - 0 = 7 - 10$
adunarea lui $- x$ cu 0
(6) $- x = 7 - 10$

înmulţirea fiecărui membru cu -1

(7) $-1x(-x) = -1x(7-10)$

(8) $x = -7 + 10$

comutarea termenilor din dreapta

(9) $x = 10 - 7$

În locul unei singure operaţii formale dată explicit au apărut 6 operaţii cu $-$, $+$, $\times$.

Regula semnelor a fost însă formulată la nivel sintactic, deşi ea se bazează pe anumite operaţii de nivel semantic (implicite).

Abordarea procesului la nivel formal poate duce deci la simplificarea lui (în sensul numărului şi comodităţii).

În matematica elementară se amestecă diferite nivele: a) cel formal („sintactic") cu cel semantic, b) cel real cu cel convenţional (ex. operaţiile care ţin de natura numerelor cu cele ce ţin de natura sistemului de numeraţie, deci de „sistemul lingvistic" al cifrelor).

Pentru o analiză exactă a procesului de rezolvare este important să ţinem seama de astfel de nivele.

Vom mai distinge apoi nivelul matematic propriu-zis (operaţiile de căutare a valorilor lui x şi y) de nivelul logic trecerea de la unele propoziţii la altele echivalente cu ele, trecerea de la funcţii propoziţionale („ecuaţii") la propoziţii adevărate şi în fine verificarea adevărului propoziţiilor obţinute prin deducerea din alte propoziţii adevărate. Tot procesul de „calcul" presupune transformări logice echivalente bazate atît pe operaţii matematice, cît şi pe operaţii de natură pur logică cum sînt „substituţia" (fundată pe principiul identităţii) şi modus ponens.

Substituţia se operează explicit, iar modus ponens tacit. În concluzie, în proces intervin în mod implicit sau tacit multe alte operaţii.

În acest sens procesul de *rezolvare efectivă* va consta din totalitatea operaţiilor pe care le efectuăm în mod explicit, conştient, în timp ce *procesul complet* presupune şi alte operaţii pe care le utilizăm implicit (ca urmare a efectuării altora) sau tacit (adică fără a le mai numi). Utilizăm tacit ideea că ecuaţia e_i este echivalentă cu e_j şi ca urmare substituind corect în ecuaţii echivalente vom obţine expresii echivalente.

În rezolvarea efectivă intră explicit „operaţiile specifice", „determinarea valorii implicite", „substituirea", „eliminarea necunoscutelor". Fiecare din acestea reprezintă *clase* şi *sisteme* de operaţii. Trecem acum la *metoda de rezolvare.* Metoda de rezolvare constă din ansamblul regulilor care ne arată cum să desfăşurăm procesul de rezolvare.
Ca şi operaţiile cu care se află în corespondenţă regulile sînt formulate la diferite nivele.
Aşa cum sînt date, regulile sînt formulate la un grad foarte înalt de *generalitate şi complexitate a abstracţiei.*
Pentru a le putea aplica trebuie să ne bazăm pe alte reguli care coboară treptat la singular şi concret.

Numai $R2$ este o regulă care poate fi aplicată *direct* fără a apela la altele.

Pentru regulile $R1$ şi $R3$ putem formula „cascada de reguli":
Ex. dacă $R1$ este regulă de ordinul n, adică R_1^n, ea se descompune în reguli R_{11}^{n-1}, R_{12}^{n-1}, ..., R_{1k}^{n-1}.
La rîndul lor acestea se pot descompune pînă ce ajungem la reguli de nivelul R^0.

De exemplu, adunarea de numere exprimate elementar (0, ... 9) se face cu astfel de reguli.
Vom distinge ca urmare:

a) reguli elementare (care prescriu efectuarea de operaţii elementare).
b) reguli singulare,
c) reguli compuse,
d) reguli generale.

Nivelul metodei depinde de numărul, complexitatea şi generalitatea regulilor componente.
Istoriceşte problema s-a pus analog: *s-a trecut de la reguli singulare şi elementare spre reguli complexe şi generale.* Se spune în acest sens că savantul cutare „a formulat mult mai general şi mai cuprinzător metoda de rezolvare".
De la analiza procesului şi a metodei revenim la analiza problemei. Aşa cum procesul de rezolvare era particularizat şi descompus treptat în operaţii mai simple, aşa cum metoda corespunzătoare se reformula, problema se descompune

şi ea în probleme de natură mai simplă sau mai generală, cu alte cuvinte fiecare problemă se descompune în subprobleme pînă ce se ajunge la „probleme elementare". Din metoda de mai sus (R_1 — R_3) se vede că de fapt problema este descompusă în altele: „problema determinării valorii implicite a unei necunoscute dintr-o ecuaţie", „problema formării unei noi ecuaţii echivalente prin substituţie", „problema calculării valorii necunoscutei dintr-o ecuaţie cu o necunoscută". La rîndul lor acestea se descompun pînă ajungem la probleme elementare de felul acesta: „să se afle valoarea nefracţionară a lui y din $y = \frac{8}{2}$"

Fiecărei operaţii elementare îi corespunde o problemă elementară şi respectiv o regulă elementară.

În acest fel obţinem secvenţa:

Pentru a rezolva problema P rezolvă subproblemele P_1, P_2, ... P_k, pentru a rezolva problema P_1 rezolvă subproblemele P_{11}, P_{12}, ..., P_{1l} ş.a.m.d. pînă la problemele elementare.

Tipul de problemă analizat de noi mai sus este *tipul perfect*, luîndu-l ca punct de plecare vom introduce prin „degradare treptată" şi alte feluri de probleme. De asemenea vom lua în considerare diferite alte criterii pentru clasificarea problemelor.

Vom lua în considerare următoarele criterii: 1) metoda (în sens de „tipul de metodă"), 2) datele problemei, 3) rezultatele problemei, 4) forma în care se dă problema.

Problemă şi metodă. Există distincţia clasică între „metode exacte" şi „metode inexacte", de unde „probleme rezolvabile exact" şi „probleme fără rezolvare exactă".

Există o corelaţie strînsă între natura problemei şi cea a metodei. O problemă poate să fie rezolvabilă *în principiu* cu metode exacte, dar *de facto* să nu se fi descoperit metoda, sau ea poate să fie în principiu inaccesibilă la metode exacte.

Problema: „cum să avem succes în viaţă" nu este rezolvabilă din principiu cu metode exacte.

Pentru astfel de probleme se dau „metode euristice" care ne arată „cam pe unde se află rezultatul", altfel spus rezultatul poate fi aflat cu o anumită probabilitate.

În aceste cazuri *intuiţia* (ceea ce nu mai ţine de „raţiunea metodică", poate juca un rol esenţial.

Desigur, în orice proces de rezolvare intuiția joacă un rol mai mare sau mai mic. *În cazul metodelor algoritmice rolul ei este redus în cel mai înalt grad, dar nu complet*, procesul fiind *aproape mecanic.*
Rezolvarea exactă nu exclude intuiția, ci presupune o descriere completă a relațiilor logice dintre date și rezultat. Presupunînd că am găsit metoda care merge pe firul acestor relații logice există încă destule posibilități de „rătăcire". De exemplu, se poate întîmpla să nu ne dăm seama cu ce să începem sau cu ce să continuăm — *știm ce reguli avem de aplicat, dar în ce ordine?*
În cazul problemelor rezolvabile algoritmic ne dăm mai repede seama deoarece dispunem de toate datele și confruntarea cu regulile este relativ ușoară.
Cînd trebuie să facem demonstrații problema se complică — în cazul acesta trebuie să ne alegem datele dintr-o mulțime mare de informații sau chiar să le descoperim. Aceasta ne determină să facem o analiză a datelor.

Datele problemei

Mulțimea datelor poate fi caracterizată prin mai multe proprietăți: a) consistență, b) independență, c) completitudine.
Datele sînt consistente dacă ele nu se contrazic. Astfel următoarele date se contrazic:

$$x + y = 0$$
$$x - y > 0$$

La fel se contrazic datele

$$x + y = 7$$
$$x - y = 7$$
$$x \neq 0$$
$$y \neq 0.$$

Dimpotrivă, sistemul de ecuații următor este necontradictoriu:

$$x + y = 7$$
$$x - y = 3.$$

Datele problemei sînt independente atunci cînd ele nu se reduc logic unele la altele, în caz contrar există date „redundante".

Sistemul următor de ecuaţii este redundant:

$$\begin{aligned} x + y &= 7 \\ 2x + 2y &= 14 \\ x - y &= 3 \end{aligned}$$

deoarece $2x + 2y = 14$ se reduce la $x + y = 7$, prin urmare această informaţie sau echivalenta ei trebuie eliminată ca fiind de prisos. Se recomandă să se aleagă informaţia mai simplă (în cazul acesta prima). Datele problemei sînt complete atunci cînd rezultatul decurge logic din ele, altfel spus ele sînt suficiente pentru ca pe baza regulilor de prelucrare să obţinem logic rezultatul.
În foarte multe cazuri datele problemei nu sînt suficiente. De exemplu, uneori nu dispunem de suficiente date statistice pentru a aprecia ritmul de dezvoltare al unei ţări. O altă însuşire a datelor este că deşi ele nu trebuie să se reducă unele la altele totuşi între ele trebuie să existe anumite *legături logice.*

Astfel ecuaţiile:

$$\begin{aligned} x + y &= 7 \\ x - z &= 8 \end{aligned}$$

nu formează un sistem deoarece între ele nu există *suficiente* legături logice. Problemele vor putea fi clasificate după cum satisfac sau nu proprietăţile indicate.

Rezultatele problemei. După cum a arătat Kleene există două feluri de rezultate. Le vom numi rezultate de forma „da-nu" şi rezultate de forma „acesta", altfel spus problemele vor fi de tipul „da-nu" şi de tipul „care".
Care sînt rădăcinile acestui sistem de ecuaţii?
Este adevărată această propoziţie?
Dacă numărul răspunsurilor posibile este mic (practic comprehensibil) atunci problema de tipul „care" se poate reduce la problema de tipul „da-nu".
Astfel: Care este valoarea lui „$2 + 3 = 7$"? se reduce la Este „$2 + 3 = 7$" adevărată sau este falsă?

Forma problemei. Problema poate să fie dată sub forma de întrebări sau sub forma imperativă. Astfel, în loc de „care este soluţia sistemului de ecuaţii S?" putem spune: „Să se afle rădăcinile sistemului S! Forma problemei

este importantă deoarece *toate condițiile logice ale întrebării sau ale imperativului sînt transferate asupra problemelor.* Este interesant cum uneori se schimbă problema după poziția semnului întrebării.

Fie inițial problema:

(1) $$2 + 3 = ?$$

Putem așeza și altfel semnul întrebării astfel că vom obține diferite probleme:

(2) $$2 + ? = 5$$

(3) $$? + ? = 4$$

(4) $$2 + 3 = 5?$$

Se observă că diferența dintre ele este destul de mare (cu excepția lui (1) și (2).) Problemele (1) și (2) au fiecare cîte un răspuns care se poate afla pe baza tablei adunării, problema (3) are o infinitate de răspunsuri căci putem găsi o infinitate de perechi de numere care să dea 4 (în supoziția că nu ne limităm la șirul natural), iar problema (4) este de demonstrație logică — ea are ca răspuns pe „da".

O problemă specială de logica întrebărilor este dacă în caz că avem un număr mic de răspunsuri n — am putea da formă disjunctivă întrebării:

$P_1(x)? \equiv P_1(x) \vee \neg P_1(x)$

Invers, putem, dizolva disjuncția în întrebări?

$P_1(x) \vee P_2(x) \vee \ldots \vee P_n(n) \equiv P_1(x)?, \quad P_2(x)?, \quad \ldots \quad P_n(x)?$

Complicația survine în cazul terțului exclus:

din $\forall x F(x) \vee \neg F(x)$ ar trebui să obținem:

$$F(x)?, \quad \neg F(x)?$$

Or se pare că nu pentru orice individ au sens cele două întrebări. O distincție utilă între probleme poate fi clasificarea lor în „probleme de logică" și „probleme descriptive". Orice problemă descriptivă implică și aspecte de logică, există însă probleme a căror rezolvare depinde numai de forma logică (nu de informația pe care o conțin).

Problemele de „definiţie", de „clasificare", de „demonstraţie", de „generalizare", de „analiză logică" pot să fie de *logică pură* sau de *logică aplicată.*
O problemă explicit de logică este cea a demonstrării unei propoziţii matematice. Ea presupune: a) că este dată propoziţia, b) se cere să se afle premisele *adevărate* din care ea decurge logic.
Nu există nici o metodă de căutare sigură a premiselor, se ştie doar că ele fac parte dintr-o mulţime potenţial infinită indicată (aceasta este a doua informaţie *dată*). Prin urmare problema se va formula astfel: fiind dată propoziţia P să se afle premisele ei adevărate în mulţimea M de propoziţii.
Este important să remarcăm că datele problemei sînt, ca să spunem aşa, încadrate de o „carcasă de supoziţii" pe care nu rareori trebuie să le facem explicite pentru a rezolva problema.
În încheierea acestui paragraf am vrea să subliniem că între probleme există anumite relaţii logice.
O relaţie logică evidentă este cea de implicaţie:
dacă rezolvăm problemele P_1, P_2, ... P_k atunci rezolvăm problema P_{k+1}
Problemele pot fi în raport de excludere:
nu putem rezolva problema poziţiei şi a impulsului particulei considerate simultan.
Două probleme care se exclud dau o problemă absurdă (dacă le conjugăm). Există apoi probleme echivalente: a rezolva problema P_i este echivalent cu a rezolva problema P_j. Am văzut că una din aspectele rezolvării problemei este descompunerea (altfel spus reducerea) ei în alte probleme (în caz că nu e elementară). În practica diplomatică pentru a împiedica rezolvarea problemei s-a adoptat adesea „metoda pachetului": sau le rezolvăm în pachet sau niciuna.
Rezolvarea de probleme ţine adesea de logica dialogului. Există metode de conducere a discuţiei în aşa fel ca interlocutorul să găsească răspunsul sau să-l exprime în caz că refuză să-l dea („tactica interogatoriului" în drept). În tactica interogatoriului se pleacă de la ideile că ansamblul mărturiilor trebuie să fie consistent, ele trebuie să explice consistent anumite fapte şi în genere, să fie consistente

cu faptele, să fie complete (în sensul recunoaşterii şi explicării depline a faptelor).

Juristul dezvoltă tehnici care fac din ce în ce mai probabilă obţinerea unui rezultat adevărat.

Analiza logică

În încheierea acestui capitol vom face cîteva consideraţii asupra „analizei logice".

Pornim de la ideea că avem dat un text într-un limbaj neformalizat (ex. limbajul obişnuit).

Analiza logică presupune:

1) indicarea teoriei (respectiv limbajului logic) în care urmează să efectuăm analiza,

2) descompunerea textului în conformitate cu categoriile logice ale teoriei indicate,

3) stabilirea corelaţiilor logice dintre „expresiile analizate",

4) redarea textului în forma logică standard (în conformitate cu limbajul logic adoptat),

5) înregistrarea calităţilor logice ale textului, eventuale observaţii critice.

Mai general definită, analiza logică înseamnă considerarea unui text din punctul de vedere al definiţiei, clasificării şi raţionamentului. Analiza logică se poate extinde din aproape în aproape pînă la cuprinderea unui întreg domeniu de informaţie, ea avînd ca rezultat sistematizarea respectivului domeniu (adică a teoriei logic construită). Sistematizarea cere să deosebim nivelele de abstracţie punînd la un loc numai informaţii de acelaşi nivel. Nu se poate construi logic o teorie amestecînd aspectele istorice cu cele generale, cele concrete cu cele abstracte (avem în vedere aci „sistematizarea deductivă"). Se cere deci să deosebim ansamblul de propoziţii care pot fi „sistematizate deductiv". În acest sens, sistematizarea se face din aproape în aproape urmînd analizei logice. Forma perfectă a sistematizării este „sistemul axiomatic".

O problemă interesantă legată de analiza logică este critica logică a unor texte.

Ne propunem să revenim într-o lucrare viitoare asupra analizei logice în mod special.

PROBLEME DE LOGICĂ

Pentru exersarea gîndirii logice diferiţi autori au formulat probleme care pot fi rezolvate numai pe baza raţionamentelor logice. În continuare am selecţionat din lucrările indicate unele probleme pe care adesea le-am prelucrat sub aspectul formei exterioare.

Matematica dispune de multe culegeri de probleme distractive foarte interesante şi care adesea implică elemente de logică. În poemul lui Goethe, *Faust* există o astfel de problemă despre care multă vreme s-a crezu că este o absurditate poetică şi care pînă la urmă s-a dovedit o problemă reală. Iată textul respectiv:

„Du musst verstehen!
Aus Eins mach'Zehn
Und Zwei lass gehn,
Und Drei mach'gleich
So bist reich.
Verlier die Vier!
Auf Fünf und Sechs,
So sagt die Hex,
Mach' Sieben und Acht,
So its' s vollbracht:
Und Neun ist Eins

Und Zehn ist keins,
Das ist das Hexen —
Einmal — Eins!"[1]

Rezolvarea problemelor următoare va fi dată în partea a doua a acestui capitol.

1. Mergînd în excursie cu elevii un profesor a hotărît să organizeze următorul joc. Elevii vor fi împărţiţi în grupul „serioşilor" (cei care răspund totdeauna corect la orice întrebare) şi grupul „glumeţilor" (cei care răspund incorect la întrebări).

Profesorul îl întreabă pe X (un elev): „Eşti serios sau glumeţ?", dar el nu aude răspunsul lui X şi îi întreabă pe vecinii acestuia Y şi Z: „Ce mi-a răspuns X?"
Y: „X a spus că el este serios"
Z: „X a spus că el este glumeţ"

---

[1] „Tu trebuie să înţelegi!
Din Unu fă Zece
Lasă-l pe Doi
Ca şi pe Trei,
Aşa vei fi bogat.
Să dispară Patru!
Din Cinci şi Şase
Aşa spune vrăjitoarea
Fă Şapte şi Opt (şi invers)
Aşa e făcut:
Şi Nouă este Unu
şi Zece este nimic
Aceasta este vraja —
Unu ori unu e unu!"

Kordemski în *op. cit.*, indică soluţia următoare:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

10	2	3
0	7	8
5	6	9

10	2	3
0	7	8
5	6	4

Careul iniţial este transformat succesiv în careul al doilea şi al treilea.

Profesorul trebuie să determine acum prin raţionament cum sînt *Y* şi *Z*.

*

2. Aflîndu-se la muncă patriotică şase şcolari s-au împărţit în trei brigăzi. Ion şi Mihai au primit buşteni de 2 m. Petre şi Constantin buşteni de cîte 1,5 m, iar Vasile şi Alexandru de cîte 1 m. Fiecare a tăiat buşteni de 1/2 m lungime. La sfîrşit s-au anunţat rezultatele: Popescu şi Dumitrescu au tăiat 26 de bucăţi, Ionescu şi Vasilescu au tăiat 27 de bucăţi, iar Marinescu şi Niculescu — 28 de bucăţi. Care este prenumele lui Vasilescu?

*

3. Trei prieteni *A*, *B*, *C* stau unul după altul în ordinea *C*, *B*, *A*. Ei au capetele descoperite. Dintr-un săculeţ care conţine două şepci albe şi trei negre fiecăruia i s-a dat o şapcă de o culoare necunoscută pentru el şi 2 şepci neştiute de toţi au rămas în săculeţ.
C şi *B* spun că ei nu-şi pot determina culoarea şepcilor lor.
Poate *A* pe baza răspunsurilor lui *C* şi *B* să determine culoarea şepcii sale? (*C* vede pe *B* şi *A*).

*

4. La un concurs de ciclism au fost 5 concurenţi. După concurs cinci „microbişti" au făcut următoarele declaraţii:
M_1: „*A* a ocupat locul II, iar *B* locul III"
M_2: „*C* a ocupat locul III, iar *D* locul V"
M_3: „*D* a ocupat locul I, iar *C* locul II"
M_4: „*A* a ocupat locul II, iar *E* locul IV"
M_5: „*B* a ocupat locul I, iar *E* locul IV"
Fiecare microbist a spus o propoziţie falsă şi una adevărată. Care este distribuţia reală a locurilor?

*

5. Şaisprezece studenţi s-au întors din vacanţă.
Printre ei 4 sînt din Craiova (*A*, *B*, *C*, *D*), 4 din Bucureşti

(*E*, *F*, *G*, *I*), 4 din Cluj (*K*, *L*, *M*, *N*) şi 4 din Constanţa (*O*, *P*, *R*, *S*)
Se mai ştie apoi că studenţii *A*, *E*, *K*, *O* au împlinit de curînd 20 de ani, *B*, *F*, *L*, *P*. — 21. *C*, *G*, *M*, *R* — 22, iar *D*, *I*, *N*, *S* — 23.
Printre ei se află 4 matematicieni, 3 chimişti, 4 geologi şi 4 biologi, în fiecare din aceste grupuri vîrstele şi locurile de origine fiind diferite.
Se ştie de asemenea că 4 studenţi se află în primul an, 4 în al doilea, 4 în al treilea şi 4 în al patrulea.
Grupurile din acelaşi an sînt formate din studenţi de vîrste, locuri de origine şi specialităţi diferite.
În fine, 4 studenţi se ocupă de fotbal, 4 — de box, 4 de volei şi 4 de şah. Fiecare grup de sportivi fiind format din studenţi din oraşe diferite, vîrste, specialităţi şi ani de studii diferite. Să se stabilească pentru fiecare student anul şi sportul preferat dacă se ştie:

a) *K* este voleibalist,
b) *F* este fotbalist,
c) *C* este biolog,
d) *D* este matematician în anul I şi şahist,
e) *G* este chimist în anul II şi şahist,
f) *L* este geolog în anul III şi şahist[2].

*

6. Unei învăţătoare din oraşul New-York i s-a furat punga. S-a presupus că a putut să i-o fure unul din cei cinci elevi: Liliana, Judith, David, Teodor sau Margareta.
Fiind întrebaţi cei cinci au dat fiecare cîte trei răspunsuri (din care două adevărate şi unul fals).
Liliana: 1) „eu n-am luat-o”, 2) „eu n-am furat nimic în viaţa mea”, 3) „asta a făcut-o Teodor”.
Judith: 4) „eu n-am luat-o”, 5) „tata este destul de bogat şi eu am propria pungă”, 6) „Margareta ştie cine a luat-o”.
David: 7) „eu n-am luat-o”, 8) „cu Margareta nu m-am cunoscut pînă la venirea în şcoală”, 9) „Teodor a luat-o”.
Teodor: 10) „eu nu sînt vinovat”, 11) „asta a făcut-o

---

[2] Problemele 1)—5) sînt redate după A. P. DOMORIAD, *Matematiceskie igri i razvlecenia*, Moskva, 1961.

Margareta", 12) Liliana minte cînd spune că eu am luat-o".

Margareta: 13) „eu n-am luat-o", 14) „vinovată este Judith", 15) David „poate să jure pentru mine, mă cunoaşte de cînd eram mică".

Cine a luat punga?

*

7. La un concurs de isteţime s-au distins 3 oameni. Pentru a decide care este cel mai isteţ dintre ei s-a organizat încă o probă: Le-au fost arătate 5 hîrtii: 3 albe, 2 negre. După aceea au fost legaţi la ochi şi fiecăruia i s-a lipit pe frunte cîte o hîrtie albă, iar pe cele negre le-au distrus. Au fost dezlegaţi la ochi şi li s-a spus că va fi declarat învingător cel care va determina primul ce culoare are hîrtia de pe fruntea sa. Toţi au ajuns la concluzia că hîrtiile sînt albe.

Cum au raţionat?

*

8. Întorşi de la discuţii trei filozofi greci au adormit în grădina Academiei. Între timp nişte glumeţi i-au murdărit cu cărbune pe frunte. La trezire fiecare a început să rîdă de ceilalţi doi. La un moment dat unul s-a oprit deoarece şi-a dat seama că şi el este murdar de cărbune.

Cum a raţionat?

*

9. Într-un tren Bucureşti—Timişoara merg trei pasageri cu numele Popescu, Ionescu, Vasilescu. Aceleaşi nume le au mecanicul, fochistul şi conductorul (nu în aceiaşi ordine).

Se ştie că:

1) pasagerul Popescu locuieşte în Bucureşti,
2) conductorul locuieşte la jumătatea drumului dintre Bucureşti şi Timişoara,
3) pasagerul care are acelaşi nume cu conductorul locuieşte în Timişoara,

4) pasagerul care locuieşte mai aproape de conductor decît ceilalţi doi pasageri, cîştigă pe lună de trei ori mai mult decît conductorul,
5) pasagerul Ionescu cîştigă pe lună 2 000 lei,
6) Vasilescu a cîştigat nu de mult o partidă de biliard fochistului.

Care este numele mecanicului?

*

10. În finala campionatului de şah militar s-au întîlnit opt grade: colonel, maior, căpitan, locotenent, sergent, caporal, fruntaş, soldat. Fiecare din aceștia aparţine altei arme, acestea fiind: infanterie, artilerie, aviaţie, tancuri, cavalerie, vînători de munte, marină, grăniceri.
Se presupune că fiecare joacă o singură dată cu partenerul său. Care este specialitatea fiecărui şahist dacă se au în vedere următoarele fapte:

1. La prima rundă colonelul joacă cu cavaleristul.
2. La prima rundă aviatorul n-a jucat (el a venit la runda a II-a).
3. La runda a II-a infanteristul joacă cu fruntaşul.
4. La runda a II-a maiorul joacă cu caporalul.
5. După runda a II-a căpitanul a ieşit din concurs.
6. La runda a III-a sergentul pleacă.
7. La runda a IV-a pleacă tanchistul.
8. La runda a V-a pleacă din competiţie şi maiorul.
9. La runda a III-a locotenentul joacă cu infanteristul.
10. La runda a III-a colonelul joacă cu artileristul.
11. La runda a IV-a marinarul a jucat cu locotenentul. Cîştigă marinarul.
12. La runda a-V-a caporalul a jucat cu colonelul. Cîştigă caporalul.
13. După a VI-a rundă s-a terminat partida dintre cavalerist şi vînătorul de munte.

*

11. Într-un compartiment din trenul Bucureşti-Timişoara mergeau un bucureştean, un craiovean, un severinean, un piteştean, un lugojan şi un timişorean.

Numele lor de familie încep respectiv cu inițialele *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*. Se știe că:

1) *A* și bucureșteanul sînt doctori,
2) *E* și craioveanul sînt învățători,
3) *C* și severineanul sînt ingineri,
4) *B* și *F* au făcut serviciul militar, iar severineanul n-a făcut armata.

5) Lugojanul este mai mare ca *A*.
6) Timișoreanul e mai mare ca *C*.

7) *B* și bucureșteanul au ajuns la Pitești.

8) *C* și lugojanul au ajuns la Filiași.

Cine este timișorean? Determinați profesia și orașul fiecăruia dintre cei 6.

*

12. Într-o tabără de odihnă sosesc trei noi elevi cu numele Popescu, Ionescu, Georgescu. Prenumele lor sînt Ion, Gheorghe, Nicolae (nu se știe ce prenume revine fiecăruia). Un elev spune: „Eu cred că Popescu este numele de familie al lui Ion". Conducătorul taberei răspunde: „N-ai ghicit". Să se afle prenumele fiecăruia și vîrsta dacă se știe:
1. Tatăl Ilenei Olteanu (colegă) este frate cu mama lui Popescu.
2. Gheorghe a terminat școala generală de 8 ani și a învățat foarte bine.
3. Bucătarul taberei Vasile Dumitru este bunicul lui Gheorghe.
4. Ionescu e mai mare ca Gheorghe cu 1 an.
5. Nicolae e mai mare ca Gheorghe cu 1 an[3].

*

13. Smith, Johns și Robinson lucrează pe un tren ca mecanic, conductor și fochist (fiecare avînd una din aceste profesii).

În același tren merg trei pasageri cu aceleași nume de familie.

---

[3] Problemele 6—12 sînt reformulate după B. A. KORDEMSKI, *Mathematiceskaia smekalka*, Moskva, 1965.

Se ştie că:

1. Pasagerul Robinson locuieşte în Los Angeles.

2. Conductorul locuieşte în Omaha.

3. Pasagerul Johns a uitat de mult algebra pe care a învăţat-o în şcoală.

4. Pasagerul care are aceeaşi familie cu conductorul locuieşte în Chicago.

5. Conductorul şi un pasager care este un cunoscut specialist în fizica matematică merg la acelaşi club.

6. Smith cîştigă la fochist cînd se întîlnesc la partidele de biliard.

Care este numele de familie al mecanicului?

*

14. Cunoscutul logician R. Smullyan a formulat următoarea problemă.

1. În 1918 s-a terminat primul război mondial.

2. În acea zi trei familii s-au decis să sărbătorească împreună evenimentul. Fiecare soţ era fratele unei femei (soţii) şi fiecare soţie era sora unui bărbat (soţ), deci erau trei perechi „frate-soră".

3. Elena e cu 26 săptămîni mai mare decît soţul ei care s-a născut în august.

4. Sora lui White e căsătorită cu cuscrul fratelui Elenei şi s-a căsătorit cu el în ziua ei de naştere, în ianuarie.

5. Margareta White e de statură mai mică decît W. Blacke.

6. Sora lui Arthur e mai frumoasă decît Beatrice.

7. John are 50 de ani.

Cum o cheamă pe d-na Braun[4].

*

---

[4] Problemele 13—14 sînt redate după MARTIN GARDNER, *Mathematical puzzles and diversions*, London, Bell and Sons.

15. Pe distanţa $B_1 - B_6$ din Londra mersul ultimului tren din metrou este prescris astfel:

	Sosire	Plecare
B_1	—	0,17
B_2	0,18	0,20
B_3	0,22	0,24
B_4	0,25	0,27
B_5	0,29	0,30
B_6	0,32	—

Conducătorul X al unei bande a fost găsit mort în trenul care a sosit în staţia B_6 la 0,32. Inima i-a fost străpunsă şi medicii au stabilit că el a murit „aproape instantaneu", nu cu mai mult de un ceas în urmă. Scotland Yard-ul e încredinţat că crima a fost săvîrşită de unul din următorii membri ai bandei B, S, M, Z.

Detectivul însărcinat cu cercetarea a stabilit următoarele:

1) B s-a aflat îndată după 0,18 în staţia C unde s-a interesat de ora exactă la poliţistul din post. Poliţistul e „aproape convins" că a fost B.

2) S a ieşit la 0,15 în staţia B_1 din tren şi a plecat pe jos spre B_2, unde la 0,25 s-a urcat în autobuzul Nr. 13 care duce la B_6.

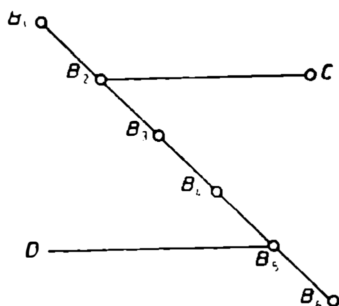
Între 0,16 şi 0,20 el a vorbit cu doi prieteni la locul D.

3) M a cumpărat la 0,19 în B_2 bilet pînă la staţia B_5. Un detectiv care-l urmărea a văzut cînd a cumpărat bilet, a mers cu el în tren şi l-a arestat la B_5. Totuşi detectivul e gata să jure că acesta nu era trenul care pleacă din B_2 la 0,20, ci următorul de la 0,23.

4) Z a fost văzut împreună cu X în restaurantul K aproape de B_3. Ambii erau în proastă dispoziţie. După aceea au fost văzuţi la staţia B_3 „în jurul orei 0,10", cînd X a cumpărat două bilete în staţia B_3.

Totuşi Z afirmă că în ultimul moment el a decis să nu meargă împreună cu X şi s-a întors în restaurant, într-

adevăr trei martori afirmă că a fost văzut acolo între 0,20 — 0,25. Cine l-a ucis pe X? Iată şi planul metroului.



16. Omul de ştiinţă Cucu trimite lucrările sale ştiinţifice la colegi din şapte ţări însă încurcă plicurile.
Cehul Kikacika care se interesa de vulturi a primit o scrisoare în limba daneză şi un articol despre flamingo care fusese destinat francezului Coucou. Francezul a primit o scrisoare în italiană şi un articol despre ciori, care-l interesa pe olandezul Kokoa. Olandezul a primit o scrisoare în spaniolă şi o monografie despre vrăbii, ceea ce-l interesa pe danezul Kuksen. Danezul a primit articolul despre vulturi. Italianul Kuklo care se interesa de albine a primit scrisoarea în germană, iar germanul Kikenberg a primit scrisoarea destinată spaniolului Kukilo. Cine a primit articolul destinat spaniolului? În ce limbă a primit spaniolul articolul?

*

17. Considerăm un grup de cinci prieteni astfel că fiecare are cîte un fiu. Fiecare fiu împrumută o carte de la un prieten al tatălui său. Fiecare din cei cinci prieteni are un nume care aminteşte de o profesie, dar care nu coincide cu profesia pe care o exercită. (Ex. dacă pe unul îl cheamă Tîmplaru, profesia sa nu va fi de tîmplar). Fiul fierarului a împrumutat cartea de la Fieraru şi el are un nume care aminteşte de profesia fiului lui Fieraru şi de acela a cărui carte a fost luată de fiul lui Fieraru.

Se ştie că familia dulgherului nu este Tîmplaru, şi că dulgherul a luat cartea de la Curelaru. Care este familia coşarului? (Conform cu tradiţia fiul urmează profesia tatălui său).

*

18. Într-un depozit cu două încăperi pentru păstrarea cărbunelui şi respectiv cocsului vin autocamioane încărcate fiecare cu una din cele două produse: cărbune sau cocs. Uşile la depozit se deschid dacă vine autocamionul cu materia corespunzătoare încăperii. În plus se permite în depozit numai cîte un autocamion deodată.
Se pune întrebarea: are mecanismul şi următoarea proprietate: dacă n-a sosit autocamionul cu cărbune, atunci uşa pentru cărbune nu se deschide, iar dacă n-a sosit autocamionul pentru cocs, uşa pentru cocs nu se deschide?

*

19. În faţa judecătorului se află trei oameni dintre care fiecare este sau băştinaş sau colonialist. Se ştie că băştinaşii răspund cinstit, iar colonialiştii mint, dar nu se ştie care ce este.
Se pune întrebarea primului „Ce eşti?" Nu o aude. Îl întreabă pe al doilea „Ce a spus primul?". Al doilea răspunde: „Primul a spus că e băştinaş". Al treilea spune: „Primul a spus că e colonialist". Ce era fiecare?

*

20. Pe un ostrov erau două triburi: bravi care spun adevărul şi necinstiţi care mint totdeauna. Un călător întîlneşte în insulă pe un băştinaş — acesta-i spune că „e brav". Călătorul îl angajează. Merg împreună şi întîlnesc un alt băştinaş. Servitorul îi spune că acesta este de asemenea un brav. Ce era servitorul?

*

21. Într-o întreprindere sînt trei ateliere: *A*, *B*, *C* care s-au înţeles asupra ordinii aprobării proiectelor astfel: 1) dacă atelierul *B* nu participă la aprobarea proiectului, atunci nu participă nici *A*,

2) dacă B participă atunci participă şi A şi C. E obligat C să participe dacă participă A?

*

22. Un profesor X. era foarte distrat. Avea o bibliotecă distribuită în trei camere. În prima erau dicţionare, în a doua — lucrări de specialitate, iar în a treia — reviste.

Cînd a scris o lucrare la el pe masă era un haos de nedescris, încît n-a putut să găsească: un dicţionar al limbii eschimoşe, un manual şi un pamflet al unui adversar al său. Profesorul a învinuit pe secretar că a pus dicţionarul printre lucrările de specialitate, iar manualul şi pamfletul printre reviste.

Secretarul a negat şi a spus că profesorul ca totdeauna a aruncat aceste trei lucruri undeva în prima cameră. Soţia profesorului a emis presupunerea că dicţionarul probabil se află printre reviste, iar manualul şi pamfletul printre lucrările de specialitate. Fiica profesorului a spus: „Tot ce afirmaţi este fals". Dacă ea are dreptate unde s-au pierdut lucrurile?

*

23. Un călător a ajuns la o bifurcare de drumuri: o cărare ducea la un lac, alta nu. La bifurcare stăteau doi tineri. Unul spunea totdeauna adevărul, altul — falsul. Ambii răspundeau la orice întrebare cu „da" sau „nu". Ce întrebare le-a pus pentru a afla ce cărare duce la lac?

*

24. Să se descrie condiţiile maşinii de călcat ţinîndu-se seama că are contact de funcţionare, contact contra supraîncălzirii şi spirală de încălzire. Ştiind că fiecare din acestea are două stări închis-deschis (pentru primele două) şi supraîncălzit — nu e supraîncălzit, să se arate care sînt stările compatibile[5].

---

[5] Problemele 15—24 sînt formulate după E. KOLMAN, O. ZIH, *Zanimatelnaia loghika*, Moskva, 1966.

25. Testamentul lui B. Campbell spunea:

„Dacă în ziua morții mele fiul meu B. Campbell II nu se va afla printre cei vii și dacă atunci nu se va afla printre cei vii fiul său (și nepotul meu) B. Campbell III, atunci 40% din averea mea se va da urmașilor fiului meu. Dacă în ziua morții mele fiul meu va fi în viață și nu va avea diploma universității din Edinburgh și nu va fi căsătorit și nu va avea în viață pe fiul său B. Campbell III, atunci 40% din avere se va da fiului meu. Dacă fiul meu va fi în viață, și va avea diploma universității din Edinburgh sau va fi căsătorit, dar nu va fi în viață fiul său B. Campbell III, atunci 60% din averea mea va fi dată fiului meu. Dacă fiul meu va fi în viață și va avea un fiu B. Campbell III, atunci fiul meu va primi întreaga avere dacă va avea și diploma universității din Edinburgh, dar dacă nu va avea diploma va primi doar 80%.

Dacă fiul meu nu se va afla în viață, dar va lăsa un fiu pe numele B. Campbell III care va fi în viață în ziua morții mele, atunci 80% din averea mea se va plăti lui B. Campbell III sau tutorelui său. În toate cazurile partea rămasă se va da la azil". Să se arate dacă clauzele sînt independente una de alta![6]

*

26. Din antichitate ni s-a transmis următoarea istorioară.

Vestitul sofist Protagoras a avut un elev Euatlus pe care trebuia să-l pregătească pentru avocatură. Cum Euatlus n-avea bani să-și plătească studiile Protagoras i-a formulat următoarea condiție „Îmi vei plăti cînd vei cîștiga primul proces". Elevul a fost de acord.

S-a întîmplat însă că Euatlus n-a profesat avocatura. Văzînd că n-are perspective să mai primească banii Protagoras l-a amenințat: „Te dau în judecată și oricum, îmi vei plăti; dacă cîștigi îmi vei plăti conform cu înțelegerea noastră, dacă vei pierde îmi vei plăti conform cu hotărîrea judecătorească. La aceasta Euatlus i-a răspuns: „dacă voi cîștiga nu-ți voi plăti, conform cu hotărîrea judecă-

[6] E. BERKELEY, *Symbolic logic and inteligent machines*, London, 1959.

torească, iar de voi pierde iarăşi nu-ţi voi plăti, conform cu înţelegerea noastră".

Fiecare din cei doi comite un sofism, în ce constă?

Rezolvarea problemelor

1. Se observă că X putea să fie sau „serios" sau „glumeţ". Dacă el era serios la întrebarea profesorului el trebuia să răspundă „sînt serios", dacă el era glumeţ, la întrebare trebuia să răspundă incorect (deci invers decît e) adică tot „sînt serios". Prin urmare, indiferent dacă X era serios sau glumeţ el dădea acelaşi răspuns: „sînt serios".

Ca urmare Y este serios, iar Z glumeţ.

*

2. a) Dintre numerele 26, 27, 28 numai 27 se împarte la 3.

b) Ca urmare Ionescu şi Vasilescu care au tăiat împreună buşteni de 3 m ($1{,}5 + 1{,}5 = 3$) sînt cei care au tăiat 27 de bucăţi. Deci numele lor este Petre şi Constantin.

c) Pe lista rezultatelor însă Constantin nu apare, prin urmare, Vasilescu = Constantin.

*

3. a) C vede capetele lui B şi A, iar B numai capul lui C.

b) Dacă B şi A ar avea şepci albe, atunci C ar putea deduce: „fiind numai 2 şepci albe eu nu o pot avea decît neagră", or neputînd face această deducţie rezultă că B şi A nu pot avea amîndoi şepci albe. Deci din răspunsul lui C, A deduce acest lucru: „Eu şi B nu avem împreună şepci albe".

c) Dacă A ar avea şapcă albă, atunci B ar raţiona astfel: C" nu poate deduce nimic, deci nu putem avea şi eu şi C şepci albe, deci eu am o şapcă neagră". Cum însă B nu poate deduce acest lucru, rezultă că C nu are şapcă albă ci neagră.

Raţionamentul complet ar decurge astfel:
fie *a*, *n* cele două culori fiecare putînd apărea respectiv de 2 şi de 3 ori. Printr-un tabel analizăm posibilitatea distribuţiilor.

Ex.

A	B	C
n	*n*	*n*
n	*n*	*a*
n	*a*	*a*
. . .	. . .	. .

Ţinînd seama de informaţiile directe pe care le pot avea cei trei unul despre altul (avînd în vedere că se află unul în spatele altuia şi că nu pot întoarce capul) aflăm ce se poate deduce din fiecare distribuţie şi ce nu. Desigur, raţionamentul nostru a fost prescurtat datorită intuirii imediate a distribuţiilor posibile în raport cu răspunsurile date.

*

4. a. Să presupunem că *A* a ocupat locul II, atunci vom avea:

(1) *B* nu poate ocupa locul III (vezi M_1)
(2) *E* nu poate ocupa locul IV (vezi M_4)
(3) *B* a ocupat locul I (vezi M_5)
(4) *D* nu a ocupat locul I (vezi M_3, M_5)
(5) *C* a ocupat locul II (vezi M_3)
Dar ajungem la contradicţie: şi *A* şi *C* au ocupat locul II.

b. Să presupunem că *B* a ocupat locul III, vom conchide în continuare:

(1) *A* nu a ocupat locul II (vezi M_1)
(2) *E* a ocupat locul IV (vezi M_4)
(3) *C* nu a ocupat locul III (vezi M_1, M_2)
(4) *D* a ocupat locul V (vezi M_2)
(5) *D* nu a ocupat locul I (vezi M_3)
(6) *C* a ocupat locul II.
(7) Rămîne (prin eliminare) ca *A* să ocupe locul I.

În acest fel ordinea de sosire este următoarea: *A*, *C*, *B*, *E*, *D*.
(S-a presupus că *B* a ocupat locul III).

*

5. În vederea ușurării soluționării este bine să utilizăm următorul tabel:. În căsuțe vor fi puse numele, specialitatea, anul și sportul preferat. Se observă că numai trei căsuțe sînt completate în întregime (*L*, *G*, *D*), în alte trei căsuțe fiind cuprinsă numai cîte o informație din cele trei (*K*, *F*, *C*).

Vîrsta / Orașul	20 ani		21 ani		22 ani		23 ani	
Craiova	A		B		C	biolog	D	matemat.
								I
								șahist
București	E		F		G	chimist	I	
						II		
				fotbalist		șahist		
Cluj	K		L	geolog	M		N	
				III				
		voleibalist		șahist				
Constanța	O		P		R		S	

Raționăm astfel. Se știe că trei studenți sînt șahiști (*L*, *G*, *D*) și ei sînt din Craiova, București și Cluj, de vîrste respectiv 21, 22, 23 ani. Deoarece al patrulea șahist trebuie să fie dintr-un oraș diferit rezultă că el este din Constanța și are 20 de ani (*O*). El este biolog deoarece restul sînt respectiv matematician, chimist și geolog și studiază în

anul IV deoarece ceilalţi şahişti studiază respectiv în anii I, II, III.
B este chimist, deoarece *C* şi *D* (din Craiova) sînt biolog şi respectiv matematician, iar *L* este geolog de 21 de ani. *K* este chimist (din Cluj), student în anul I. În mod analog se deduc celelalte date şi se formează un nou tabel complet.

*

6. Dacă (3) este propoziţie adevărată atunci (10) şi (12) sînt false, ceea ce prin supoziţie este imposibil. Ca urmare (3) este falsă (deci Teodor n-a furat punga). Deoarece (3) este falsă şi (9) este falsă. Deoarece (9) este falsă (8) este adevărată. Deoarece (8) este adevărată, (15) este falsă. Dacă (15) este falsă atunci (14) este adevărată. Prin urmare, vinovată este Iudith.

*

7. Fie *A*, *B*, *C*, cei trei concurenţi.
A raţionează astfel: ,,Hîrtiile celorlalţi sînt albe, prin urmare a mea poate fi albă sau neagră. Să presupunem că e neagră. Atunci *B* are motive să declare cu certitudine adevărul despre culoarea hîrtiei sale deoarece el îşi spune: ,,Eu văd că *A* are culoarea neagră, iar *C* — albă, deci a mea poate fi sau albă sau neagră; dar nu poate fi astfel, căci atunci *C* ştiind că sînt numai două hîrtii negre şi văzînd la mine şi la *A* că sînt negre, ar spune imediat culoarea hîrtiei sale. Dar *C* n-a spus imediat, deci el se întreabă dacă la el nu e cumva hîrtia neagră, dar atunci el vede la mine hîrtia albă.
Dar *B* tace, deci hîrtia mea nu e neagră, ci este albă. Fiind la fel de capabili în raţionament, ceilalţi doi au raţionat la fel şi au dat acelaşi răspuns.

*

8. Fie *A*, *B*, *C* cei trei filozofi. Fie, de ex. *A*, cel ce ghiceşte *A* raţionează astfel: ,,Fiecare din noi poate să creadă că propria sa faţă este curată. *B* crede că faţa sa e curată şi rîde de *C*. Dar dacă *B* ar vedea că faţa mea este curată el ar fi mirat de rîsul lui *C*, deoarece în acest caz *C* n-ar

fi avut motiv de rîs. Totuşi *B* nu se miră, deci el poate crede că *C* rîde de mine. Deci faţa mea este murdară". Sînt presupuse succesiv următoarele situaţii:

1) x se uită la y, apoi la z.
2) în timp ce x se uită la y, y se poate uita la x sau la z.

*

9. Se ştie că un pasager locuieşte în Bucureşti (1) altul în Timişoara (3) iar conductorul la jumătatea drumului Bucureşti—Timişoara (2). Deci nici (1) nici (3) nu pot fi consideraţi vecini cu (2). Popescu nu este vecin cu conductorul. Nici pasagerul Ionescu nu-i poate fi vecin, deoarece 2 000 nu se divide exact la 3 (vezi 4). Deci Vasilescu este vecinul conductorului. În acest caz pe conductor nu-l cheamă Vasilescu (vezi (3)).
Din (6) se deduce că nici fochistul nu este Vasilescu. Prin metoda eliminării rezultă că mecanicul este Vasilescu.

*

10. Se constituie un tabel în care se indică gradele, armele, faptele de luat în consideraţie (1—13) şi specialitatea pe care o are fiecare.

Arme / Grade	Infanterie	Aviaţie	Tancuri	Artilerie	Cavalerie	Vînători	Marină	Grăniceri
Colonel	9—10	1—2	7—12	10	1	1—13	11—12	•
Maior	3—4	—	7—8	•	—	—	—	—
Căpitan	5—9	•	5—7	5—10	5—13	5—13	5—11	—
Locotenent	9	—	7—11	9—10	•	—	11	—
Sergent	3—4	—	7—12	10—12	1—12	•	11—12	—
Caporal	6—9	—	6—7	6—10	—	—	•	—
Fruntaş	3	—	•	—	—	—	—	—
Soldat	•	—	—	—	—	—	—	—

În total sînt 28 de fapte de luat în consideraţie. Se observă că pentru anumite deducţii e nevoie de două fapte, pentru altele de unu.
Astfel: din 9—10 se deduce că colonelul nu e infanterist, din 1—2 că nu e aviator, din 7—12 că nu e tanchist, din 10 că nu e artilerist etc.

*

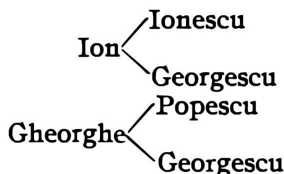
11. Se aplică metoda eliminării. În acest sens se constituie un tabel cu faptele şi concluziile.

	A	B	C	D	E	F
Bucureştean	1	7	7—8 1—3	—	1—2	•
Craiovean	1—2	•	2—3	—	2	—
Piteştean	—	—	•	—	—	—
Severinean	1—3	4	3	•	2—3	4
Timişorean	•	—	6	—	—	—
Lugojean	5	7—8	8	—	•	—

Raţionăm astfel. Din (1) decurge că *A* nu este bucureştean, din (1—2) decurge că *A* nu este craiovean, din (1—3) decurge că *A* nu este severinean, din (5) decurge că *A* nu este lugojean, deci *A* este timişorean ş.a.m.d.

*

12. 1. Ştiindu-se că Popescu ≠ Ion şi Ionescu ≠ Gheorghe (aceasta decurge din 4) rezultă posibilităţile:



2. Din 1 decurge că numele de fată al mamei lui Popescu este Olteanu.
3. Din 3 şi 4 decurge că bunicul de mamă al lui Gheorghe este Dumitru.
4. Prin urmare, mama lui Popescu $\neq$ mama lui Gheorghe.
5. Dacă Gheorghe nu e nici Ionescu, nici Popescu el este Georgescu.
6. De aci rezultă că Ion neputînd fi Georgescu este Ionescu.
7. În fine Nicolae este Popescu.
8. Dacă copiii merg la şcoală la 7 ani şi Gheorghe a absolvit 8 clase, el are 15 ani, iar Nicolae şi Ion au 16 ani.

*

13. Se fac două tabele şi în fiecare căsuţă se pune 1 dacă combinaţia este admisă, şi 0 dacă nu este posibilă.

	Mecanic	Conductor	Fochist
Smith	1	0	0
Johns	0	1	0
Robinson	0	0	1

	Los Angeles	Omaha	Chicago
Smith	0	1	0
Johns	0	0	1
Robinson	1	0	0

Din (3) şi (5) deducem că pasagerul care e specializat în fizică matematică nu este Johns (care a uitat algebra) şi că locuieşte la Omaha (ca şi conductorul cu care merge la club) (vezi 2)).
Apoi din aceasta şi din (1) deducem că pasagerul care locuieşte la Omaha nefiind nici Robinson, nici Johns este Smith.
Din (1) deducem că pe conductor nu-l cheamă Robinson, iar din (4) că nu-l cheamă Smith. Rămîne să-l cheme Johns.
Pasagerul Smith merge la club cu conductorul Johns, prin urmare Smith cel ce joacă cu fochistul nu este pasager, el locuieşte la Chicago. Nefiind nici conductor nici fochist el este mecanic.

*

14. 1. Din 5 deducem că pe celelalte două femei le cheamă sau Elena Blacke sau Beatrice Braun sau Elena Braun sau Beatrice Blacke.

2. Din 3—5—6 deducem că pe sora lui White o cheamă sau Elena sau Beatrice. Dar Beatrice nu poate fi sora lui White deoarece atunci fratele Elenei ar fi Blacke, ceea ce ar însemna că ar fi doi cumnaţi ai lui Blacke şi anume White (fratele soţiei sale) şi Braun (soţul surorii sale). Beatrice ca Blacke nu se aflâ în căsătorie cu nici unul din ei ceea ce ar contraveni condiţiei 4. Prin urmare, sora lui White trebuie să fie Elena. De aci la rîndul său conchidem că sora lui Braun este Beatrice, iar sora lui Blacke — Margareta.

Din 6 decurge că pe dl. White îl cheamă Arthur (Braun nu poate fi Arthur, căci în acest caz ar rezulta că Beatrice e mai frumoasă decît sine, iar Blacke nu poate fi Arthur, deoarece din condiţia 5 noi ştim că-l cheamă Whiliam). Deci Braun este John.

Din condiţia 7 vedem că John s-a născut în 1868 (cu 50 de ani înainte de 1918), dar anul 1868 este bisect, de aceea Elena trebuie să fie mai mare cu o zi peste cele 26 săptămîni. Din condiţia 4 noi ştim că soţul ei s-a născut în august. Ea ar fi putut fi cu exact 26 săptămîni mai mare ca soţul ei, dacă ziua ei de naştere ar fi 31 ianuarie, iar a soţului la 1 august şi dacă n-ar fi fost februarie cu 29 zile!). În acest fel trebuie să eliminăm ultimele două posibilităţi şi să reţinem numele femeilor:

Margareta White, Elena Blacke, Beatrice Braun. Mai putem deduce apoi că Margareta este sora lui Braun, Elena — sora lui White şi Beatrice sora lui Blacke.

*

15. *X* a fost ucis între 0,17 — 0,32. Se vede că *Z* nu-l putea ucide. *S* de asemenea nu l-a putut ucide, ceea ce se deduce din 2) şi din traseu (plan).

Se are în vedere şi faptul că viteza autobuzului e mai mică decît a metroului.

Spusa detectivului că ar fi fost „trenul următor" e falsă,

după orarul metroului se vede că nu mai putea fi alt tren, deci M a fost în acelaşi tren cu X.
Se vede că nici B nu l-a putut omorî, deci M a fost criminalul.

*

16. Formăm tabelul următor. Literele mari indică iniţialele naţionalităţilor, literele a_1, a_2, ... a_6, x indică articolele, iar literele mici din ultima coloană iniţialele limbilor.

	Ce aştepta	Ce a primit	În ce limbă
C	a_1	a_2	d
F	a_2	a_3	i
O	a_3	a_4	s
D	a_4	a_1	$\binom{o}{c}$
I	a_5	$\binom{a_6}{x}$	g
G	a_6	$\binom{a_5}{x}$	f
S	x	$\binom{a_5}{a_6}$	$\binom{o}{c}$

Perechile puse în paranteză reprezintă alternativele rămase $\left(\text{ex. } \binom{a_6}{x} = \text{articolul } a_6 \text{ sau articolul } x\right)$.
Observăm că:
a) sînt excluse cazurile în care un autor primeşte articolul dorit în limba sa, deci: (a_1, c), (a_2, f), (a_3, o), (a_4, d), $a_5, i)$, (a_6, g), (x, s), deci nici limba nici articolul nu trebuie să coincidă cu destinaţia dorită.
b) perechile (a_2, d), (a_3, i), (a_4, s) sînt scoase din combinaţiile pentru cazurile D, I, G, S.
c) pentru D putem face supoziţiile: (a_1, o), (a_1, c) însă (a_1, c) se exclude conform cu observaţia a) deci rămîne (a_1, o).

d) Pentru I putem face supoziţiile: (a_6, g), (x, g), dar supoziţia (a_6, g) este exclusă prin a), deci rămîne (x, g).
e) Pentru G putem face supoziţiile (a_5, f), (x, f) însă (x, f) este exclusă din d) (deoarece, altfel el ar apare de două ori pe aceeaşi coloană).

f) Pentru S avem cazul (a_6, c), celelalte, după cum se poate observa fiind excluse.

Ca urmare răspunsul ar fi: italianul primeşte articolul destinat spaniolului, iar spaniolul primeşte articolul a_6 din limba cehă.

17. Formăm un tabel cu profesiile şi numele punînd „da" în căsuţa în care ele se conjugă şi „nu" în cele care nu se conjugă. Informaţiile deduse sînt puse în cerc.

	Fieraru	**Tîmplaru**	**Dulgheru**	**Curelaru**	**Coşaru**
fierar	**nu**	**da**	**nu**	**nu**	**nu**
tîmplar	**da**	**nu**	**nu**	**nu**	**nu**
dulgher	**nu**	**nu**	**nu**	**nu**	**da**
curelar			**da**	**nu**	
coşar				**da**	**nu**

Pornim cu cazul cel mai simplu, acela al dulgherului. În conformitate cu tabelul, dulgherul poate fi sau Fieraru sau Coşaru. Presupunem că dulgheru = Fieraru.

Aceasta înseamnă că fiul fierarului care are un nume ce aminteşte de profesia lui Fieraru este Dulgheru.

Deci Fieraru (care este dulgher, prin supoziţie) a luat cartea de la Dulgheru. Ceea ce înseamnă că dulgheru a luat cartea de la Dulgheru, or este ştiut că a luat-o de la ... Curelaru. În concluzie dulgheru ≠ Fieraru. Rămîne unica posibilitate dulgheru = Coşaru. Trecem la cazul următor, stabilim cine este fieraru.
Fierarul poate fi Tîmplaru sau Dulgherul sau Curelaru.

Presupunem că fierar = Tîmplaru. Atunci fiul lui Fieraru = tîmplar. Deci fiul fierarului (Tîmplaru) a luat cartea de la tîmplar, ceea ce este posibil.
Presupunem apoi că fierar = Dulgheru.
Rezultă că fiul lui Fieraru = dulgher, ceea ce este exclus prin deducţia anterioară.
Presupunem în fine că:

fierar = Curelaru.

În acest caz fiul lui Curelaru împrumută de la Fieraru, iar profesia lui Fieraru este curelar. Deci fiul lui Fieraru a luat de la Curelaru. Or se ştie că de la Curelaru a împrumutat dulgheru. Rezultă că numai Tîmplaru poate fi fierar.
La rîndul său familia tîmplarului este Fieraru.
Rămîne acum să determinăm familiile curelarului şi coşarului. Avem două nume disponibile: Curelaru şi Dulgheru. Curelarul nu poate avea familia Curelaru şi deci are familia Dulgheru. Prin urmare, coşarul are familia Curelaru.

*

18. Notăm prin A: „Autocamionul cu cărbune a sosit la depozit", prin B: „Autocamionul cu cocs a sosit la depozit", prin P: „Uşa e deschisă pentru cărbune"; Q: „Uşa e deschisă pentru cocs". Condiţiile pot fi scrise:
(1) $A \to P$, $B \to Q$,
(2) $(A \,\&\, \neg B) \vee (\neg A \,\&\, B)$ (un singur autocamion),
(3) $(P \,\&\, \neg Q) \vee (\neg P \,\&\, Q)$ (e deschisă numai o uşă).
De cercetat
(4) $\neg A \to \neg P$, $\neg B \to \neg Q$.
Considerăm formula din logica propoziţiilor.

$$(p = q) = (p \,\&\, q) \vee (\neg p \,\&\, \neg q)$$

Substituim pentru q, $\neg q$
$(p = \neg q = (p \,\&\, \neg q) \vee (\neg p \,\&\, \neg\neg q)$ adică

$$(p = \neg q) = p \,\&\, \neg q) \vee (\neg p \,\&\, q)$$

De aci rezultă că putem exprima
(2) astfel:
(5) $A = \neg B$, iar (3) prin

(6) $P = \neg Q$. Din (5) și (6) obținem (conform cu (1))
(7) $\neg B \to \neg Q$
În continuare
(8) $(A = \neg B) = (\neg A = B)$ iar
(9) $(P = \neg Q) = (\neg P = Q)$
Dacă în $B \to Q$ punem conform cu (8) și (9) $B/\neg A$, $Q/\neg P$ obținem:
(10) $\neg A \to \neg P$
Deci ușile nu se deschid dacă nu apare autocamionul respectiv.

19. La întrebarea „Ce ești?" se pot da răspunsurile:
   1) daccă e băștinaș: „sînt băștinaș",
   2) daă e colonialist: „sînt băștinaș".

   Deci un singur răspuns: prin urmare primul și al doilea sînt băștinași iar al treilea colonialist.
20. La întrebarea „Ce ești?" se putea da doar un răspuns:

   a) dacă e brav: „sînt brav",
   b) dacă e necinstit: „sînt brav".

   Presupunem că servitorul e mincinos.

   c) Dacă al doilea i-a spus că „e brav" atunci el va spune „a spus că e mincinos",
   d) Dacă al doilea i-a spus, „sînt mincinos" atunci el va spune: „a spus că e brav".

   Or nu se poate ca servitorul să spună despre sine „sînt brav" și despre celălalt „a spus că e mincinos" (deoarece un singur răspuns era posibil). Servitorul este deci cinstit.
   Cazul d) nu e posibil (adică răspunsul „sînt mincinos" este exclus).
21. Introducem simbolizările următoare:

   p: „A participă",
   q: „B participă",
   r: „C participă".

   Condițiile vor fi:

   (1) $\neg q \to \neg p$
   (2) $q \to (p \& r)$

Întrebarea:

(3) $p \to r$?

Din $\neg q \to \neg p$ deducem:

(4) $p \to q$

Din $p \to q$ şi $q \to (p \,\&\, r)$ deducem

(5) $p \to (p \,\&\, r)$

Sup. p.

(6) $p \& r$

Din $(p \& r)$, se deduce prin $(p \& r) \to r$

(7) r

Deci:

(8) $p \to r$.

*

22. Fie camerele A, B, C. Lucrurile: d, m, p. Faptul că un lucru se află în camera X va fi scris astfel:

$$x \in X$$

Afirmaţiile vor fi:

1. $d \in B$, $m \in C$, $p \in C$ (profesorul)
2. $d \in B$, $m \in A$, $p \in A$ (secretarul)
3. $d \in C$, $m \in B$, $p \in B$ (soţia)
4. Afirmaţiile 1—3 sînt false (fiica)

Se observă din 1—3 că rămîn pentru d două posibilităţi $d \in A$ şi d se află pe masa profesorului, iar pentru m şi p posibilitatea de a fi pe masa profesorului.

*

23. Se pune întrebarea „Sînteţi amîndoi cinstiţi"? Cel cinstit va spune „nu" cel necinstit „da".

Poate apoi să-l întrebe pe cel ce a spus „nu" dacă „drumul ne duce la lac" şi va obţine răspunsul dorit.

(Se poate da rezolvarea cu o singură întrebare: „Ar putea spune tînărul celălalt că drumul acesta duce la lac?") Notăm situaţia reală cu S, răspunsul posibil la întrebarea „duce drumul acesta la lac?" cu I, răspunsul la întrebarea despre răspunsul celuilalt cu (II), mincinosul cu M, cinstitul cu C.

S	I		II	
	M	*C*	*M*	*C*
(1) Drumul duce la lac	nu	da	nu	nu
(2) Drumul nu duce la lac	da	nu	da	da

Vedem că la întrebarea (II) în primul caz (1) ambii răspund cu „nu", iar în cazul (2) ambii răspund cu „da". Deci: dacă răspunsul este „nu" atunci „drumul duce la lac", dacă răspunsul este „da" atunci „drumul nu duce la lac".

*

24. Notăm cu A, B, C, cele trei părţi. Stările de închidere a lui A cu i_1, a lui B cu i_2, supraîncălzirea cu i_3 Formăm tabela stărilor posibile.

i_1,	i_2,	i_3	Starea posibilă	Nr. de ordine
1	1	1	nu	1
1	1	0	da	2
1	0	1	da	3
1	0	0	nu	4
0	1	1	nu	5
0	1	0	da	6
0	0	1	da	7
0	0	0	nu	8

Stările 1, 4, 5 şi 8 nu sînt admisibile. De exemplu, starea 8 are contactele deschise. Formula de funcţionare optimă poate fi aceasta:

$$f(i_1, \ i_2, \ i_3)$$

*

25. Problema are următoarele condiţii:

1. $x \in V \lor x \notin V$ (V = clasa fiilor vii)
2. $x \in C \lor x \notin C$ (C = clasa căsătoriţilor)
3. $x \in D \lor x \notin D$ (D = clasa diplomaţilor Edinburgh)
4. $y \in W \lor y \notin W$ (W = clasa nepoţilor vii)

(x = B. Campbell II, y = B. Campbell III).
Notăm cu P 40%, P 60%, P 80%, P 100% clasele celor ce primesc partea respectivă.
Formalizăm apoi clauzele testamentului.

5. $(x \in \overline{V} \,\&\, y \in \overline{W}) \rightarrow z \in P$ 40% (unde z = urmaş)
6. $(x \in V \,\&\, \overline{D} \,\&\, x \in \overline{C} \,\&\, y \in \overline{W}) \rightarrow x \in P$ 40%
7. $(x \in V \,\&\, (x \in D \lor x \in C) \,\&\, y \in \overline{W}) \rightarrow x \in P$ 60%
8. $(x \in V \,\&\, y \in W \,\&\, x \in D) \rightarrow x \in P$ 100%
9. $(x \in V \,\&\, y \in W \,\&\, x \in \overline{D}) \rightarrow x \in P$ 80%
10. $(x \in \overline{V} \,\&\, y \in W) \rightarrow y \in P$ 80%.

Observăm că condiţiile fiecărei clauze nu sînt incompatibile, iar clauzele se exclud între ele. Într-adevăr, clasele generate de clauzele condiţiilor diferă.
Notăm intersecţia claselor prin juxtapunere, iar reuniunea cu $\cup$. Vom avea:

$\overline{V}\,\overline{W}$ (5), $V\,\overline{D}\,\overline{C}\,\overline{W}$ (6), $V\,\overline{W}\,D \cup V\,\overline{W}\,C$ (7), $V\,W\,D$ (8), $V\,W\,\overline{D}$ (9), $\overline{V}\,W$ (10).

Se vede că $\overline{V}\,\overline{W}$ nu poate avea element comun cu $V\,\overline{D}\,C\,\overline{W}$ căci astfel V şi $\overline{V}$ ar avea element comun. Apoi $\overline{V}\,\overline{W}$ nu poate avea element comun cu $V\,\overline{W}\,D \cup V\,\overline{W}\,C$ căci altfel ar avea element comun V cu $\overline{V}$, ceea ce e imposibil, analog pentru restul cazurilor.

*

26. Sofismul se obţine datorită utilizării ambigue a expresiei „a cîştiga primul proces". Ea poate însemna: 1) a cîştiga primul proces", în calitate de avocat sau 2) a cîştiga primul proces în calitate de simplu inculpat. (Analog cu expresia „a pierde procesul").

CUPRINS

Redactor: OCTAVIAN COMĂNESCU
Tehnoredactor: CONSTANTIN IORDACHE

Coli de tipar: 20. Bun de tipar: 01.12.1980.

Întreprinderea Poligrafică Cluj,
Municipiul Cluj-Napoca, B-dul Lenin 146.
Republica Socialistă România
Comanda nr. 530



Avîntul pe care logica l-a luat în ultimul secol sub forma aşa-zisei „logici matematice" sau „simbolice" ne determină să punem încă o dată întrebarea „de răscruce": în ce raport se află logica cu „fundamentele gîndirii", fie că este ea teoretică sau practică, în ce măsură logica este un „discurs contemporan al metodei"? Nu există nici o îndoială că dintre ştiinţele aflate în sistemul tradiţional al „ştiinţelor filozofice", şi cu care ea rămîne încă în strîns contact datorită „conţinutului său filozofic", logica este singura care a devenit o „ştiinţă exactă". Acest fapt se datorează colaborării fructuoase cu matematica.





Lei 10,50